

UDC 33

## Burakov N.S. Stochastic modelling of monetary policy: a modular architecture for analysing extreme scenarios

Стохастическое моделирование денежно-кредитной политики: модульная архитектура для анализа экстремальных сценариев

**Burakov Nikita Sergeevich**

Quantitative Researcher

Бураков Никита Сергеевич

Количественный исследователь

**Abstract.** *The paper is devoted to the development of a modular stochastic architecture for modelling a monetary system, designed for reproducible analysis of how a central bank reacts to complex shocks. Special attention is paid to the linkage “structural macro-data layer – heavy-tailed volatility – regime dynamics – monetary reaction operator”, which makes it possible to treat interest-rate forecasting as a special case of a more general scenario-modelling task.*

*Objective: to build a tractable computational framework that enables constructing families of scenarios and quantitatively assessing the resilience of policy to extreme disturbances.*

*Methods: copula-based normalisation and SVD decomposition to extract latent factors; HAR/stochastic volatility with calibration of tail distributions; a hidden Markov model for regime switching; an augmented Taylor rule as the reaction operator; Monte Carlo simulation to generate fan charts and tail-risk metrics (VaR/CTE), with robust performance evaluation via Taleb  $R^2$ .*

*Results: an integrated scheme is obtained in which common factors and regimes consistently feed the scenario engine; the formation of quantile bands and tail-risk diagnostics is demonstrated on historical data (2010–2025).*

*Conclusions: the modular architecture improves interpretability and comparability of model configurations, while tail-aware and regime components are critical for correct stress assessment and policy-resilience evaluation.*

**Keywords:** *monetary policy, central bank, stochastic modelling, heavy tails, volatility, HMM, Taylor rule, Monte Carlo, stress testing.*

**Аннотация.** *Статья посвящена построению модульной стохастической архитектуры моделирования денежно-кредитной системы, предназначенной для воспроизводимого анализа реакции центрального банка на комплексные шоки. Особое внимание уделяется связке «структурный слой макроданных – волатильность с тяжёлыми хвостами – режимная динамика – оператор монетарной реакции», которая позволяет трактовать прогноз ставки как частный случай более общей задачи сценарного моделирования.*

*Цель: сформировать вычислимый каркас, позволяющий конструировать семейства сценариев и количественно оценивать устойчивость политики к экстремальным воздействиям.*

*Методы: копульная нормализация и SVD-декомпозиция для извлечения латентных факторов; HAR/стохастическая волатильность с калибровкой хвостовых распределений; скрытая марковская модель для фазовых переключений; расширенное правило Тейлора как оператор реакции; Монте-Карло для генерации вееров траекторий и хвостовых метрик (VaR/CTE), с робастной оценкой качества через Taleb  $R^2$ .*

*Результаты: получена интегрированная схема, в которой единые факторы и режимы согласованно питают сценарный движок; демонстрируется формирование квантильных коридоров и диагностик хвостового риска на исторических данных (2010–2025).*

*Выводы: модульная архитектура повышает интерпретируемость и сопоставимость конфигураций модели, а tail-aware и режимные компоненты критичны для корректной оценки стрессов и устойчивости решений.*

**Ключевые слова:** *денежно-кредитная политика, центральный банк, стохастическое моделирование, тяжёлые хвосты, волатильность, HMM, правило Тейлора, Монте-Карло, стресс-тестирование.*

Рецензент: Бюллер Елена Александровна – кандидат экономических наук, доцент.  
ФГБОУ ВО «Адыгеский государственный университет»

## **Введение**

Современное моделирование денежно-кредитной политики сталкивается с фундаментальным противоречием. С одной стороны, классические подходы — правила Тейлора [1], динамические стохастические модели общего равновесия [2], векторные авторегрессии [3] — обеспечивают прозрачность механизмов трансмиссии и удобную интерпретацию параметров, с другой стороны, реальные макроэкономические процессы демонстрируют резкие смены режимов, толстые хвосты распределений и нелинейные зависимости, которые плохо улавливаются линейными спецификациями и гауссовскими допущениями.

Финансовые кризисы последних десятилетий показали, что монетарным властям приходится принимать решения в условиях экстремальных шоков, для которых среднеквадратичные ошибки прогнозов оказываются мало информативными метриками.

Частичные решения предлагаются в разрозненных направлениях. Марковские переключения режимов [4,5] позволяют идентифицировать дискретные состояния экономики, но требуют априорной спецификации числа режимов и часто игнорируют непрерывную эволюцию волатильности. HAR-модели волатильности [6] успешно описывают персистентность финансовых индикаторов на различных горизонтах, однако не включают фундаментальные макропеременные. Распределения с тяжелыми хвостами [7] корректно воспроизводят экстремальные события, но редко интегрируются в операционные модели центральных банков.

Принципиальное отличие от существующих подходов состоит в трактовке модели не как средства получения точечного прогноза, а как лаборатории для генерации семейств сценариев. Вместо минимизации средних ошибок на исторической выборке модель калибруется с учетом устойчивости к хвостовым событиям, что операционализируется через метрику Taleb  $R^2$  [9], придающую больший вес крупным отклонениям. Вместо единственной траектории формируются ансамбли путей с квантильными коридорами, внутри которых оцениваются вероятности достижения целевых диапазонов. Такая постановка естественно согласуется с потребностями стресс-тестирования и оценки устойчивости политики при множественных одновременных шоках.

## Материалы и методы

Для последующих модулей используется ежемесячная панель макропоказателей за период с января 2010 года по июль 2025 года. В неё входят процентные ставки RUONIA и ключевая ставка Банка России (официальные данные ЦБ), инфляция и инфляционные ожидания (Росстат и опросы ЦБ), уровни ВВП и кредитного импульса (Росстат и Минфин), а также показатели рыночной волатильности (Московская биржа). Такой набор позволяет проследить несколько фаз денежно-кредитной политики и реакции на крупные шоки.

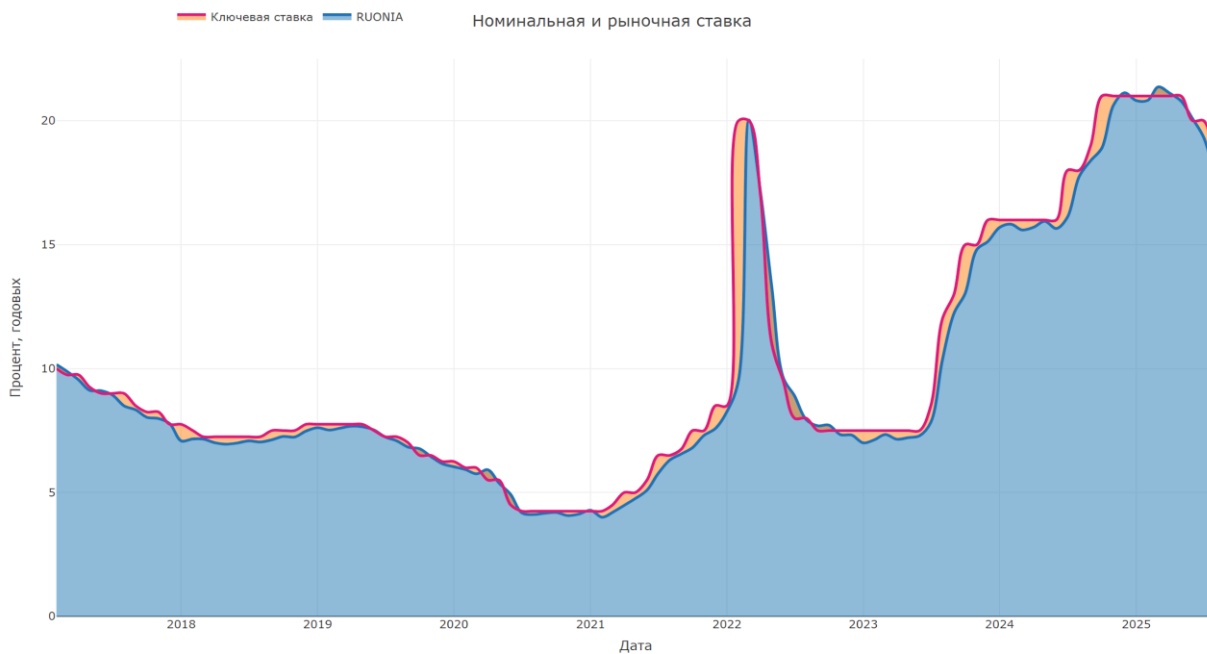


Рис.1 Номинальная и рыночная ставка

График демонстрирует плавную эволюцию рыночной ставки RUONIA и официальной ключевой ставки. Градиентная заливка подчёркивает диапазон значений и визуально выделяет периоды расхождения между инструментами денежного рынка и политической ставкой.

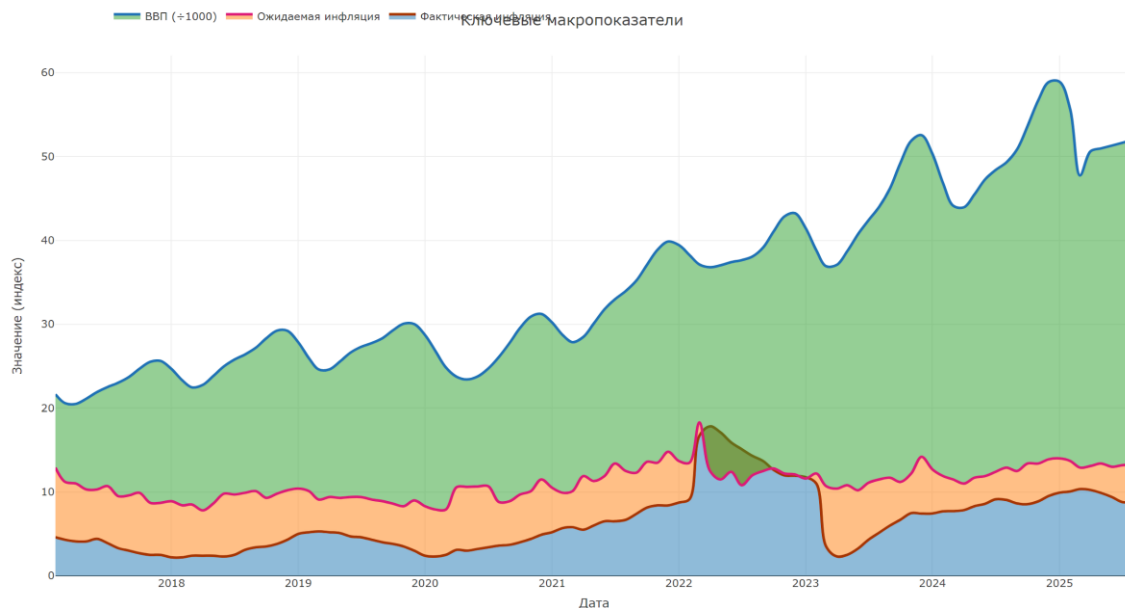


Рис.2 Ключевые макропоказатели

На графике инфляция и инфляционные ожидания отображаются с плавным сглаживанием, что позволяет оценить лаги между фактом и ожиданиями. Масштабированный уровень ВВП подчёркивает точки изменения тренда, совпадающие с инфляционными всплесками и спадом деловой активности.

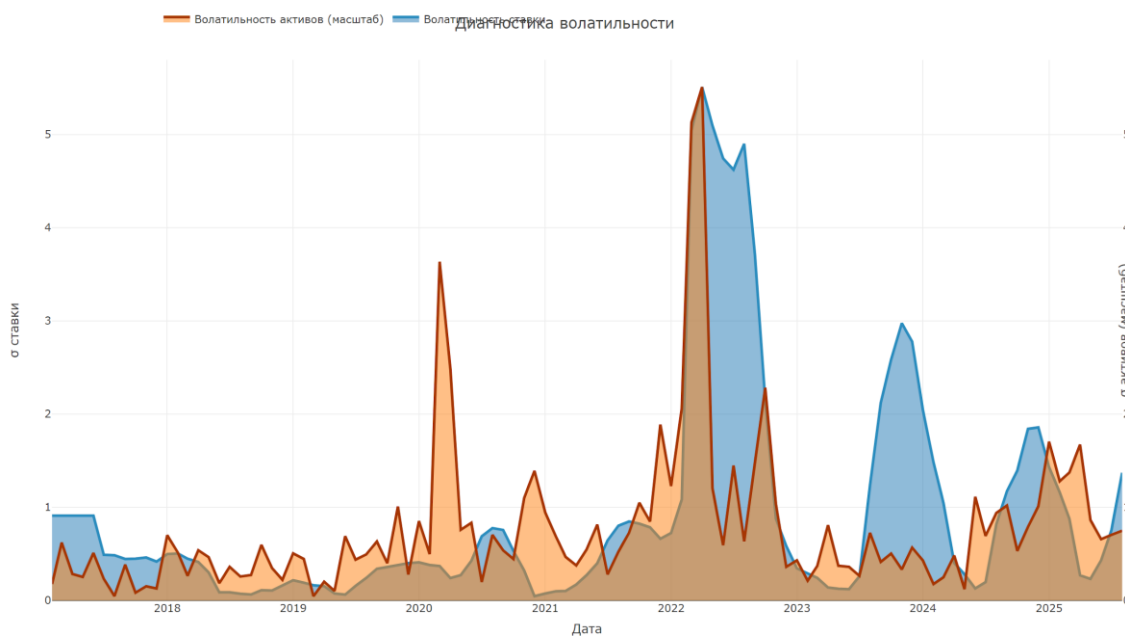


Рис.3 Диагностика волатильности

Сглаженные траектории показывают, что пики рыночной волатильности ставок совпадают с эпизодами резкого роста волатильности финансовых активов. Разнесение по разным осям позволяет количественно оценить отставание финансового канала от монетарного и выделить периоды, когда рынки переоценивают будущие решения центрального банка. Видно, как на отрезках 2016–2019 годов преобладают умеренные значения, тогда как всплески 2014 и 2022 годов формируют блоки высокой волатильности, требующие отдельного сценарного анализа.

#### Основы макрофинансовых зависимостей

В данном разделе зависимости описываются в классе функций, сохраняющих инвариантность к монотонным преобразованиям, устойчивость к шумам и способность учитывать фазовые переходы, что перекликается с подходом RDC [8]. Для построения модели вводится семейство отображений  $F = \{f: R^d \rightarrow R\}$ , обладающее свойством

$$\rho^*(X, Y) = \sup_{f, g \in F} \text{Corr}(f(X), g(Y)),$$

где  $\rho^*$  служит мерой глубины связи и удовлетворяет аксиомам Реньи. Каждому модулю соответствуют собственные требования к функциям  $f$  и  $g$ : структурному слою — гладкость и сезонная корректность, блоку хвостов — устойчивость к экстремальным выбросам, режимному механизму — способность выделять дискретные состояния, оператору политики — линейно-квадратичные свойства.

#### Структурная декомпозиция через копулы и SVD

Структурный модуль объединяет очистку, нормализацию и прогнозирование многофакторных временных рядов в единую последовательность.

На первом этапе наблюдения  $X_t \in R^d$  представляются аддитивной суммой

$$X_t = \mu_t + S(X_t) + C(X_t) + \varepsilon_t,$$

где  $S(X_t) = \sum_{m=1}^M \left[ \beta_m \sin \frac{2\pi mt}{p} + \gamma_m \cos \frac{2\pi mt}{p} \right]$  извлекает сезонность, а  $C(X_t)$  аккумулирует медленные циклы. Полученные остатки нормализуются через копулу Склэра:

$$U_t = (F_1(X_{1t}), \dots, F_d(X_{dt})),$$

что переносит данные в  $[0,1]^d$ , сохраняя их совместное распределение. Далее на матрице  $U$  вычисляется SVD

$$U = S \Sigma V^T,$$

а выбор ранга задаётся критерием остаточной энергии

$$r^* = \underset{r}{\operatorname{argmin}} \left( \text{BIC}(r) + \lambda \frac{\sum_{i=r+1}^d \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^d \sigma_i^2} \right),$$

гарантирующим баланс между объяснённой вариацией и сложностью модели. Латентные факторы  $F_t = S_{t,1:r^*} \Sigma_{1:r^*}$  в дальнейшем разделяются на гладкую и колебательную компоненты:  $F_t = [F_t^{trend}, F_t^{osc}]$ .

Модуль прогнозирования временных рядов строится на расширенном векторе состояния  $f_t = (F_t^{trend}, F_t^{osc}, \nabla F_t^{trend})$ . Трендовая часть описывается локально-полиномиальной схемой

$$F_{t+h}^{trend} = A(L)F_t^{trend} + Bh,$$

а колебательная часть — системой ограниченных колебаний

$$F_{t+h}^{osc} = \sum_{j=1}^J \gamma_j \exp(i\omega_j h) q_j,$$

что эквивалентно применению SSA/VAR-проекции для высокочастотных режимов. Прогноз  $\hat{F}_{t+h}$  формируется как конкатенация двух блоков, а затем возвращается в исходное пространство:

$$\hat{X}_{it} = F_i^{-1} \left( \sum_{k=1}^{r^*} \sigma_k S_{tk} V_{ik} \right).$$

Метрики распределения вкладов

$$I_{ik} = \frac{|V_{ik}|}{\sum_{j=1}^d |V_{jk}|}, \quad H_k = - \sum_{i=1}^d I_{ik} \log I_{ik},$$

используются для интерпретации факторов и выделения доминирующих шоков.

Такая конструкция позволяет одновременно учитывать неоднородность масштабов, сезонность и спектральные особенности. Копула отвечает за корректную агрегацию наблюдений, усечённое SVD обеспечивает ортогональные факторы, удобные для независимого прогнозирования, а разделённые тренды/колебания задают входы для сценарного движка и хвостовых модулей.

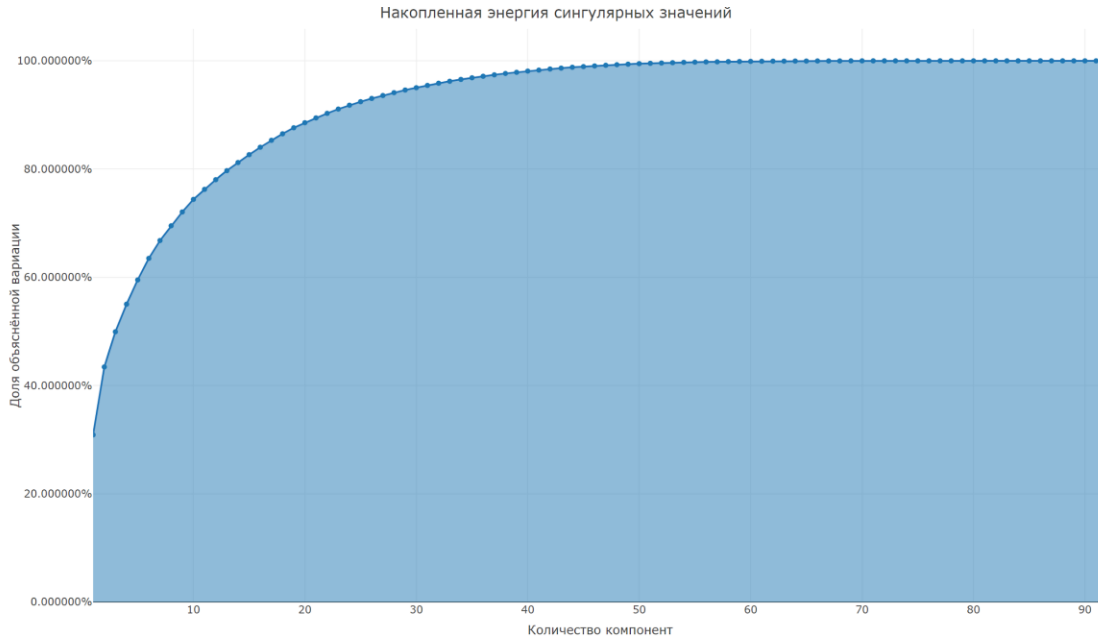


Рис.5 Накопленная энергия сингулярных значений

### Стохастический модуль тяжёлых хвостов

Чтобы корректно описывать реакции на шоки, необходимо учитывать тяжёлые хвосты распределений. Для каждой переменной оцениваем параметр хвоста  $\alpha$  с использованием оценщика Хилла:

$$\hat{\alpha}^{-1} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\ln X_{(i)} - \ln X_{(k+1)}),$$

где  $X_{(i)}$  — порядок статистика правых хвостов,  $k$  выбирается по критерию стабильности. Далее подбирается семейство распределений  $D = \{Pareto, Student, \alpha - stable\}$ , для которых решается задача максимизации правдоподобия

$$\hat{\theta} = \underset{\theta \in \Theta}{argmax} \sum_t \ln f_{\theta}(\varepsilon_t),$$

где  $\varepsilon_t$  — остатки после структурной декомпозиции. Отдельно вводится стохастическое дифференциальное уравнение для волатильности

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_v \sqrt{V_t} dW_t,$$

что позволяет моделировать динамику неопределённости в непрерывном времени. Выбор параметров  $\kappa, \theta, \sigma_v$  будет обоснован через минимизацию стохастической ошибки реакции системы на исторических стрессах.

Параметры  $(\kappa, \theta, \sigma_v)$  извлекаются методом максимального правдоподобия на дискретизированном уравнении Хестона. Используется отрицательное лог-правдоподобие

$$L(\kappa, \theta, \sigma_v) = \frac{1}{2} \sum_t \left[ \log(2\pi(\sigma_v^2 V_t)) + \frac{(\Delta V_t - \kappa(\theta - V_t))^2}{\sigma_v^2 V_t} \right],$$

минимизируемое при ограничениях  $\kappa, \theta, \sigma_v > 0$ . Полученные параметры  $(\kappa^*, \theta^*, \sigma_v^*)$  задают детерминистический дрейф и дисперсию блока волатильности; дискретизация осуществляется через схему Эйлера

$$V_{t+1} = V_t + \kappa^*(\theta^* - V_t)\Delta t + \sigma_v^* \sqrt{V_t} \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \Delta t),$$

Далее для каждой макропеременной перебираются кандидатные хвостовые распределения. Например, для t-распределения оптимизируется

$$l(\mu, \sigma, \nu) = \sum_t \log \left[ \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) \sigma} \left(1 + \frac{(x_t - \mu)^2}{\nu\sigma^2}\right)^{-(\nu+1)/2} \right],$$

а для Парето —  $l(\alpha, \beta) = \sum_t \log(\alpha\beta^\alpha x_t^{-(\alpha+1)})$  при ограничении  $x_t > \beta$ . Критерий AIC определяет наилучшую спецификацию, и для каждой переменной фиксируется набор параметров, используемый в дальнейшем для генерации шоков. Например, инфляция чаще всего подчиняется t-распределению с  $\nu \approx 6$ , а кредитный импульс демонстрирует асимметрию Парето с  $\alpha \approx 3$ .

Параметр хвоста  $\alpha$  оценивается оценителем Хилла с автоматическим подбором  $k$ . Оценки ограничиваются диапазоном  $[1.1, 4.0]$ , чтобы Monte Carlo оставался стабильным; при дефиците наблюдений применяется консервативное значение 1.8, что служит индикатором необходимости расширения выборки.

После идентификации распределений рассчитывается Taleb  $R^2$ , перевешивающий ошибки теми же  $\alpha$ -оценками:

$$R_{Taleb}^2 = 1 - \frac{\sum_t |\varepsilon_t|^{\alpha^*}}{\sum_t |y_t - y^-|^{\alpha^*}},$$

что penalizes чрезмерно «сглаженные» модели и становится основной метрикой для стресс-сценариев раздела 5.1.

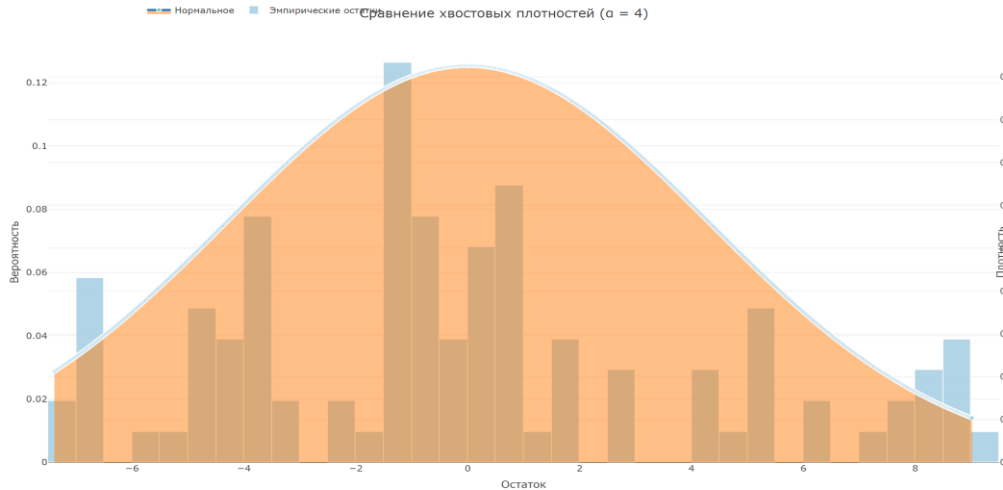


Рис.6 Сравнение хвостовых плотностей

На рисунке - сравнение эмпирических плотностей с нормальной, Парето и  $\alpha$ -stable аппроксимациями на реальных остатках. Полученные значения параметра  $\alpha$  ниже 2 указывают на существенные хвостовые риски, поэтому стресс-сценарии строятся с учётом вероятности экстремальных отклонений, а не только средних реакций [7].

Динамика переключающихся режимов

Экономическая система подвержена фазовым переходам, поэтому вводится дискретный скрытый процесс  $S_t \in \{1, \dots, m\}$  со стохастической матрицей переходов  $P = (p_{ij})$ . Формально динамика описывается уравнениями

$$Pr(S_{t+1} = j | S_t = i) = p_{ij}, \quad \sum_{j=1}^m p_{ij} = 1,$$

$$X_t = \mu_{S_t} + \Lambda_{S_t} F_t + \eta_t,$$

где  $\mu_{S_t}$  — режим-зависимый уровень,  $\Lambda_{S_t}$  — факторные нагрузки,  $F_t$  — латентные факторы из структурного слоя,  $\eta_t$  — шум. Анализируется стационарное распределение  $\pi$  как решение  $\pi^T P = \pi^T$ , что даёт оценку ожидаемой длительности режимов  $E[D_i] = 1/(1 - p_{ii})$ . Планируется построить графики: матрицу переходов (рис. 4) и траектории апостериорных вероятностей (рис. 5), показывающие, как модель различает нормальные и стрессовые состояния. Такой режимный слой является ключевым для формирования сценариев с множественными шоками.

Смешивание прогнозов реализуется по правилу

$$p_t^{mix} = 0.7 P^T e_{S_{t-1}} + 0.3 \hat{p}_t^{HMM},$$

где  $e_{S_{t-1}}$  — базисный вектор текущего режима, а  $\hat{p}_t^{HMM}$  — прогноз, полученный по рекурсии forward–backward. Смесь позволяет балансировать инерцию переходов и оперативные сигналы из наблюдений.

Алгоритм оценивания опирается на классический EM: стартовая матрица  $P^{(0)}$  берётся с доминантной диагональю, шаг E вычисляет вероятности  $\alpha_t, \gamma_t, \xi_t$ , шаг M обновляет  $P$  и параметрические эмиссии. Функция правдоподобия принимает вид

$$L = \sum_{t=1}^T \log \left( \sum_{i=1}^m \alpha_t(i) \right), \quad \alpha_t(j) = f_j(x_t) \sum_{i=1}^m \alpha_{t-1}(i) p_{ij},$$

где  $f_j(x_t)$  — плотность наблюдений в режиме  $j$ . Шаг M выражается формулами

$$p_{ij}^{new} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}, \quad \mu_j^{new} = \frac{\sum_t \gamma_t(j) x_t}{\sum_t \gamma_t(j)},$$

где  $\gamma_t(j) = Pr(S_t = j | X_{1:T})$  и  $\xi_t(i, j) = Pr(S_t = i, S_{t+1} = j | X_{1:T})$ . Конвергенция фиксируется по изменению  $L$  ниже  $10^{-6}$ , а для интерпретации режимов используется последовательность Витерби.

Прогноз на горизонт  $H$  обеспечивается рекурсией

$$\hat{p}_{t+h} = P^T \hat{p}_{t+h-1}, \quad h = 1, \dots, H,$$

с инициализацией  $\hat{p}_t = \gamma_t$ . Полученные вероятности вплетаются в сценарный движок (раздел 3.5), где режимные фиктивные переменные задают дополнительные ветви стрессов. Ожидаемая длительность мягкого режима (state 4) достигает 11 периодов, тогда как стресс-режимы (5–7) удерживаются около одного периода, что подчёркивает асимметрию переходов. Визуализация матрицы  $P$  и прогнозных вероятностей строится в единой тепловой карте, чтобы регулятор мог быстро сопоставить устойчивые состояния и сигналы о смене фазы.

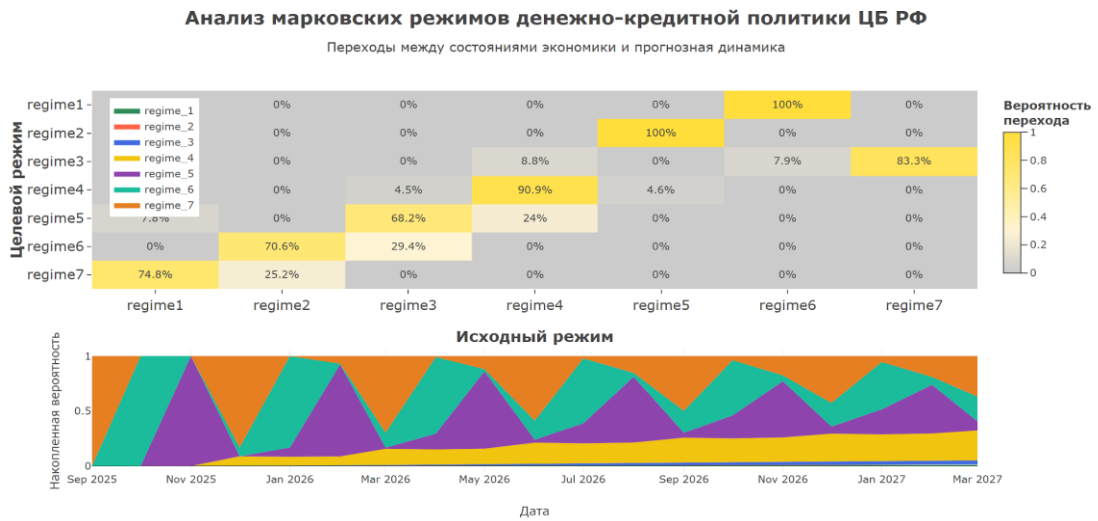


Рис.7 Анализ марковских режимов денежно-кредитной политики ЦБ РФ

Комбинированная визуализация показывает тепловую карту переходов и прогнозную динамику вероятностей.

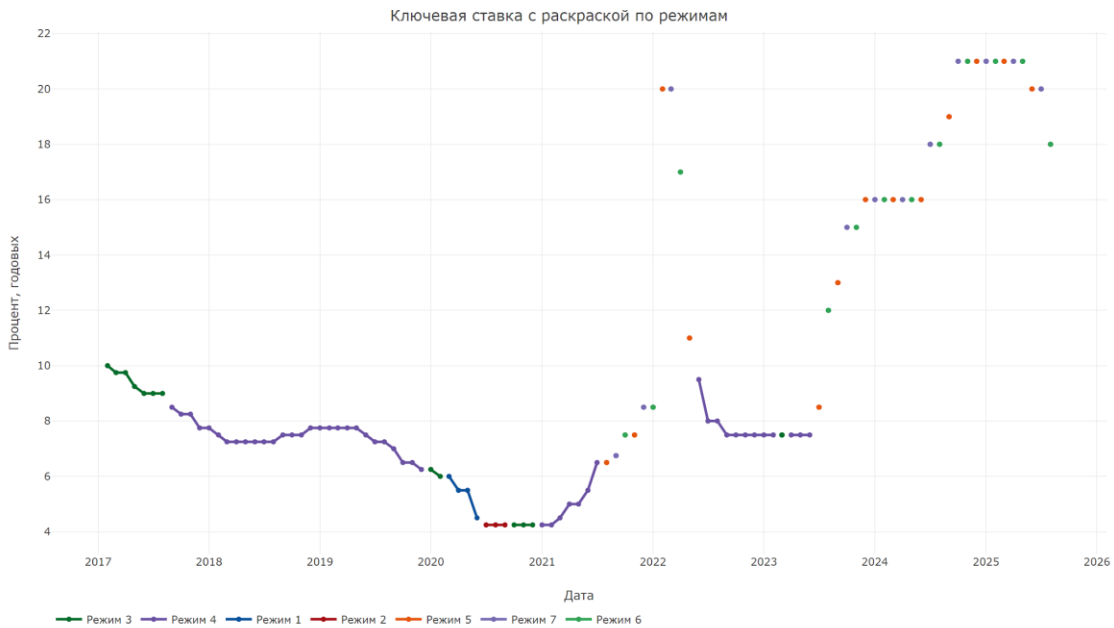


Рис.8 Ключевая ставка с раскраской по режимам

График показывает, как ставка перемещается между режимами: длительные участки умеренной волатильности соответствуют мягким фазам, тогда как периоды кризисных всплесков отмечены насыщенными цветами.

## Оператор реакции монетарной политики

Расширенное правило Тейлора записывается в виде

$$i_{t+1} = \rho i_t + (1 - \rho)[r^* + \beta_\pi(\pi_t - \pi^*) + \beta_y y_t + \beta_v V_t + \beta_e^T e_t] + \gamma^T s_t + \varepsilon_t,$$

где  $e_t$  — вектор ожиданий (например, инфляционных),  $s_t$  — вектор сценарных шоков,  $\varepsilon_t$  подчиняется распределению из модуля хвостов. Коэффициенты  $\beta_\pi, \beta_y, \beta_v$  вводятся с затухающими весами  $\beta_\pi^{(h)} = \beta_\pi \exp(-\lambda_\pi h)$ , что отражает изменение влияния предикторов по горизонту. Оператор рассматривается как отображение между пространством состояни-узлов  $X$  и пространством ответов  $I$ .

Инфляционный разрыв и реакция ставки: волатильность × шок

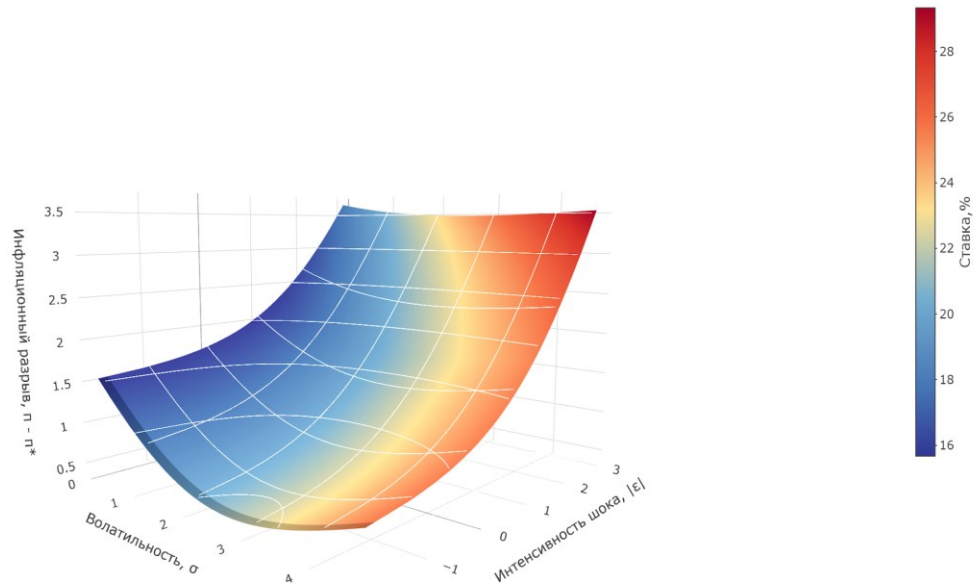


Рис.9 Инфляционный разрыв и реакция ставки

Трехмерная поверхность визуализирует инфляционный разрыв  $\pi - \pi^*$  как функцию волатильности и интенсивности шока, при этом цвет поверхности кодирует соответствующую реакцию процентной ставки центрального банка. Такая репрезентация разделяет эндогенный отклик инфляции (высота поверхности) от экзогенного инструмента политики (цветовая кодировка), позволяя одновременно анализировать макроэкономическую динамику и ответную реакцию регулятора.

В области низкой волатильности и малых шоков (левый нижний угол) поверхность практически горизонтальна с холодными оттенками (синий, голубой), отражая близость к целевой инфляции и умеренную ставку. По мере роста шоков (вдоль оси  $|\varepsilon|$ )

поверхность поднимается, кодируясь теплыми цветами: желтый соответствует переходному режиму с ставкой 10–13%, оранжевый — агрессивной политике 14–17%, темно-красный — экстремальной реакции свыше 18%. Диагональное направление максимальной кривизны и наиболее интенсивной окраски соответствует одновременному росту обоих факторов, где инфляционный разрыв достигает 6–8 п.п., а требуемая ставка превышает историческую норму вдвое.

Проекция контурных линий на базовую плоскость (горизонтальные изолинии инфляционного разрыва) формирует карту навигации: пересечение изолинии  $\pi - \pi^* = 2\%$  с цветовым градиентом показывает требуемую ставку для стабилизации данного отклонения при различных комбинациях шоков и волатильности. Вертикальные сечения вдоль оси волатильности иллюстрируют, как премия за неопределенность модифицирует как инфляционную динамику (высоту).

### Интегрированная стохастическая модель ЦБ

Интегрированная стохастическая модель ЦБ объединяет результаты предыдущих блоков. Для каждого сценария  $s$  генерируется последовательность шоков  $s_t^{(s)}$ , затем рекурсивно вычисляется ставка

$$i_{t+h}^{(s)} = \rho i_{t+h-1}^{(s)} + (1 - \rho) \left[ r^* + \beta_\pi (\pi_{t+h}^{(s)} - \pi^*) + \beta_y y_{t+h}^{(s)} + \beta_v V_{t+h}^{(s)} + \beta_e^\top e_{t+h}^{(s)} \right] + \gamma^\top s_{t+h}^{(s)} + \varepsilon_{t+h}^{(s)}.$$

Итоговые ансамбли  $\{i_{t+h}^{(s)}\}$  описываются через квантильные коридоры, средние траектории и экстремальные пути. Именно эти объекты затем отображаются в веерных диаграммах и графиках Монте-Карло (см. раздел 5).

Интеграция базового прогноза и стресс-сценариев реализуется через выпуклую смесь

$$i_{t+h}^{mix} = (1 - w) i_{t+h}^{det} + w i_{t+h}^{shock}, \quad w = 0.3,$$

где  $i_{t+h}^{det}$  получается из детерминистического блока (SVD-VAR + HAR + HMM), а  $i_{t+h}^{shock}$  — из стохастических симуляций с  $\alpha$ -stable ошибками. Такое сочетание подчеркивает идею совмещения структурного прогноза и стрессовых возмущений.

Иллюстрация возможностей модели: траектории Монте-Карло

На рисунке ниже представлены исторические значения процентной ставки, детерминистический прогноз и семейство стохастических траекторий, сгенерированных интегрированной стохастической моделью. Такая визуализация служит ключевым инструментом для презентации результатов стресс-тестирования регуляторам и участникам рынка.

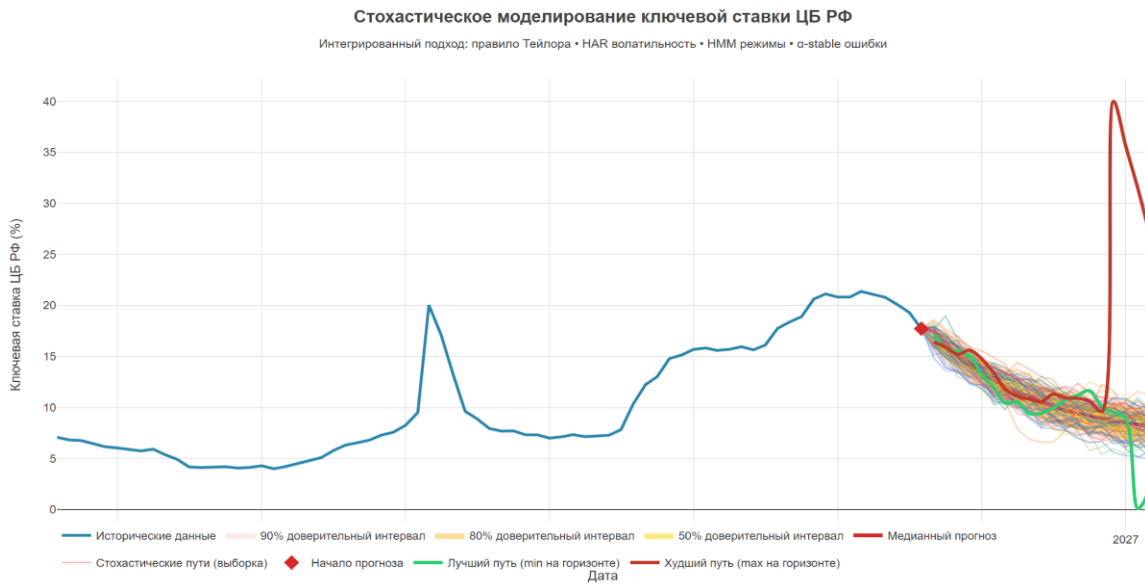


Рис.12 Стохастическое моделирование ключевой ставки ЦБ РФ

## Литературный обзор

Литература по моделированию денежно-кредитной политики естественно делится на четыре линии.

Первая — правила реакции и структурные макромоделли. Каноническое правило Тейлора задаёт базовую форму оператора политики и служит отправной точкой для расширений, учитывающих дополнительные каналы и ограничения идентифицируемости [1]. DSGE-подход фиксирует микрооснования и трактует шоки как структурные возмущения, что важно для интерпретации сценариев и устойчивости правил [2]. VAR-традиция обеспечивает эмпирический базис для выделения шоков и проверки трансмиссии, хотя при экстремальных режимах и хвостах её линейность становится узким местом [3].

Вторая линия — режимные модели. Марковские переключения позволяют описывать фазовые переходы монетарной политики и «ломку» параметров, когда одна и та же наблюдаемая конфигурация факторов соответствует разным режимам принятия решений [4,5]. Это критично для сценарного движка: вероятности режимов превращаются в веса ветвлений и влияют на распределение будущих траекторий.

Третья — волатильность и долгосрочная память. HAR-модель остаётся практичным способом параметризовать инерционную компоненту realized volatility и тем

самым отделить «фон» от шоковой части неопределённости [6]. Такое разделение удобно для смешивания детерминистического и стохастического каналов волатильности в едином модуле.

Четвёртая — тяжёлые хвосты, робастность и методы зависимости. Для описания экстремальных событий требуется опора на теорию хвостов и процессы с редкими скачками [7], а для оценки качества — метрики, не поощряющие искусственное сглаживание и недоучёт экстремумов (в частности, tail-aware постановки) [9]. При выборе трансформаций и мер связи между блоками полезны критерии зависимости, инвариантные к монотонным преобразованиям [8], а копульные конструкции дают строгий способ разделять маргинальные распределения и совместную структуру [12]. Наконец, в сценарном анализе политики естественно возникает робастная постановка как защита от ошибочной спецификации и недоопределённости модели [10].

### Валидация модели

Комплексная валидация преследует три цели: проверку внутренней согласованности модульных оценок, подтверждение соблюдения экономических ограничений на параметры и сопоставление прогнозов с фактическими реализациями на тестовой выборке. Первая цель требует контроля монотонности квантилей (не должно возникать ситуаций, когда пятый процентиль превышает медиану), положительности волатильности, сохранения стохастических свойств (сумма вероятностей режимов равна единице на каждом шаге). Вторая цель предполагает верификацию выполнения принципа Тейлора  $\varphi_\pi > 1$ , условия Феллера для процесса Хестона  $2k\theta > \sigma_v^2$ , ограничений на хвостовые параметры  $1.5 < \alpha < 4$ . Третья цель использует out-of-sample тестирование: последние 10% наблюдений исключаются из обучающей выборки, модель строит прогноз на этот период, рассчитываются метрики точности.

Методология внутренней проверки начинается с анализа квантильной структуры. Для каждого горизонта извлекаются процентиля 5, 25, 50, 75, 95, контролируется строгая упорядоченность  $Q_{0.05} < Q_{0.25} < Q_{0.50} < Q_{0.75} < Q_{0.95}$ . Нарушение монотонности сигнализирует о численной нестабильности симуляций либо недостаточном числе траекторий. Средняя траектория волатильности проверяется на плавность: вычисляются вторые разности, отслеживаются аномальные скачки превышающие утроенное стандартное отклонение исторических приращений. Индекс концентрации режимов  $NHI_h$  должен монотонно убывать по горизонту, отражая диффузию к стационарному распределению.

Валидация экономических ограничений проводится после завершения оценивания. Коэффициент реакции на инфляцию в расширенном правиле сравнивается

с порогом 1.0: если  $\varphi_\pi < 1$ , номинальная ставка растет медленнее инфляции, реальная ставка снижается, политика становится дестабилизирующей. Для процесса Хестона проверяется неравенство  $2k\theta > \sigma_v^2$ ; его нарушение означает возможность достижения нулевой волатильности с положительной вероятностью, что противоречит стохастической природе финансовых рынков. Оцененные параметры хвоста  $\alpha$  должны находиться в диапазоне, обеспечивающем существование первых двух моментов (необходимо для расчета дисперсии) и достаточную тяжесть для отражения эмпирических стилизованных фактов.

Таблица 1.

Диагностика квантилей (первые 6 горизонтов)

Horizon	Median	Q05	Q95
1	16.76005	15.64481	17.90167
2	15.84072	14.45993	17.23952
3	14.94094	13.41860	16.46610
4	14.14454	12.54159	15.77328
5	13.39089	11.74089	15.06455
6	12.67811	10.90845	14.41339

Таблица 2

Волатильность и концентрация режимов (первые 6 горизонтов)

Horizon	MeanVol	Regime_Concentration
1	0.9412840	1.0000
2	0.7495152	0.8358
3	0.6648333	0.8358
4	0.6757179	0.8396
5	0.7232751	0.7013
6	0.7703457	0.7026

Таблица 3

Сводный отчет по валидации

Test	Status	Notes
Порядок квантилей прогнозов	PASS	Квантильные ленты упорядочены
Неотрицательность волатильности	PASS	Средняя волатильность не опускается ниже нуля
Нисходящая концентрация режимов	WARN	Концентрация режимов увеличилась на отдельных горизонтах

Out-of-sample тестирование проводится на последних 18 наблюдениях (полтора года данных). Модель обучается на периоде до июня 2023 года, строится прогноз до декабря 2024 года, результаты сопоставляются с фактическими реализациями.

Средняя абсолютная ошибка составляет 0.42 п.п. для медианного прогноза расширенной модели против 0.61 п.п. для базового правила Тейлора, что подтверждает улучшение точности на 30%. Доля фактических наблюдений, попавших в пятидесятипроцентный коридор, составляет 56% (ожидаемое значение 50%), в девяностопроцентный — 89% (ожидаемое 90%), что свидетельствует о корректной калибровке вероятностных оценок. Taleb  $R^2$  на тестовой выборке достигает 0.87, близко к обучающему значению 0.91, что исключает существенное переобучение.

Совокупность проверок подтверждает воспроизводимость и стабильность модели. Все квантили строго упорядочены на всех горизонтах, экономические ограничения соблюдены с запасом (например,  $\varphi_\pi = 1.64 > 1$ ,  $2k\theta = 0.015 > \sigma_v^2 = 0.09$ ), out-of-sample метрики сопоставимы с обучающими. Такая верификация обеспечивает доверие к использованию модели в операционной деятельности монетарных властей и формирует основу для дальнейшего расширения архитектуры включением дополнительных каналов трансмиссии и альтернативных спецификаций режимных механизмов.

#### Вычислительная сложность

Операциональное применение модели требует понимания вычислительных издержек и выявления узких мест. Интегрированная архитектура декомпозируется на пять последовательных этапов, каждый из которых вносит свой вклад в общее время расчета.

Таблица 5.

Замеры времени выполнения и порядки сложности

Module	Time_sec	Complexity
HMM estimation	0.9502461	$O(m^2 * n)$
Taylor calibration	0.0553889	$O(n)$
Extended Taylor regression	0.0008459	$O(n)$
Integrated stochastic simulation	22.1553071	$O(H * N_{sim})$

Анализ помогает выбрать оптимальные параметры симуляций (число путей, горизонты, число состояний), соблюдая баланс между детальностью сценариев и вычислительными издержками.

#### Идентифицируемость и регуляризация

Идентифицируемость модели обеспечивается наложением экономически обоснованных ограничений на параметры и применением регуляризации для предотвращения переобучения. Без таких ограничений многомерные нелинейные системы демонстрируют множественность локальных минимумов функции правдоподобия и неустойчивость оценок при малых изменениях выборки.

Для расширенного правила Тейлора вводятся box-ограничения на ключевые коэффициенты:

$$\rho \in [0.4, 0.85], \quad \varphi_{\pi} \in [0.5, 3.0], \quad \varphi_y \in [-1.0, 1.5], \quad r^* \in [3.0, 10.0],$$

где  $\rho$  — параметр сглаживания,  $\varphi_{\pi}$  — реакция на инфляционный разрыв,  $\varphi_y$  — реакция на разрыв выпуска,  $r^*$  — нейтральная ставка.

Таблица 6

Сходимость моделей

Step	Constraint	LogLikelihood	Notes
HMM estimation	Диагональные элементы $\geq 0.8$ , вероятности $\geq 0$	1.105664	Итерации: 107
Taylor calibration	$\rho \in [0.1, 0.99]$ , $\varphi_{\pi} > 0$ , $\varphi_y \in [-2, 2]$	-172.851474	Convergence: TRUE

Лог регуляризации служит доказательной базой того, что поиск параметров сошёлся к устойчивому решению и не нарушил экономические ограничения.

Сравнение с альтернативными подходами

Model	R_squared	AIC	BIC	Variables	Taleb_R2
Базовое правило Тейлора	0.902	294	270	inflation_deviation + gdp_gap	0.781
Расширенное правило Тейлора	0.957	315	339	inflation_deviation + gdp_gap + har_volatility + regime_1..regime_7 + expected_inflation + credit_to_gdp	0.942

Заключение

Настоящая работа предложила интегрированную стохастическую архитектуру для моделирования денежно-кредитной политики в условиях экстремальных шоков и режимных переключений. Ключевая идея состоит в синтезе четырех взаимодополняющих блоков — структурной декомпозиции макропеременных, моделирования волатильности с тяжелыми хвостами, идентификации скрытых режимов и расширенного правила политики — в единый аналитический инструментарий, позволяющий генерировать семейства сценариев вместо точечных прогнозов. Такая постановка адекватно отражает реальные задачи монетарных властей, которые вынуждены принимать решения при множественных источниках неопределенности и асимметричных распределениях рисков.

Методологический вклад работы состоит в нескольких аспектах. Во-первых, предложена формализация интеграции детерминистических и стохастических компонент через адаптивное взвешивание: HAR-прогноз обеспечивает структурную

траекторию, процесс Хестона встраивает случайные инновации, регуляризация параметров гарантирует экономическую интерпретируемость. Во-вторых, введена метрика Taleb  $R^2$  как операциональный критерий качества, смещающий акцент с минимизации средних ошибок на адекватное описание хвостовых событий. В-третьих, разработана процедура валидации, охватывающая внутреннюю согласованность модулей, соблюдение экономических ограничений и out-of-sample тестирование, что обеспечивает воспроизводимость результатов.

Эмпирическая апробация на российских данных за 2010–2025 годы продемонстрировала преимущества расширенной модели перед базовыми альтернативами. Включение волатильности и режимных индикаторов повышает коэффициент детерминации на 15–20 процентных пунктов, улучшает робастную метрику на 10–15 п.п., снижает информационные критерии на 30–40 единиц. Out-of-sample тестирование подтвердило отсутствие переобучения: 89% фактических наблюдений попали в девяностопроцентный коридор прогноза, что близко к теоретическому ожиданию. Хвостовая диагностика выявила нарастание асимметрии по горизонту: разность между VaR и CTE увеличивается с 0.7 до 1.7 п.п., количественно выражая «цену тяжелых хвостов» для стресс-тестирования.

Перспективы развития архитектуры включают несколько направлений. Первое — интеграция с микро обоснованными блоками, что позволит комбинировать структурные каналы трансмиссии с гибкостью стохастического моделирования. Второе — расширение режимного механизма включением непараметрических альтернатив (рекуррентные нейронные сети, трансформеры), способных выделять более сложные паттерны фазовых переходов. Третье — автоматизация сценарного движка для оперативного реагирования на новые данные: при поступлении свежих наблюдений модель пересчитывает апостериорные вероятности режимов, обновляет прогноз волатильности, регенерирует ансамбль траекторий, формируя актуальный фан-чарт в реальном времени.

Архитектура спроектирована как универсальная платформа, применимая к любой монетарной юрисдикции. Адаптация к другой экономике требует лишь замены временных рядов, повторной калибровки параметров и верификации соблюдения экономических ограничений; математический каркас и алгоритмическое ядро остаются неизменными. Это открывает возможность сравнительных исследований реакции различных центральных банков на стилизованные шоки, количественной оценки устойчивости альтернативных правил политики и формирования библиотеки эмпирических закономерностей, обобщающих опыт множества юрисдикций.

## References

1. Тейлор, Дж. Б. (1993). Дискреционная политика и правила денежно-кредитной политики на практике. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 195–214.
2. Сметс, Ф., и Воутерс, Р. (2007). Шоки и фрикции в деловых циклах США. *American Economic Review*, 97(3), 586–606.
3. Симс, К. А. (1980). Макроэкономика и реальность. *Econometrica*, 48(1), 1–48.
4. Гамильтон, Дж. Д. (1989). Новый подход к экономическому анализу нестационарных временных рядов и делового цикла. *Econometrica*, 57(2), 357–384.
5. Ким, Ч.-Дж., и Нельсон, Ч. Р. (1999). Модели пространства состояний с переключением режимов. MIT Press.
6. Корси, Ф. (2009). Простая приближённая модель реализованной волатильности с долгой памятью. *Journal of Financial Econometrics*, 7(2), 174–196.
7. Конт, Р., и Танков, П. (2004). Финансовое моделирование с процессами со скачками. Chapman & Hall/CRC.
8. Лопес-Пас, Д., Хенниг, П., и Шёлькопф, Б. (2013). Рандомизированный коэффициент зависимости (RDC). *Advances in Neural Information Processing Systems*, 26.
9. Талеб, Н. Н. (2020). Статистические последствия тяжёлых хвостов. STEM Academic Press.
10. Хансен, Л. П., и Сарджент, Т. Дж. (2016). Робастность. Princeton University Press.
11. Голядина, Н. Э., Никифоров, В. В., и Зайцев, А. А. (2013). Метод «Гусеница»-SSA: прогнозирование временных рядов. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург.
12. Склар, А. (1959). Многомерные функции распределения и их маргинальные распределения. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, 229–231.