PHYSICAL SCIENCES

UDC 553

Nguyen Van Lam, Bui Van Hieu, Nguyen Van Quang, Hoang Danh Khanh. Investigation of heat flux at the critical point of a surface under hypersonic flow

Исследование теплового потока в критической точке поверхности при гиперзвуковом обтекании

Nguyen Van Lam,
Ph.D. of Physics and Mathematics Sciences, Lecturer, Air Force Officer' College
Bui Van Hieu,
Lecturer, Air Force Officer' College
Nguyen Van Quang,
Lecturer, Air Force Officer' College
Hoang Danh Khanh,
Lecturer, Air Force Officer' College
Нгуен Ван Лам,
канд.ф.м. наук, преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил
Буй Ван Хьеу,
преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил
Нгуен Ван Куанг,
преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил
Хоанг Зянь Кхань,
преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил

Abstract. *One of the key problems in applied aerothermodynamics at high supersonic and hypersonic speeds is the investigation of heat transfer in the region of the critical point of a streamlined body. In this region, the heat-flux density reaches its maximum values, thereby largely determining the requirements for thermal protection of flight vehicles. Depending on the degree of gas rarefaction, various methods are used to calculate heat fluxes, including direct statistical simulation of the Boltzmann kinetic equation (the Monte Carlo method) [1]. In the continuum regime, numerical calculations based on the thin viscous shock-layer model are most widely employed [2]. It should be noted that such numerical methods are characterized by high computational complexity; therefore, various approximate analytical correlations are widely used for engineering estimates of heat fluxes.*

The scientific novelty of this work lies in refining the expressions for the heat flux at the critical point under hypersonic flow conditions, identifying inaccuracies in certain previously published approximations, and applying a self similar interpolation method to reconcile the continuum and free- molecular heat transfer regimes.

In this paper, we investigate the heat flux at the critical point of a body exposed to a hypersonic gas flow. The analysis is conducted for both continuum and free-molecular heat-transfer regimes. Based on known asymptotic relations, expressions for the heat-transfer coefficient in the limiting regimes are derived. To reconcile these regimes, the first-order self-similar interpolation method is employed. Approximate formulas are compared, the effects of the Reynolds number and the temperature factor on the heat-flux are examined, and the applicability ranges of established analytical correlations are refined.

Keywords: *Heat flux, critical point, self-similar interpolation, heat transfer coefficient, hypersonic flow.*

Аннотация. *Одной из ключевых задач прикладной аэротермодинамики при больших сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях является исследование теплообмена в области критической точки обтекаемого тела. Именно в этой зоне реализуются максимальные значения плотности теплового потока, что в значительной* *степени определяет требования к тепловой защите летательных аппаратов.*

В зависимости от степени разреженности газа для расчета тепловых потоков применяются различные методы, включая прямое статистическое моделирование решения кинетического уравнения Больцмана (метод Монте Карло) [1]. В режиме сплошной среды наибольшее распространение получили численные расчеты в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя [2]. Следует отметить, что такие численные методы отличаются высокой вычислительной сложностью, поэтому для инженерных оценок тепловых потоков широко применяются различные приближенные аналитические зависимости.

Научная новизна работы заключается в уточнении выражений для теплового потока в критической точке при гиперзвуковом обтекании, выявлении некорректности отдельных ранее опубликованных приближений, а также в применении метода самоподобной интерполяции для согласования континуального и свободномолекулярного режимов теплообмена.

В данной работе исследуется тепловой поток в критической точке тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком газа. Анализ проводится для континуального и свободномолекулярного режимов теплообмена. На основе известных асимптотических зависимостей получены выражения для коэффициента теплопередачи в предельных режимах. Для согласования указанных режимов применяется метод самоподобной интерполяции первого порядка. Проведено сравнение приближенных формул, показано влияние числа Рейнольдса и температурного фактора на величину теплового потока, а также уточнены области применимости известных аналитических зависимостей.

Ключевые слова: *Тепловой поток, критическая точка, самоподобная интерполяция, коэффициент теплопередачи, гиперзвуковое обтекание.*

Рецензент: Торопцев Василий Владимирович - кандидат технических наук, доцент.
ФГБОУ ВО «РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева»

1. Зависимость числа St от коэффициента теплопередачи Ch

Теплообмен в критической точке, как правило, характеризуется через число Стантона St и коэффициент теплопередачи Ch. Для больших скоростей и малых температурных факторов соответствующие зависимости могут быть получены в рамках приближенных моделей, основанных на кинетической теории газа и асимптотических оценках теплообмена. Однако область применимости таких выражений ограничена, что требует их уточнения и согласования с другими режимами течения.

Из работы [3], можно записаться:

$$St = \frac{q}{\rho_\infty U_\infty C p T_0 \left(1 - t_w\right)} \qquad (1.1)$$

Где, ρ_∞, U_∞- плостность и скорость набегающего потока, q - тепловой поток, $t_w = T_w / T_0$ - температурный фактор, Cp - молярная теплоёмкость при постояном давлении.

Отношение молярных теплоёмкостей при постоянном давлении и постоянном объёме определяется как:

$$\begin{cases} \dfrac{Cp}{Cv} = \gamma \\ Cp - Cv = \dfrac{k}{m} \end{cases} \tag{1.2}$$

Где k - постоянная Больцмана, m - масса молекулы

Решение этой системы (1.2), получаем

$$Cp = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{k}{m} \tag{1.3}$$

Подставляем (1.3) в формулу (1.1), получаем

$$St = \frac{q}{\rho_\infty U_\infty \dfrac{\gamma}{\gamma - 1}\dfrac{k}{m} T_0 \left(1 - t_w\right)}$$

Где температура торможения T_0 и параметр S определяются выражениями

$$T_0 = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} S^2\right) \approx T_\infty \frac{\gamma - 1}{\gamma} S^2, \quad S^2 = \frac{m}{2kT_\infty} U_\infty^2$$

(в гиперзвуковом течении $S \gg 1$)

Окончательно

$$St = \frac{2q}{\rho_\infty U_\infty^3 \left(1 - t_w\right)}, \text{ но } \frac{2q}{\rho_\infty U_\infty^3} = Ch$$

Тогда получаем формулу зависимости числа Стантона от коэффициента теплопередачи $St = \dfrac{Ch}{1 - t_w}$

Эта формула (так же как и формула (1.1) справедлива лишь при малых температурных факторов t_w).

2. Коэффициент теплопередачи в свободномолекулярном случае

Из работы [3] (стр. 349) следует, что тепловой поток в свободномолекулярном режиме обтекания определяется выражением:

$$q_{см} = \frac{n_\infty k T_\infty}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} \left\{ \left(S^2 + \frac{5}{2} - 2\frac{T_w}{T_\infty} \right) \chi\left(S \sin\theta\right) - \frac{1}{2} e^{-S^2 \sin^2\theta} \right\} =$$
$$= \frac{\rho_\infty U_\infty^3}{2} \frac{1}{2\sqrt{\pi} S^3} \left\{ \left(S^2 + \frac{5}{2} - 2\frac{T_w}{T_\infty} \right) \chi\left(S \sin\theta\right) - \frac{1}{2} e^{-S^2 \sin^2\theta} \right\} \qquad (2.1)$$

Здесь, θ - угол между касательной к поверхностью и вектором скорости набегающего потока газа, а также введена функция χ (x), описывающая вклад молекул газа взаимодействующих с поверхностью тела.

$$\chi(x) = e^{-x^2} + \sqrt{\pi} x \left(1 + \operatorname{erf} x\right)$$

Рассмотрим предельный случай больших чисел скоростного отношения $S -> \infty$, характерный для гиперзвукового обтекания. В этом случае, функция $\chi\left(S\sin\theta\right)$ может быть аппроксирована через выражение:

$$\chi\left(S \sin\theta\right) \approx 2\sqrt{\pi} S \sin\theta$$

Подставляя полученное приближение в выражение (2.1), получаем:

$$q_{см} = n_\infty k T_\infty \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} S^3 \left(1 - 2t_w \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) \sin\theta \qquad (2.2)$$

При этом используется соотношение

$$n_\infty k T_\infty \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} S^3 = \frac{2\rho_\infty k T_\infty}{2m} S^3 = \frac{\rho_\infty U_\infty^3}{2}$$

Таким образом, в свободномолекулярном случае, тепловой поток пропорционален $\sin\theta$ и определяется величинами набегающего потока и температурного фактора.

$$q_{см} = \frac{\rho_\infty U_\infty^3}{2} \left(1 - 2t_w \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) \sin\theta$$

Введём безразмерный коэффициент теплопередачи

$$Ch = \left(1 - 2t_W \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) \sin\theta \qquad (2.3)$$

В критической точке $\theta = \pi / 2$ и $\sin\theta = 1$

Окончательно, получаем выражения для коэффициентов теплопередачи и теплоотдачи:

$$Ch_{см} = 1 - 2t_w \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \quad St_{см} = \frac{1 - 2t_w(\gamma - 1)/\gamma}{1 - t_w} \qquad (2.4)$$

Отметим, что в работе [4] содержится ошибка, которая идет из работы [5]

Теперь рассмотрим случай $\theta = 0$. В этом случае, тепловой поток в свободномолекулярном режиме определяется выражением:

$$q_{см} = \frac{n_\infty k T_\infty}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT_\infty}{m}} \left(S^2 + \frac{5}{2} - 2\frac{T_w}{T_\infty}\right)$$

Соответствующий коэффициент теплопередачи имеет вид

$$Ch_{см} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{S^3} \left(S^2 + \frac{5}{2} - 2\frac{T_w}{T_\infty}\right)$$

При предельном случае больших чисел скоростного отношения $S -> \infty$ имеем асимптотическое выражение

$$Ch_{см} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{S} \left(1 - 2t_w \frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)$$

3. Самоподобная интерполяция

Оценка коэффициента теплопередачи в критической точке тела может быть выполнена на основе эмпирических зависимостей, предложенных в работе [4].

$$St = \left\{ \frac{\dfrac{St_{см}^2 + \left(1 - St_{см}^2\right)\mathrm{Re}_0^{0.1}}{1 + a_0\,\mathrm{Re}_0^{0.9}} + a_*^2\left(a_1\,\mathrm{Re}_0^{1.5} + a_2\,\mathrm{Re}_0^2\right)}{1 + a_2\,\mathrm{Re}_0^3} \right\}^{1/2} \qquad (3.1)$$

Здесь $St_{см}$ - число стантона в свободномолекуляном режиме, параметры корреляции определены в соответствии с работой [4] и имеют следующие значения: $a_0 = 0.3$, $a_1 = \left(2 - t_w\right)\times 10^{-5}$, $a_2 = 0.5\left(1 - t_w\right)\times 10^{-5}$, $a_* = 2$

В предельных случаях изменения числа Рейнольдса реализуются режимы, соответствующие либо свободномолекулярному, либо континуальному течению.

При $\mathrm{Re}_0 -> 0$, $St -> St_{см}$, при $\mathrm{Re}_0 -> \infty$, $St -> a_* / \sqrt{\mathrm{Re}_0}$

Таким образом, итоговое выражение для числа Стантона может быть представлено в виде асимптотической зависимости.

$$St = \begin{cases} St_{см} \\ a_*\,\mathrm{Re}_0^{-1/2} \end{cases} \qquad (3.2)$$

На основе самоподобной интерполяции первого порядка, предложенной в работе [6], для числа Стантона получаем выражение

$$St = St_{см}\left(1 + \frac{St_{см}^2}{a_*^2}\mathrm{Re}_0\right)^{-1/2} \qquad (3.3)$$

Или для коэффициента теплопередачи имеем

$$Ch = Ch_{см}\left(1 + \frac{Ch_{см}^2}{a_*^2\left(1 - t_w\right)^2}\mathrm{Re}_0\right)^{-1/2} \qquad (3.4)$$

На Рис.1 и Рис.2 представлены зависимости коэффициента теплопередачи в критической точке, рассчитанные по формулам (3.1), (3.4) от числа Рейнольдса при различных значениях температурного фактора.

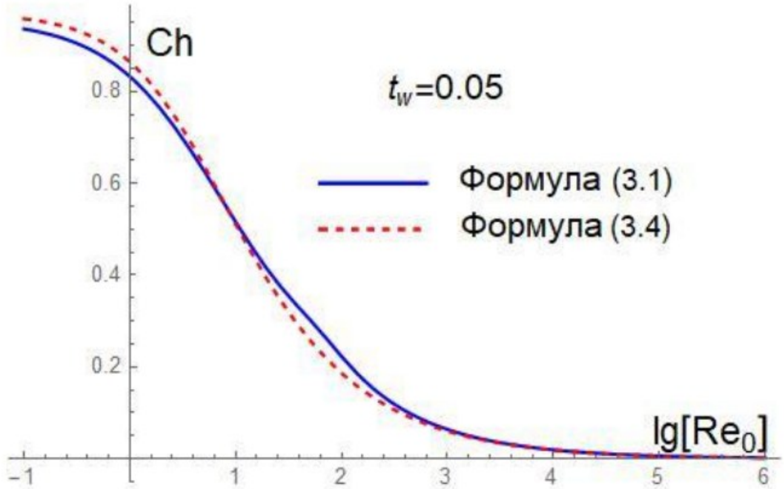

Рис.1 Коэффициент теплопередачи в критической точке в зависимости от числа Рейнольдса Re_0, $t_w = 0.05$

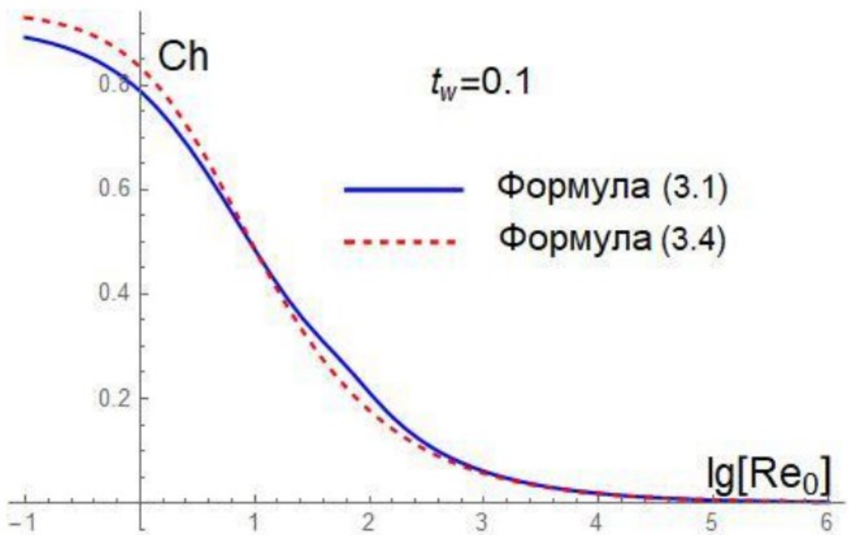

Рис.2 Коэффициент теплопередачи в критической точке в зависимости от числа Рейнольдса Re_0, $t_w = 0.1$

Сопоставление результатов, полученных с использованием различных приближённых соотношений, показывает, что наибольшее расхождение между ними наблюдается при $Lg(\mathrm{Re}_0) \approx 2$ и может достигать приблизительно 10%. С увеличением числа Рейнольдса различие между расчётными значениями уменьшается и, как правило, не превышает 1% при $Lg(\mathrm{Re}_0) > 4$.

Заключение

В работе рассмотрены особенности теплообмена в критической точке при гиперзвуковом обтекании тела. Проанализированы континуальный и свободномолекулярный режимы теплообмена и показаны ограничения их применимости. На основе метода самоподобной интерполяции получены уточненные выражения для коэффициента теплопередачи, обеспечивающие корректный переход между предельными режимами.

Анализ результатов, полученных на основе различных приближённых зависимостей, свидетельствует о том, что максимальные расхождения имеют место при $Lg(\mathrm{Re}_0) \approx 2$ и достигают приблизительно 10%. С увеличением числа Рейнольдса различие между расчёными значенями уменьшается и, как правило, не превышает 1% при $Lg(\mathrm{Re}_0) > 4$. Полученные результаты могут быть использованы в практических расчетах тепловых потоков при гиперзвуковых скоростях.

References

1. Горелов С. Л., Русаков С. В. Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2002. № 3. С. 131–144.

2. Теплообмен в окрестности пространственной критической точки неравновесного вязкого ударного слоя при произвольной каталитической активности поверхности / Ботин А. В., Провоторов В. П., Рябов В. В., Степанов Э. А. // Труды ЦАГИ. 1999. Вып. 2514. С. 13–22.

3. Коган М.Н. Динамика разреженного газ. М: Наука, 1967, 440 с.

4. Провоторов В.П., Степанов Э.А. Приближенные зависимости для расчета теплообмена на теле, обтекаемом гиперзвуковым потоком газа // Ученые записки ЦАГИ, 1992, Т. XXIII, № 2, С. 25-29.

5. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М: ИЛ, 1962, 607 с.

6. Горелов С.Л. Применение метода самоподобной интерполяции к задачам динамики разреженного газа// ПММ, 2005. т. 69, Вып. 3, С. 438-444.