

UDC 656.615519.2

Makhova N.B., Grunina A.V., Krasnoperova U.P. Modelling of ship and wagon flows using the Poisson method

Моделирование потоков судов и вагонов методом Пуассона

Makhova Natalia Borisovna,

PhD, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics,
Russian University of Transport, Russia, Moscow

Grunina Alena Vladimirovna,

Student, Russian University of Transport, Russia, Moscow

Krasnoperova Ulyana Pavlovna,

Student, Russian University of Transport, Russia, Moscow

Махова Наталья Борисовна,
к.т.н., доцент кафедры «Высшая математика, Российский университет транспорта, Россия, г. Москва

Грунина Алена Владимировна,
студент, Российский университет транспорта, Россия, г. Москва

Красноперова Ульяна Павловна
студент, Российский университет транспорта, Россия, г. Москва

Abstract. The article discusses a probabilistic approach to modelling traffic flows in a seaport. The aim of the study is to develop a methodology for quantifying the share of cargo transshipped via the direct option (ship–wagon) based on the Poisson nature of input flows. Analytical expressions are derived for calculating the probability of the simultaneous presence of ships and wagons at the berth, as well as the share of direct transshipment. Numerical examples demonstrating the practical applicability of the model are given. A sensitivity analysis of parameters is performed, and recommendations for synchronising flow intensities to optimise warehouse costs are provided. The proposed methodology minimises transport downtime and increases the turnover of port facilities

Keywords: port, direct transshipment, Poisson distribution, traffic flow, modelling, cargo handling, ship, wagon

Аннотация. В статье рассматривается вероятностный подход к моделированию транспортных потоков в морском порту. Целью исследования является разработка методики количественной оценки доли груза, перегружаемого по прямому варианту (судно–вагон), на основе пуассоновского характера входных потоков. Выведены аналитические выражения для расчёта вероятности одновременного наличия судов и вагонов у причала, а также доли прямой перевалки. Приведены численные примеры, демонстрирующие практическую применимость модели. Выполнен анализ чувствительности параметров и даны рекомендации по синхронизации интенсивностей потоков для оптимизации складских издержек. Предложенная методика позволяет минимизировать простой транспорта и повысить оборачиваемость портовых мощностей.

Ключевые слова: порт, прямой вариант перевалки, закон Пуассона, транспортный поток, моделирование, грузопереработка, судно, вагон

Рецензент: Торопцев Василий Владимирович - кандидат технических наук, доцент.
ФГБОУ ВО «РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева»

В современных транспортно-логистических комплексах ключевым фактором эффективности является синхронизация работы водного (суда) и наземного (железнодорожные вагоны, автомобили) транспорта. Простой одного из видов

транспорта в ожидании другого приводит к значительным экономическим потерям: простой судна в порту может достигать 30 % от общего времени оборота, а простой вагонов — до 25 % от времени доставки груза.

Особый интерес представляет прямой вариант перевалки — перегрузка груза непосредственно с судна на вагон, минуя склад. Однако логистические системы, такие как порты и железнодорожные узлы, работают в условиях высокой неопределённости. В силу сложности процессов движения не всегда возможно с точностью до минуты указать, когда придёт судно или состав, но, как правило, известна средняя интенсивность движения.

Метод Пуассона можно применять для систем, где события происходят независимо и случайно во времени. Логистические системы, такие как железнодорожные узлы и порты, работают в условиях неопределённости. Поэтому одной из главных задач инженера-проектировщика является определение пропускной способности транспортного узла. Чтобы понять, насколько логистический терминал справится с нагрузкой, необходимо использовать математические модели, способные описать случайный характер прибытия транспорта.

В морской логистике метод Пуассона используется для проектирования причального фронта, например, в случае, когда причалов меньше, чем ожидаемое количество прибывающих судов. Для железнодорожного транспорта специфика применения закона Пуассона заключается в возможности случайных задержек поездов в пути. Например, рассматривается задача прибытия на станцию большего числа вагонов, чем она может переработать.

Таким образом, метод Пуассона является своего рода мостиком между массой случайных прибытий и строгим планированием ресурсов, фундаментом для расчёта пропускной способности любого транспортного узла.

Целью данной работы является разработка методики количественной оценки доли груза, перегружаемого по прямому варианту, на основе пуассоновского характера входных потоков судов и вагонов.

Для достижения цели решаются следующие задачи:

- обоснование применимости закона Пуассона к транспортным потокам в порту;
- вывод аналитических выражений для расчёта вероятностей наличия судов и вагонов;
- расчёт доли прямой перевалки и объёмов грузопереработки;
- апробация методики на численных примерах;
- формулировка практических рекомендаций.

2 Теоретические основы моделирования

2.1 Применение закона Пуассона к транспортным потокам

Закон Пуассона описывает вероятность возникновения n событий за промежуток времени τ при известной интенсивности потока λ

$$P_n(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^n}{n!} e^{-\lambda\tau} (1)$$

где:

- $P_{n(\tau)}$ — вероятность того, что за время τ произойдёт ровно n событий;
- λ — интенсивность потока (среднее число событий в единицу времени);
- τ — рассматриваемый интервал времени.

Ключевые свойства распределения:

- математическое ожидание числа событий: $M[X] = \lambda\tau$
- дисперсия: $D[X] = \lambda\tau$
- распределение асимметрично, особенно при малых λ

Применимость закона Пуассона к транспортным потокам в портовых условиях обоснована, если:

- отсутствует жёсткое расписание;
- суда следуют из разных портов отправления;
- погодные и навигационные условия вносят случайные задержки.

Для железнодорожных вагонов пуассоновская модель также применима при среднесуточной неравномерности, однако при жёстком графике движения поездов может потребоваться использование более сложных моделей.

2.2 Математическая модель перевалки грузов

В основе расчётов лежит потоковый граф, где рассматриваются три ключевые связи (варианты перегрузки):

- связь 1–3 (прямой вариант): «судно–вагон»;
- связь 1–2: «судно–склад»;
- связь 2–3: «склад–вагон».

Объём груза, перегружаемого по прямому варианту (Q_{1-3}), определяется вероятностным методом и зависит от одновременного наличия судна и принимающего транспорта у фронта погрузки.

2.3 Основные вероятностные параметры

Общая формула для расчета максимально возможного объёма перевалки по прямому варианту (судно-вагон) имеет вид:

$$Q_{1-3} = P_c^* \cdot P_B^* \cdot P_{\Pi}^* \cdot P_M^* \cdot \Pi_{1-3} (2)$$

Где:

- P_c^* — вероятность наличия судов у причала;
- P_B^* — вероятность наличия вагонов у причала;
- P_{Π}^* — вероятность отсутствия необходимости складирования для технологических операций;
- P_M^* — вероятность безотказной работы ПРМ;
- Π_{1-3} — перерабатывающая способность грузового фронта по связи «судно-вагон».

Ключевым моментом является то, что P_c и P_B рассчитываются с учётом того, что транспорт прибывает по закону Пуассона.

Рассмотрим несколько примеров применения описанных выше формул для решения практических транспортных задач. Это позволит увидеть, как полученные вероятностные модели работают с реальными цифрами, и понять их ограничения:

3. Пример задачи моделирования потоков судов и вагонов в порту с расчётом прямого варианта перевалки грузов на основе закона Пуассона.

Для расчёта необходимы следующие параметры:

- λ_c — интенсивность прибытия судов (судов/сутки);
- λ_B — интенсивность прибытия вагонов (вагонов/сутки);
- P_c — вероятность наличия судна у причала;
- P_B — вероятность наличия вагона у погрузочного фронта;
- Π_{CB} — перерабатывающая способность грузового фронта по связи «судно-вагон» (т/час);
- T — рассматриваемый период времени (обычно сутки);
- Q — общий объём грузопереработки (т).

3.1 Расчёт вероятностей наличия транспорта у причала

Вероятность наличия судна у причала (P_c):

$$P_c = 1 - P_0(\tau), (3)$$

где $P_0(\tau)$ — вероятность того, что за сутки не прибудет ни одного судна:

$$P_0(\tau) = e^{-\lambda_c \tau}. (4)$$

Тогда:

$$P_c = 1 - e^{-\lambda_c \tau}. (5)$$

Аналогично для вагонов:

$$P_B = 1 - e^{-\lambda_B \tau}. (6)$$

3.2 Расчёт доли груза по прямому варианту

Доля грузопереработки по прямому варианту (η) определяется как произведение вероятностей одновременного присутствия судна и вагона у причала:

$$\eta = P_C \cdot P_B = (1 - e^{-\lambda_C \tau}) \cdot (1 - e^{-\lambda_B \tau}). (7)$$

3.3 Расчёт объёма перевалки по прямому варианту

Объём груза, перегружаемого напрямую (без складирования), рассчитывается по формуле:

$$Q_{\text{пр}} = \eta \cdot Q = (1 - e^{-\lambda_C \tau}) \cdot (1 - e^{-\lambda_B \tau}) \cdot Q. (8)$$

Объём груза, идущего через склад:

$$Q_{\text{скл}} = Q - Q_{\text{пр}}. (9)$$

3.4 Расчётный суточный объём грузопереработки

Общий суточный объём грузопереработки с учётом всех вариантов перевалки:

$$Q_{\text{сут}} = Q_{\text{пр}} + 2 \cdot Q_{\text{скл}}, (10)$$

где коэффициент 2 учитывает двойную перевалку через склад (выгрузка + погрузка).

3.5 Пример расчёта № 1:

Исходные данные:

$$\lambda_C = 2 \text{ судна/сутки}$$

$$\lambda_B = 5 \text{ вагонов/сутки}$$

$$Q = 5000 \text{ т/сутки};$$

$$\tau = 1 \text{ сутки}$$

Шаг 1. Рассчитываем вероятности:

$$P_C = 1 - e^{-2 \cdot 1} = 1 - e^{-2} \approx 1 - 0,135 = 0,865$$

$$P_B = 1 - e^{-5 \cdot 1} = 1 - e^{-5} \approx 1 - 0,007 = 0,993$$

Шаг 2. Доля прямого варианта:

$$\eta = 0,865 \cdot 0,993 \approx 0,859.$$

Шаг 3. Объём прямой перевалки:

$$Q_{\text{пр}} = 0,859 \cdot 5000 \approx 4295 \text{ т.}$$

Шаг 4. Объём через склад:

$$Q_{\text{скл}} = 5000 - 4295 = 705 \text{ т.}$$

Шаг 5. Суточный объём грузопереработки:

$$Q_{\text{сут}} = 4295 + 2 \cdot 705 = 5705 \text{ т.}$$

3.5.1. Практические рекомендации

1. Оптимизация параметров: для увеличения доли прямой перевалки необходимо синхронизировать λ_c и λ_b , добиваясь их близости.
2. Резервирование мощностей: учитывать дисперсию пуассоновского потока ($D[X] = \lambda\tau$) при планировании ресурсов.
3. Имитационное моделирование: для сложных случаев рекомендуется использовать дискретно-событийные модели, учитывающие:
 - время стоянки транспорта;
 - производительность ПРМ;
 - графики движения судов и поездов;
 - ограничения по вместимости причалов и путей.
4. Контроль неравномерности: анализировать коэффициенты вариации для выявления пиковых нагрузок.

3.5.2 Ограничения модели

- предположение о пуассоновском характере потоков (может не выполняться при жёстких графиках);
- не учитываются задержки из-за погодных условий или технических неисправностей;
- упрощённое описание перерабатывающей способности (постоянная $\Pi_{\text{св}}$).

4. Пример № 2. Расчёт доли прямой перевалки

Условие:

$$\lambda_c = 2 \text{ судна/сутки};$$

$$\lambda_b = 4 \text{ вагона/сутки};$$

$$\text{общий объём грузопереработки } Q = 6000 \text{ т/сутки.}$$

Найти объём груза, перегружаемого по прямому варианту.

Решение:

1. Вероятность наличия судна у причала:

$$P_c = 1 - e^{-\lambda_c \tau} = 1 - e^{-2} \approx 1 - 0,135 = 0,865.$$

2. Вероятность наличия вагона у фронта:

$$P_B = 1 - e^{-\lambda_B \tau} = 1 - e^{-4} \approx 1 - 0,018 = 0,982.$$

3. Доля прямой перевалки:

$$\eta = P_c \cdot P_B = 0,865 \cdot 0,982 \approx 0,849.$$

4. Объём прямой перевалки:

$$Q_{\text{пр}} = \eta \cdot Q = 0,849 \cdot 6000 \approx 5094 \text{ т.}$$

5. Объём через склад:

$$Q_{\text{скл}} = 6000 - 5094 = 906 \text{ т.}$$

6. Суточный объём грузопереработки:

$$Q_{\text{сут}} = Q_{\text{пр}} + 2 \cdot Q_{\text{скл}} = 5094 + 2 \cdot 906 = 6906 \text{ т.}$$

5. Пример № 3. Оптимизация работы порта

Условие: сейчас в порт прибывает 4 судна в сутки, а вагонов — 6 в сутки. Руководство хочет увеличить долю прямой перевалки до 90 %, но при этом снизить нагрузку на транспортный узел. Как нужно изменить интенсивность прибытия судов или вагонов?

Решение:

Исходные условия:

$$P_c = 1 - e^{-4} \approx 0,982,$$

$$P_B = 1 - e^{-6} \approx 0,998,$$

$$\eta = 0,982 \cdot 0,998 \approx 0,980.$$

Уже превышает 90 %, значит, можно снизить нагрузку.

Вариант 1: уменьшить λ_c :

Пусть $\lambda_c = 1,5$, тогда:

$$P_c = 1 - e^{-1,5} \approx 1 - 0,223 = 0,777,$$

$$\eta = 0,777 \cdot 0,998 \approx 0,775 < 0,9.$$

Не подходит.

Вариант 2: уменьшить λ_B до 3:

$$P_B = 1 - e^{-3} \approx 1 - 0,050 = 0,950,$$

$$\eta = 0,982 \cdot 0,950 \approx 0,933 > 0,9.$$

Подходит.

Вывод: можно снизить интенсивность прибытия вагонов с 6 до 3 в сутки — доля прямой перевалки останется выше 90 %.

6. Заключение

Математическое моделирование транспортных потоков с использованием закона Пуассона позволяет:

- Количественно оценить вероятность наличия судов и вагонов одновременно у причала.
- Обоснованно рассчитать оптимальную долю прямого варианта перевалки η , которая напрямую влияет на экономическую эффективность порта.
- Спрогнозировать суммарную загрузку погрузочно-разгрузочных машин (Q_{π}), что необходимо для планирования ресурсов.

Приведённые расчёты демонстрируют, что даже при случайном характере прибытия транспорта, используя аппарат теории вероятностей и методологию потоковых графов, можно добиться высокой точности в планировании грузопереработки. Игнорирование вероятностной природы потоков приводит либо к необоснованному завышению мощностей, либо к простоям транспорта и снижению оборачиваемости порта.

References

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей : учебник для вузов / Е. С. Вентцель. — 10-е изд., стер. — Москва : Высшая школа, 2006. — 575 с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. — Москва : Высшее образование, 2008. — 404 с.
3. Гасников А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков : учебное пособие / А. В. Гасников [и др.] ; под ред. А. В. Гасникова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : МЦНМО, 2013. — 340 с.
4. Кузнецов Е. С. Управление транспортными потоками : учебник / Е. С. Кузнецов. — Москва : Транспорт, 2015. — 320 с.
5. Методические указания к лабораторным работам «Измерение и расчёт параметров транспортных потоков» / СиБАДИ. — Омск, 2019. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/149542> (дата обращения: 22.04.2026).
6. Hess M., Kos S., Hess S. Queuing System in Optimization Function of The Port's Bulk Unloading Terminal // Pomorstvo : Scientific Journal of Maritime Research. — 2007. — Vol. 19, No. 2. — P. 89–102.
7. Heitmeyer R. Ship-Track Models Based on Poisson-Distributed Port-Departure Times : Report / Defense Technical Information Center (DTIC). — 2006. — ADA443672. — Режим доступа: https://archive.org/details/DTIC_ADA443672 (дата обращения: 22.04.2026).