

UDC 533.6 (533.6.011)

Nguyen Van Lam, Nguyen Van Quang, Hoang Van Lam, Bui Van Hieu. The influence of the surface temperature factor on the minimum drag of axisymmetric power-law bodies in a free-molecular hypersonic flow

Влияние температурного фактора поверхности на минимальное сопротивление осесимметричных степенных тел в свободномолекулярном гиперзвуковом потоке

Nguyen Van Lam,

Ph.D. of Physics and Mathematics Sciences, Lecturer, Air Force Officer' College

Nguyen Van Quang,

Lecturer, Air Force Officers' College

Hoang Van Lam,

Lecturer, Air Force Officers' College

Bui Van Hieu,

Lecturer, Air Force Officers' College

Нгуен Ван Лам,

канд.ф.м. наук, преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил

Нгуен Ван Куанг,

преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил

Хоанг Ван Лам,

преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил

Буй Ван Хьеу,

преподаватель, Офицерское училище Военно-Воздушных Сил,

Abstract. *The problem of constructing bodies with minimum aerodynamic drag is one of the classical problems of hypersonic aerodynamics [1–5]. It is of particular interest under conditions of vehicle motion in a rarefied gas, where the hypothesis of local interaction between the flow and the body surface is applicable.*

Within this hypothesis, the variational problem reduces to the optimization of the body shape parameters [6].

In previously published studies on axisymmetric power-law bodies of minimum drag, the surface temperature factor appearing in the expressions for the pressure and friction coefficients was usually assumed to be constant, while the main attention was paid to the influence of geometric parameters, in particular the body elongation.

Meanwhile, the thermal state of the surface affects the parameters of local interaction and may change the solution of the drag minimization problem. However, its influence in free-molecular hypersonic rarefied gas flows has not yet been systematically investigated.

The aim of this study is to investigate the influence of the surface temperature factor on the solution of the drag minimization problem for axisymmetric power-law bodies in free-molecular hypersonic flow of a rarefied gas.

A numerical analysis was carried out for various values of the body elongation and the surface temperature factor. The results showed that the temperature factor has a negligible effect on the optimal exponent of the power-law generating curve, which approaches the limiting value $\beta = 3/2$ as the elongation increases.

The obtained results refine the understanding of the influence of the temperature factor on minimum drag in the free-molecular regime and complement classical solutions of Newton's problem.

Keywords: *Hypersonic flow, free molecular regime, power-law bodies of revolution, optimal shape, temperature factor, minimum drag.*

Аннотация. *Задача построения тел минимального аэродинамического сопротивления является одной из классических задач гиперзвуковой аэродинамики [1-5]. Особый интерес она представляет в условиях движения летательного аппаратов в разреженном газе, где применима гипотеза локального взаимодействия потока с поверхностью тела. В рамках этой гипотезы вариационная задача свести к задаче оптимизации параметров формы тела [6].*

В известных работах, по степенным осесимметричным телам минимального сопротивления температурный фактор поверхности t_w , входящий в выражения для коэффициентов давления и трения, как правило принимался постоянным, а основное внимание уделялось влиянию геометрических параметров, в частности удлинения тела. Между тем температурное состояние поверхности влияет на параметры локального взаимодействия и может изменять решение задачи минимизации сопротивления. Его влияние в свободномолекулярном гиперзвуковом потоке разреженного газа до настоящего времени систематически не исследовано.

Целью настоящей работы является исследование влияния температурного фактора на решение задачи минимизации сопротивления для осесимметричных степенных тел в свободномолекулярном гиперзвуковом потоке разреженного газа.

Проведён численный анализ для различных значений удлинений и температурного фактора поверхности. Показано, что температурный фактор практически не влияет на оптимальный показатель степени степенной образующей, который при больших удлинениях стремится к предельному значению $\beta = 3 / 2$.

Полученные результаты уточняют влияние температурного фактора на минимальное сопротивление в свободномолекулярном режиме и дополняют классические решения задачи Ньютона.

Ключевые слова: Гиперзвуковой поток, свободномолекулярный режим, степенные тела вращения, оптимальная форма, температурный фактор, минимальное сопротивление.

Рецензент: Торопцев Василий Владимирович - кандидат технических наук, доцент.
ФГБОУ ВО «РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева»

Математическая модель

Рассматривается осесимметричное тело вращения длиной L_0 и радиусом основания R_0 . Образующая тела задаётся функцией $y(x)$ (с.м рис.1).

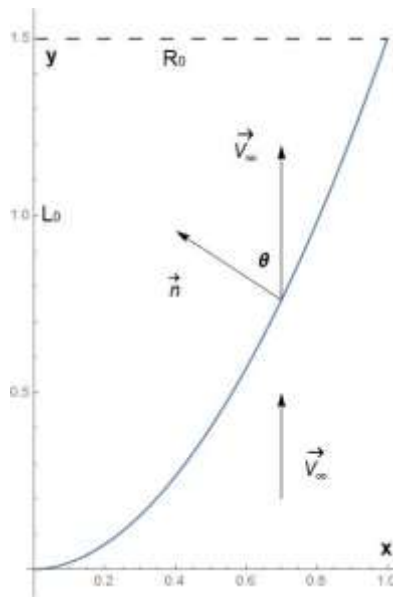


Рис. 1. Схема образующей тела.

Коэффициент сопротивления тела определяется выражением

$$C_x = \frac{2}{R_0^2} \int_0^{R_0} (c_p \cos \theta + c_\tau \sin \theta) x \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx \quad (1)$$

Здесь C_p и C_τ - коэффициенты давления и трения, действующие на элемент поверхности тела.

В свободномолекулярной модели гиперзвукового потока коэффициенты давления и трения имеют вид [7-10]

$$\begin{aligned} c_p &= 2 \cos^2 \theta + z \cos \theta \\ c_\tau &= 2 \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Где, $z = \sqrt{\pi t_w (\gamma - 1) / \gamma}$, t_w - температурный фактор поверхности, γ - показатель адиабаты газа, θ - угол между внутренней нормалью к поверхности и направлением набегающего потока.

Рассмотрим степенную образующую $y = L_0 \left(\frac{x}{R_0} \right)^\beta$

Где β - показатель степени, определяющий форму тела. Введём удлинение тела $\lambda_0 = \frac{L_0}{R_0}$. Тогда, получаем выражение для коэффициента сопротивления имеет в виде [11]

$$C_x = 2 + 2z \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1 + (\lambda_0 \beta x^{\beta-1})^2}} dx \quad (3)$$

Минимальное значение коэффициента сопротивления (3) достигается при оптимальном значении параметра β для заданного удлинения тела λ_0 .

Численный анализ

Численные расчёты проводились для диапазона удлинений $\lambda_0 = 2 \div 30$ при различных значениях температурного фактора поверхности $t_w = 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0$

Для каждого значения удлинения λ_0 определялось оптимальное значение показателя степени β , при котором коэффициент сопротивления C_x принимает

минимальное значение.

В таблице 1 приведены значения оптимального показателя степени β при различных значениях температурного фактора t_w для заданного удлинения тела λ_0 .

Таблица 1

Оптимальное значение показателя степени β

λ_0	$\beta(t_w = 0.05)$	$\beta(t_w = 0.2)$	$\beta(t_w = 0.5)$	$\beta(t_w = 1.0)$
2	1.88956	1.88956	1.88956	1.88956
3	1.68154	1.68154	1.68154	1.68154
4	1.6067	1.6067	1.6067	1.6067
5	1.57111	1.5711	1.5711	1.57111
6	1.55117	1.55117	1.55117	1.55117
8	1.5305	1.5305	1.5305	1.5305
10	1.52042	1.5204	1.52042	1.5204
14	1.51111	1.5111	1.5111	1.51111
16	1.5087	1.5087	1.5087	1.5087
20	1.50579	1.50579	1.50579	1.50579
30	1.5027	1.5027	1.5027	1.5027

Из этой таблицы видно, что значения оптимального показателя степени β практически не зависят от температурного фактора поверхности. При увеличении удлинения тела λ_0 показатель степени β стремится к предельному значению $\beta \rightarrow 3/2$

На рис. 2 представлены зависимости минимального коэффициента сопротивления C_x от удлинения тела λ_0 при различных значениях температурного фактора t_w .

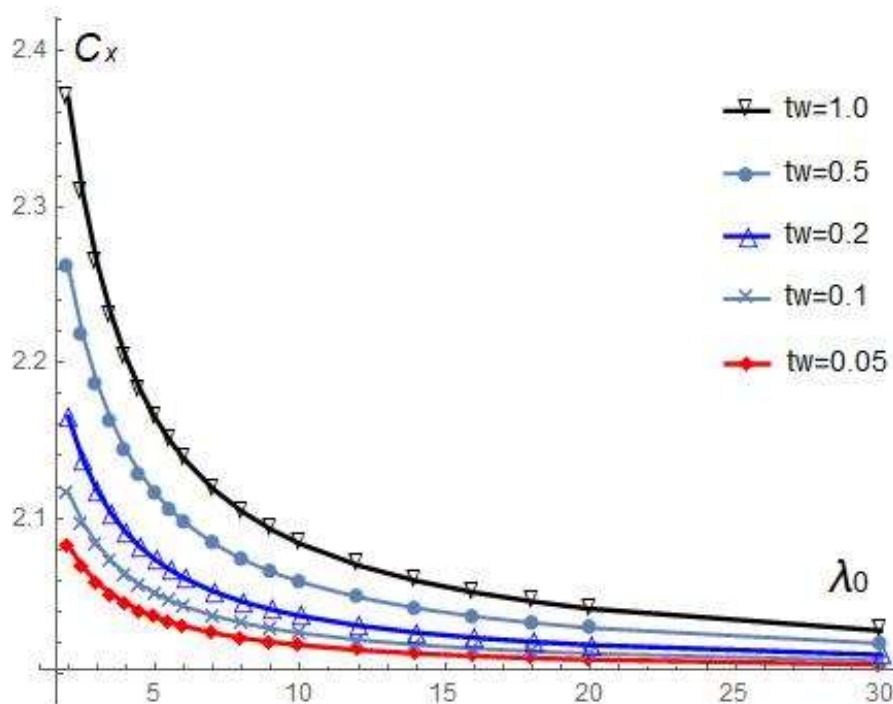


Рис. 2. Зависимости минимального коэффициента сопротивления C_x от удлинения тела λ_0 при различных значениях температурного фактора t_w .

Из рисунка 2 очевидно, что минимальное значение коэффициента сопротивления для осесимметричных степенных тел существенно зависит от температурного фактора поверхности t_w . При увеличении температурного фактора t_w минимальное значение коэффициента сопротивления C_x возрастает. Наибольшие различия между кривыми наблюдаются при малых значениях удлинения тела. По мере увеличения удлинения λ_0 различия между кривыми уменьшаются и значения минимального сопротивления стремятся к одному предельному значению.

Заключение

В данной работе исследовано влияние температурного фактора поверхности на минимальное сопротивление осесимметричных степенных тел вращения в свободномолекулярном гиперзвуковом потоке разреженного газа.

Показано, что оптимальный показатель степени β степенной образующей практически не зависит от температурного фактора поверхности и при увеличении удлинения тела показатель степени стремится к значению $\beta \rightarrow 3/2$. Это значение

совпадает с известным асимптотическим результатом для тел большого удлинения [11].

В то же время температурный фактор оказывает заметное влияние на величину минимального коэффициента сопротивления. При увеличении температурного фактора минимальное сопротивление возрастает. Наибольшее влияние наблюдается при малых значениях удлинения тела λ_0 .

Таким образом, температурное состояние поверхности влияет на величину аэродинамического сопротивления, однако практически не изменяет геометрию оптимальной формы тела.

Полученные зависимости могут быть использованы при оценке аэродинамических характеристик летательных аппаратов, движущихся в разреженных слоях атмосферы в гиперзвуковом режиме.

References

1. Миеле А. Теория оптимальных аэродинамических форм. М: Мир, 1969, 508 с.
2. Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н. Исследование обтекания тел вращения с образующей Рябушинского // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 1. С. 33-35.
3. Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н., Михайлов П.Д. Тела вращения с минимальным сопротивлением в трансзвуковом потоке газа // Ученые записки ЦАГИ. 1992. Т. XXIII, № 2, С. 78-81.
4. Мазуров А.П., Таковицкий С.А. Метод построения оптимальных контуров фюзеляжа и сопла летательных аппаратов на режиме крейсерского сверхзвукового полета // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV, № 3, С. 74-81.
5. Таковицкий С.А. Аналитическое решение задачи минимизации волнового сопротивления осесимметричной носовой части в рамках локальной линеаризации // ПММ. 2018. Т. 82. Вып.6. С. 775-782.
6. Горелов С. Л., Нгуен В. Л. Степенные тела минимального сопротивления и аэродинамическая задача Ньютона. // Труды МФТИ. 2023. Т. 15. № 3. С. 144-154.
7. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. - М: Наука, 1967. - 440 с.
8. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. - М: Машиностроение, 1977. - 184 с.
9. Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Климова Т.В., Перепухов В.А., Рябов В.В., Толстых А.И. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1855. С. 43.
10. Егоров И.В., Ерофеев А.И. Исследование гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе сплошнородного и кинетического подходов // Ученые записки ЦАГИ. 1997. Т. XXVIII. № 2. С. 23 - 40.
11. Горелов С.Л., Нгуен Ван Лам. Тело вращения минимального аэродинамического сопротивления в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды МАИ. 2020. № 113.