

UDC 69

Tsepunov K.Yu. Modeling of the Peaucellier – Lipkin linkage

Моделирование шарнирной передачи Липкина – Посселе

Tsepunov Kirill Yuryevich,

Student, Private School “The Mars Field Education Centre”
Orenburg

Scientific adviser: **Polyanskaya E.E.,**

Ph.D., Associate Professor,
Physics Teacher, Private School “The Mars Field Education Centre”
Цепунов Кирилл Юрьевич,
учащийся ЧОУ «Центр образования на Марсовом поле»,
г. Оренбург
Научный руководитель
Полянская Е. Е., канд. пед. наук, доцент,
учитель физики ЧОУ «Центр образования на Марсовом поле»

Abstract. *the ability of the Lipkin-Peaucillier linkage to convert rotational motion into linear motion makes it an important element in the design and implementation of many modern devices. Performing a mathematical justification for the conversion of rotational motion to translational motion for a linkage and creating a model of the linkage in GeoGebra programme will help to visualize its operation. The analysis of functional dependencies allows for the optimization if the linkage operation.*

Keywords: *linkage, conversion of rotational motion to translational motion, the Peaucellier-Lipkin linkage, mathematical modeling, 3D-modeling.*

Аннотация. *способность механизма Липкина-Посселе преобразовывать вращательное движение в линейное делает его важным элементом в проектировании и реализации множества современных устройств. Выполнение математического обоснования преобразования вращательного движения в поступательное для шарнира и создание модели шарнирной передачи в программе GeoGebra поможет визуализировать его работу. Анализ функциональных зависимостей позволяет оптимизировать работу механизма.*

Ключевые слова: *шарнирная передача, преобразование вращательного движения в прямолинейное, шарнир Липкина-Посселе, математическое моделирование, 3D-моделирование.*

Рецензент: Мартеха Александр Николаевич – кандидат технических наук, доцент.
Доцент ФГБОУ ВО «РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева»

В современном мире механические системы играют важную роль во многих аспектах нашей жизни, начиная от простых бытовых устройств до сложных промышленных механизмов. Одним из ключевых элементов, обеспечивающих передачу движений в механизмах, являются шарнирные передачи. Они позволяют преобразовывать один вид движения в другой, обеспечивая при этом гибкость и функциональность устройств. В данном контексте изучение шарнирной передачи Липкина – Посселе остается актуальным по нескольким причинам:

- преобразовывает вращательное движение в идеально прямолинейное;

- механизм компактен по сравнению с другими способами получения линейного движения;

- относительная простота конструкции, и как следствие, надежность и низкая стоимость.

В этой связи тему проекта «Моделирование шарнирной передачи Липкина – Посселе» считаем актуальной

Цель проекта – создание модели шарнирной передачи Липкина – Посселе в приложении GeoGebra; изучение функциональных зависимостей для неё.

Объектом исследования являются шарнирные передачи, которые служат основой для преобразования движений в механизмах. **Предметом исследования** является механизм инверсии в шарнире Липкина – Посселе.

Для реализации поставленной цели намечены следующие **задачи**:

1. Изучить различные виды шарнирных передач для выявления их особенностей и применения в различных механизмах.

2. Математически обосновать преобразования вращательного движения в поступательное для шарнирной передачи Липкина – Посселе.

3. Создать модель шарнира в программе GeoGebra для визуализации принципов его работы.

4. Получить функции зависимости, характеризующие работу шарнира Липкина – Посселе, проанализировать их с целью дальнейшей оптимизации механизма.

В ходе решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования**: анализ специальной литературы по проблемам исследования, математическое и компьютерное моделирование.

Практическая значимость результатов работы заключается в создании методических материалов для уроков физики в 10 классах при изучении темы «Вращательное движение», лабораторных работ физического практикума, а также практической модели малярного валика для покраски стен ровными линиями без разводов на основе механизма шарнира Липкина – Посселе. Такие разработки будут полезны как для учащихся, так и для преподавателей, способствуя лучшему пониманию механических систем и их работы.

Таким образом, данное исследование является значимым шагом к внедрению современных подходов к обучению механике и конструктивному проектированию, а также к развитию практических навыков у школьников.

Одной из важнейших задач машиностроения является передача движения. В любой движущейся машине необходимо передавать движение от одной движущейся части к другой.

Шарниры представляют собой механические устройства, позволяющие обеспечить относительное движение между соединенными элементами, часто вокруг фиксированной оси. Существует множество видов шарниров, каждый из которых используется в зависимости от требований конкретного механизма. Анализ литературы позволил нам классифицировать шарниры [1, 2, 5]. Для удобства восприятия информации мы представляем ее в виде таблицы.

Виды шарнирных передач и их особенности

Название шарнира	Функции	Применение	Преимущества	Недостатки
Цилиндрический шарнир	Обеспечивает вращение вокруг одной оси	В дверях, воротах и некоторых механизмах, где необходимо угловое движение, в машиностроении.	Простота изготовления, не требует больших материальных затрат, распространенность и популярность как подвижного соединения тканей.	Низкая износостойкость, массивность конструкции, необходимость регулировки степени затяжки резьбового соединения.
Шарнир с двумя осями (сочлененный шарнир)	Обеспечивает движение в двух направлениях (например, вверх-вниз и влево-вправо).	В механизмах, таких как руки манипуляторов или роботов.	Способность воспринимать раскачивание относительно поперечной и продольной осей, а также движение под углом, экономичность конструкции, простота изготовления	Высокий уровень шума и вибрации, проблемы с подвеской.
Шарнир с трехосевой системой	Обеспечивает движение в трех направлениях	В более сложных системах, таких как авиационная и космическая техника.	Возможность бесступенчатой фиксации вращения вокруг трёх осей, регулируемая тугоподвижность.	Необходимость свободного беззвучного расклинивания после снятия нагрузки, сложность изготовления, высокая стоимость гибких шарниров, выполненных на основе гибкого элемента из композитных материалов.
Шарнир Липкина-Посселье	Позволяет преобразовывать вращательное	В автоматизированных системах и	Способность преобразовывать вращательное	Отсутствие явно выраженного ведущего звена,

Название шарнира	Функции	Применение	Преимущества	Недостатки
	движение в поступательное.	различных механизмах, например, в 3D-принтерах и станках.	движение в совершенное прямолинейное и наоборот, возможность создавать прямолинейное движение без направляющих, хорошие механические свойства, возможность упростить геометрические задачи.	невозможность присоединить к шарниру дополнительное звено, невозможность обеспечить абсолютно точное движение.
Шарниры с пружинами	Сочетают функции шарнира и пружины, обеспечивая возвратное движение.	В механизмах, требующих автоматического возврата в исходное положение	Не требуют смазки, не подвержены износу.	Постоянное напряженно-деформированное состояние пружины, ведущее к преждевременному разрушению конструкции, низкая устойчивость к ударным нагрузкам, сложное изготовление.
Кривошипно-шатунные механизмы	Используют шарнир для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот.	В двигателях внутреннего сгорания и других механизмах.	Повышение механического КПД и эксплуатационного ресурса, снижение ударно-вибрационных воздействий, снижение массы и габаритов поршневой машины.	Невозможность использования в поршневых машинах с цилиндрами двойного действия, недостаточные нагрузочные способности, недостаточный механический КПД.
Гидравлические и пневматические шарниры	Используют жидкости или газы для обеспечения движения	В технике, где требуется высокая сила или плавность хода.	Высокая мощность, высокая точность, высокая скорость передачи температур, простота обслуживания, не взрывоопасны.	Высокие затраты на обслуживание, необходимость в высококачественной жидкости.

Название шарнира	Функции	Применение	Преимущества	Недостатки
Складные шарниры	Позволяют убирать или складывать элементы при необходимости.	В мебели, таких как столы и стулья.	Жесткая фиксация без люфтов в двух указанных положениях, четкая работа механизма.	Для расфиксации необходимо усилие,
Шарниры с зацеплением	Обеспечивают надежное соединение и возможность поворота только при выполнении определенных условий.	В механизмах безопасности и блокировках.	Большая нагрузочная способность, возможность работы при кратковременных перегрузках, не требует предварительного натяжения цепи.	Значительный шум и вибрация, быстрое изнашивание шарниров цепи, необходимость применения системы смазывания и установки в закрытых корпусах, необходимость применения натяжных устройств.
Фланцевые шарниры	Обеспечивают возможность соединения двух элементов с фланцами и могут позволять подвижность.	В трубопроводах и промышленном оборудовании.	Пригодность для широкого диапазона давлений и условных проходов, надежная герметизация соединения,	Большие размеры, трудоемкость монтажных работ, высокая стоимость.

Каждый из этих видов шарниров имеет свои особенности, преимущества и ограничения, что делает их подходящими для различных технических задач. Правильный выбор шарнира позволяет обеспечить эффективность и долговечность механизма. Заметим, что для механизма малярного валика для покраски стен лучше всего подойдёт шарнир Липкина – Посселе, так как он обладает свойством чертить прямую линию.

Обратимся к математическому обоснованию преобразования вращательного движения в поступательное для шарнирной передачи Липкина – Посселе.

Шарнирный механизм Липкина – Посселе состоит из шести основных стержней ОК, ОЛ, КС, КВ, СЛ, ВЛ (ОК = ОЛ = а, КС = КВ = СЛ = ВЛ = b, а>b) и одного вспомогательного стержня ГС, все соединения стержней шарнирные позволяют им свободно вращаться друг относительно друга (рис. 1).

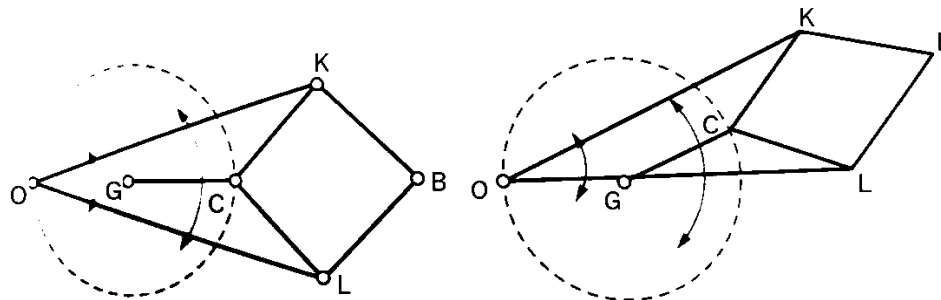


Рис. 1. Устройство шарнирного механизма Липкина – Посселье

В данном механизме осью вращения является точка О, точка С механизма движется по окружности, проходящей через точку О. А при таких поворотах механизма расстояние между точками О и G будет уменьшаться, а сам механизм будет сжиматься.

Необходимо определить траекторию, по которой будет двигаться точка В. Пусть радиус окружности, по которой движется точка С - GC - равен R. Найдём расстояние ОВ (рис. 2).

Если $AC = x$, то $OK^2 - OA^2 = CK^2 - AC^2 \Rightarrow a^2 - (2R + x)^2 = b^2 - x^2$, отсюда $x = \frac{a^2 - b^2}{4R} - R$. Поэтому $OB = 2R + 2x = \frac{a^2 - b^2}{2R}$.

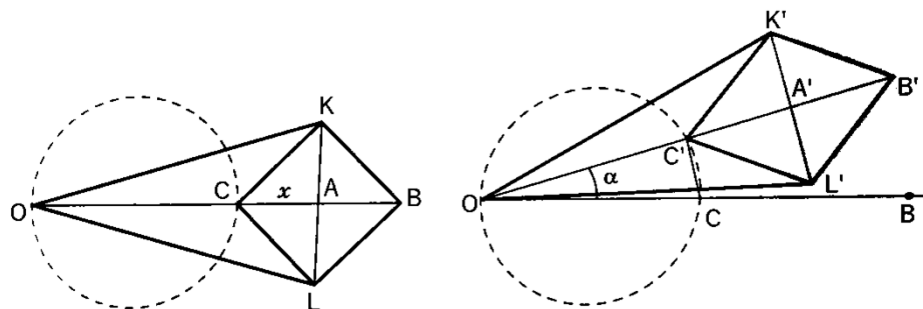


Рис. 2. Определение траектории движения В`

Когда конструкция из шарнирно соединённых стержней повернётся относительно точки О на угол α , но так что точка С переместится по окружности и займёт положение C' , то длину отрезка OB' можно будет вычислить с помощью аналогичных формул: $OB' = \frac{a^2 - b^2}{OC'}$. Но угол $OC'C$ прямой, поэтому $OC' = 2R \cos \alpha$, и, следовательно, $OB' = \frac{a^2 - b^2}{2R \cos \alpha}$. Поэтому точка B' шарнирного механизма будет проецироваться в такую точку на прямой ОВ, которая лежит на расстоянии $OB' \cos \alpha = \frac{a^2 - b^2}{2R}$ от точки О, т. е. в точку В, как это следует из сравнения уравнений $OB = 2R + 2x = \frac{a^2 - b^2}{2R}$ и $OB' \sin \alpha = \frac{a^2 - b^2}{2R}$. Таким образом, точка В шарнирного механизма будет двигаться по прямой, перпендикулярной отрезку ОВ и проходящей через точку В.

Обозначения с апострофами использовались в некоторых точках шарнира в общем($\alpha=0$) положении. Далее уйдём от обозначений с апострофами, считая точки, обозначающиеся без них подвижными. В' переобозначим как Н.

$$\text{Заметим, что } OC \cdot OB = 2R \cdot \frac{a^2 - b^2}{2R}, \quad OC' \cdot OB' = 2R \cos \alpha \cdot \frac{a^2 - b^2}{2R \cos \alpha} \Rightarrow$$

$$OC \cdot OB = OC' \cdot OB = a^2 - b^2 \Rightarrow R_0 = \sqrt{a^2 - b^2}, \text{ где } Inv_{\omega_{R_0}}(BH) = \omega(G; GC),$$

значит траектория точки В - образ окружности, по которой движется С, поэтому этот шарнир часто называют инверсором.

Расстояние от точки вращения механизма О до траектории движения точки В обозначим за с.

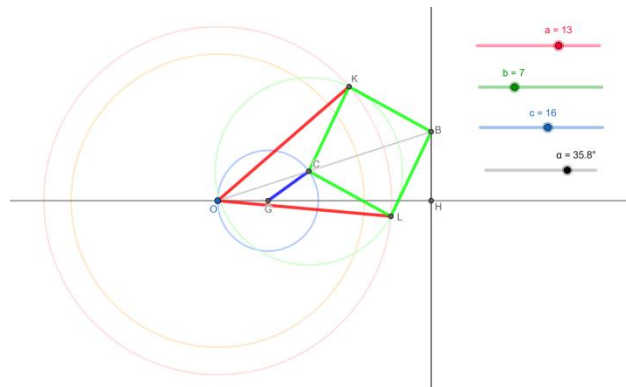


Рис. 3. Модель шарнира Липкина – Посселье в среде GeoGebra

Построение модели шарнира Липкина – Посселье для визуализации преимуществ его работы, исследование функциональной зависимости.

Мы выбрали для построения модели Липкина – Посселье приложение GeoGebra, так как оно обладает рядом преимуществ [9]:

1. Визуализация и интерактивность GeoGebra позволяет создавать динамические модели, где можно наблюдать за движением механизма в реальном времени. Это дает наглядное представление о его работе и помогает лучше понять кинематику.

2. Простота использования GeoGebra имеет дружелюбный интерфейс, который доступен даже для пользователей, не имеющих опыта работы с CAD-программами.

3. Возможность изменять параметры GeoGebra позволяет легко изменять длину звеньев, углы между ними, а также задавать начальные условия. Это позволяет проводить эксперименты и изучать влияние различных параметров на поведение механизма.

4. Возможность измерения GeoGebra позволяет измерить длину звеньев, углы, скорости и ускорения в различных точках механизма.

5. Доступность GeoGebra является бесплатным приложением с открытым исходным кодом, доступным для всех пользователей.

6. Возможность интеграции с другими приложениями: GeoGebra интегрируется с другими приложениями, например, с Google Диском, что позволяет легко делиться моделями с другими людьми.

7. Поддержка различных типов объектов GeoGebra позволяет использовать не только геометрические объекты (точки, линии, кривые), но также и алгебраические уравнения, функции и другие математические объекты, что расширяет возможности для моделирования сложных механизмов.

8. Дополнительные возможности GeoGebra предлагает возможность создавать 3D-модели, создавать сценарии для анимации, использовать скрипты для автоматизации процессов моделирования.

Использование GeoGebra для моделирования шарнирного механизма Липкина – Посселье значительно облегчает процесс понимания его работы, делает его более наглядным и интерактивным, а также открывает широкие возможности для изучения его свойств и особенностей.

В построении использовался метод математической инверсии – преобразование плоскости. Определение инверсии: пусть на плоскости задана некоторая окружность с центром в точке O и радиусом R , тогда инверсия произвольной точки P относительно этой окружности – точка P' , лежащая на луче OP , такая, что $OP \cdot OP' = R^2$.

- 1) Построим окружность инверсии с центром в точке O и радиусом $(\sqrt{a^2 - b^2})$.
- 2) Начертим прямую на расстоянии c от O (будущая траектория движения B).
- 3) Построим окружность с центром G и радиусом $GC = OG$ - образ прямой 2) относительно окружности 1).
- 4) Проведем окружность с центром O и радиусом a .
- 5) Проведем окружность с центром C и радиусом b .
- 6) Отметим K и L - точки пересечения окружностей 4) и 5).
- 7) Проведем отрезки CK , CL , KL .
- 8) Проведем биссектрису угла KOL .
- 9) Определим B как точку пересечения 2) и 8).
- 10) H - точка пересечения OG и BH (рис. 3).

Для наглядности работы механизма при разных данных нами были добавлены ползунки, изменяющие значения a , b , c и α .

Не все взаиморасположения шарниров в механизме, воссозданном в приложении, может повторить реальный шарнир. Необходимо выявить функциональную зависимость различных величин друг от друга.

Найдём значения допустимого угла при данных a , b , c : $\frac{c}{\cos \frac{\alpha}{2}} \leq a + b \Rightarrow |\alpha| \leq 2 * \arccos(\frac{c}{a+b})$. Причём $c > \sqrt{a^2 - b^2}$. Амплитуда движения точки В равна

$$L = 2 * c * \operatorname{tg}\left(\arccos\left(\frac{c}{a+b}\right)\right) = 2 * c * \frac{\sin\left(\arccos\left(\frac{c}{a+b}\right)\right)}{\left(\frac{c}{a+b}\right)} = 2 * (a+b) * \sqrt{1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}}.$$

Практическое применение шарнира Липкина – Посселе мы видим в построении малярного валика для покраски стен ровными линиями без разводов.

При малярных работах часто возникает проблема: краску сложно наложить одним слоем без разводов из-за того, что вести руку по прямой довольно непросто. В этом может помочь соединение шарнирного механизма с роликом. Ограничения учтены, это позволяет работать в среде для 3D-моделирования Tinkercad (рис. 4, 5).

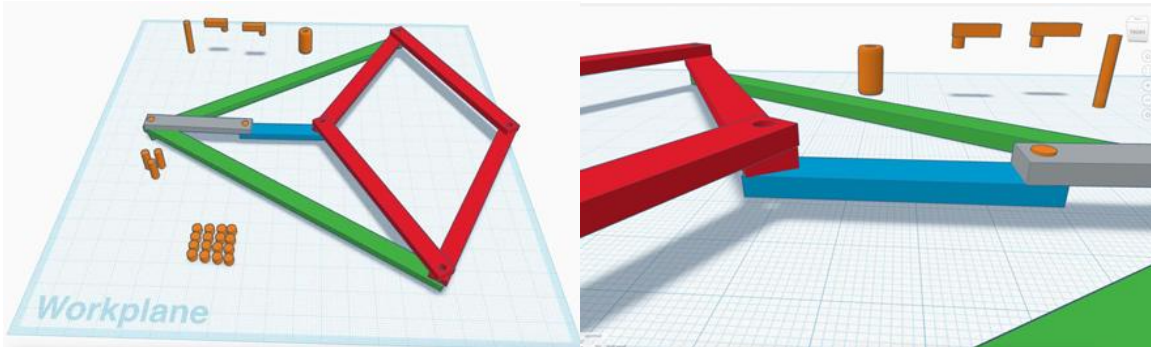


Рис. 4, 5. Процесс создания 3D-модели малярного валика

Если прикрепить бюгель к точке В и закрепить на нём ролик, то можно, удерживая точки О и Г и вращая точку С, к которой будет прикреплена рукоятка, будет очерчивать прямую линию. Размах движения валика определяется высотой окрашиваемой стены, необходимый угол вращения определяется по размаху. С помощью печати на 3D-принтере нами построена модель малярного валика, уменьшенная в 12 раз (рис. 4).



Рис. 6. Модель малярного валика

Таким образом, мы изучили различные виды шарнирных передач, выявив их преимущества и недостатки в различных механизмах.

Нам удалось выполнить математическое обоснование преобразования вращательного движения в поступательное для шарнира Липкина – Посселяе и создать модель шарнирной передачи в программе GeoGebra для визуализации его работы. Нами были получены и проанализированы функциональные зависимости. Для доказательства работоспособности построенной математической модели нами была сконструирован малярный валик в среде для 3D-моделирования Tinkercad. Уменьшенная распечатанная модель валика оказалась вполне функциональной.

Шарнир Липкина – Посселяе – это универсальный и эффективный механизм, который находит применение в самых различных областях инженерии и технологий. Его способность преобразовывать вращательное движение в линейное делает его важным элементом в проектировании и реализации множества современных устройств. Изучение этого механизма поможет глубже понять принципы работы сложных систем и откроет новые горизонты в дальнейшем их развитии.

References

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учебник для втузов.- 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука., 1988. – 640 с.
2. Бурлака В.В., Кучеренко С.И., Мазоренко Д.И., Тищенко Л.Н. Основы теории механизмов и машин. Курс лекций. Учебник. – Харьков, 2008. – 349 с.
3. Гафиятов М.В. Исследование точности механизма Посселье-Липкина/ М.В. Гафиятов, Л.Т. Дворников// Успехи современного естествознания. – 2014. - № 8.
4. Зоммерфельд А. Механика, - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 368 с.
5. Ковалев М.Д. Геометрическая теория шарнирных устройств. – Известия РАН, серия математическая, Том 58, №1. – 1994.
6. Ольчак А.С., Муравьев С.Е. Прикладная механика, М.: Просвещение, 2019.
7. Попов В.И. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике, - Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2006.
8. Рузинов Л.Д. Проектирование механизмов точными методами. – СПб: Издательство «Машиностроение», 1972. – 162 с.
9. <https://ru.wikipedia.org>