

# ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ- ЭТО ИНТЕРЕСНО!

СКВОРЦОВ А.А., ВОЛКОВА Л.В., КОРЯЧКО М.В.

Вводный курс лекций  
2-е издание. переработанное и дополненное.

# ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ - ЭТО ИНТЕРЕСНО!

Скворцов А.А.  
Волкова Л.В.  
Корячко М.В.

Вводный курс лекций  
2-е издание. переработанное и дополненное.

Нижний Новгород  
2021

УДК 539.2  
ББК 379.2  
Ф50

**Рецензент:**

*Кудряшов А.В. - заведующий лабораторией «Атмосферная адаптивная оптика»  
Института динамики геосфер РАН, д. физ.-мат. наук, профессор*

*Сагитов Р.Ф. - кандидат технических наук, доцент, заместитель директора по  
научной работе в ООО «Научно-исследовательский и проектный институт  
экологических проблем», г. Оренбург*

**Авторы**

Скворцов А.А., Волкова Л.В., Корячко М.В.

ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ — ЭТО ИНТЕРЕСНО! [Электронный ресурс]:  
Вводный курс лекций 2-е издание. переработанное и дополненное – Эл. изд. -  
Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf: 135 с.). - Скворцов А.А., Волкова Л.В., Корячко  
М.В. 2021. – Режим доступа: <http://scipro.ru/conf/physics.pdf>. Сист. требования: Adobe  
Reader; экран 10'.

ISBN 978-1-716-03102-1  
DOI 10.54092/9781716031021

Работа выполнена в рамках научного проекта №МК-1156.2021.4.

ISBN 978-1-716-03102-1



© Скворцов А.А., Волкова Л.В., Корячко М.В.2021  
© Оформление: издательство НОО Профессиональная наука, 2021

# Содержание

|   |           |
|---|-----------|
| СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....  | 7         |
| Введение .....  | 9         |
| <b>1. Основные понятия кристаллографии твердого тела.....</b>   | <b>12</b> |
| 1.1. Кристаллическая решетка .....  | 12        |
| 1.2. Кристаллографические индексы .....   | 16        |
| 1.3. Межатомные взаимодействия. Основные типы связей в твердых телах .....  | 19        |
| 1.3.1. Ионная (полярная) связь.....   | 21        |
| 1.3.2. Обменная (ковалентная связь).....  | 21        |
| 1.3.3. Металлическая связь .....  | 22        |
| 1.3.4. Силы Ван-дер-Ваальса .....   | 22        |
| <b>2. несовершенства и дефекты кристаллической решетки .....</b>  | <b>26</b> |
| 2.1. Точечные (нульмерные) дефекты .....  | 26        |
| 2.2. Одномерные (линейные) дефекты.....   | 27        |
| 2.3. Двухмерные (поверхностные) и трехмерные (объемные) дефекты.....  | 32        |
| 2.4. Образование и миграция расплавленных включений в полупроводниках.....  | 33        |
| <b>3. Зонная теория твердых тел .....</b>   | <b>49</b> |
| 3.1. Возникновение энергетических зон при образовании кристаллической решётки. Основные свойства энергетических зон.....  | 49        |
| 3.2. Движение электрона в периодическом поле кристалла. Эффективная масса электрона .....   | 53        |
| 3.3. Закон дисперсии.....   | 55        |
| 3.4. Заполнение энергетических зон электронами. Деление веществ по электропроводным свойствам на металлы, полупроводники и диэлектрики с точки зрения зонной теории ..... | 57        |
| 3.5. Генерация и рекомбинация носителей заряда.....   | 60        |
| <b>4. Статистика носителей заряда в полупроводниках .....</b>   | <b>65</b> |
| 4.1. Концентрация носителей заряда в собственных полупроводниках.....   | 65        |
| 4.1.1. Понятие собственного полупроводника .....  | 65        |
| 4.1.2. Уровень Ферми в собственном полупроводнике .....   | 67        |
| 4.1.3. Концентрация носителей в собственных полупроводниках .....   | 68        |
| 4.1.4. Понятие вырожденного полупроводника .....  | 69        |
| 4.2. Концентрация носителей в примесных полупроводниках.....  | 70        |
| 4.2.1. Доноры .....   | 70        |
| 4.2.2. Акцепторы .....  | 71        |
| 4.2.3. Область низких температур .....  | 72        |

|  |            |
|--|------------|
| 4.2.4. Область высоких температур.....                                       | 72         |
| 4.2.5. Область перехода к собственной проводимости.....                      | 73         |
| 4.2.6. Компенсированные полупроводники .....                                 | 74         |
| <b>5. Плотность квантовых состояний. Физические свойства кристалла .....</b> | <b>77</b>  |
| 5.1. Плотность электронных состояний в энергетических зонах.....             | 77         |
| 5.2. Статистика Бозе-Эйнштейна, Ферми-Дирака и Максвелла-Больцмана.....      | 78         |
| 5.3. Вычисление энергии Ферми. Вырожденный электронный газ....               | 80         |
| <b>6. Понятие о работе выхода.....</b>                                       | <b>83</b>  |
| 6.1. Работа выхода из металла.....   | 83         |
| 6.2. Термоэлектронная эмиссия с поверхности металла.....                     | 85         |
| 6.3. Контактная разность потенциалов.....                                    | 87         |
| <b>7. Контакт металл-полупроводник.....</b>                                  | <b>90</b>  |
| 7.1. Омический контакт.....  | 90         |
| 7.2. Выпрямляющий контакт металла с полупроводником.....                     | 92         |
| 7.3. Контакт металл-диэлектрик-полупроводник. Эффект поля.....               | 95         |
| 7.3.1. Поверхностные явления в полупроводниках.....                          | 95         |
| 7.3.2. Эффект поля.....  | 97         |
| <b>8. Электронно-дырочный переход (ЭДП) .....</b>                            | <b>100</b> |
| 8.1. P-n - переход и его получение.....                                      | 100        |
| 8.2. Выпрямляющие свойства p - n –перехода.....                              | 101        |
| 8.2.1. P - n - переход в равновесном состоянии.....                          | 101        |
| 8.2.2. Прохождение тока через p - n –переход.....                            | 102        |
| 8.2.3. Вольтамперная характеристика p - n –перехода.....                     | 103        |
| <b>9. Типы пробоев в ЭДП. Емкости ЭДП.....</b>                               | <b>107</b> |
| 9.1. Типы пробоев в ЭДП .....  | 107        |
| 9.2. Ёмкость p- n –перехода.....   | 108        |
| 9.3. Понятие о гетеропереходах.....  | 109        |
| <b>10. Кинетические явления в твердых телах .....</b>                        | <b>113</b> |
| 10.1. Термоэлектрические явления .....                                       | 113        |
| 10.1.1. Явление Зеебека (Термо-ЭДС).....                                     | 113        |
| 10.1.2. Эффект Пельтье .....   | 115        |
| 10.2. Гальваномагнитные явления.....   | 115        |
| 10.2.1. Эффект Холла.....  | 116        |
| 10.3. Электрический разряд в газах.....                                      | 118        |
| <b>11. Оптические и фотоэлектронные явления в полупроводниках</b>            | <b>122</b> |
| 11.1. Поглощение света полупроводниками. Механизмы поглощения                | 122        |
| 11.2. Фото ЭДС .....   | 123        |

|  |     |
|--|-----|
| 11.2.1. ФотоЭДС в однородных полупроводниках.....        | 123 |
| 11.2.2. Вентильная фотоЭДС.....                          | 125 |
| 11.3. Излучение света полупроводниками.....              | 126 |
| 11.3.1. Излучение света однородным полупроводником ..... | 128 |
| 11.3.2. Излучение света р-п-переходом. Светодиоды.....   | 128 |
| Приложение.....  | 133 |
| Литература.....  | 134 |

## ***СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ***

$A$  - атомная масса, работа выхода электронов

$\bar{a}$  - ускорение

$a$  - период кристаллической решетки

$B$  - индукция магнитного поля

$B_m$  - максимальная магнитная индукция

$C$  - электрическая емкость

$E$  - напряженность электрического поля,

$e$  - заряд электрона, мгновенное значение ЭДС

$F$  - сила, вероятность, функция распределения

$\vec{F}$  - сила Лоренца

$f$  - частота, функция

$\hbar$  - постоянная Планка

$j$  - плотность тока

$k$  - постоянная Больцмана

$M$  - молярная масса

$m$  - масса

$m_0$  - масса покоя электрона

$m_n$  - эффективная масса электрона

$m_p$  - эффективная масса дырки

$N_0$  - число Авогадро

$N_c$  - концентрация акцепторов

$N_g$  - концентрация доноров

$n$  - концентрация электронов

$p$  - концентрация дырок, удельные потери, давление

$Q$  - заряд, количество теплоты

$R_n$  - коэффициент Холла

$R$  - электрическое сопротивление

$S$  - площадь

$U_{np}$  - пробивное напряжение

$U$  - разность потенциалов, электрическое напряжение

$V$  - объем

$v$  - скорость дрейфа

$R$  - коэффициент Пельтье

$\mu$  - относительная магнитная проницаемость, подвижность носителей заряда

$\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость

$\Theta$  - угол, объемная концентрация

$\lambda$  - длина волны

$T$  - температура

$P$  - импульс электрона, мощность, поляризованность

$g_s$  - темп поверхностной генерации

$\tau_0$  - темновая удельная проводимость

$\varphi$  - потенциал, фазовый сдвиг

$\omega$  - угловая частота

## *Введение*

Не секрет, что сегодня уровень технологического развития страны напрямую связан с развитием информационных технологий, микро- и наноэлектроники. Именно они определяют конкурентоспособность большинства отраслей национальной промышленности и, следовательно, ее влияние на международное сообщество. Обороноспособность страны также во многом определяется наличием соответствующей электроники, необходимой для управления современными системами вооружения. Кроме того, электронная промышленность представляет собой высокорентабельный сектор экономики с быстро растущим спросом и хорошим экспортным потенциалом.

Становление полупроводниковой электроники стало возможным благодаря развитию физики полупроводников и соответствующих технологий, что привело к появлению большого класса дискретных полупроводниковых приборов. Однако по мере совершенствования технологических процессов выяснились серьезные ограничения применения электронных явлений и систем на их основе. Поэтому микроэлектроника развивается как в направлении совершенствования полупроводниковых технологий, так и в исследовании и применении новых физических явлений.

Полупроводниковая электроника относится к одной из самых молодых, быстро развивающихся отраслей науки и техники. Она прошла несколько этапов развития, за время которых существенно изменилась элементная база: от дискретных электровакуумных и полупроводниковых приборов до сверхбольших интегральных микросхем, функциональных микроэлектронных устройств и наноэлектронных структур.

Можно выделить три основных этапа развития полупроводниковой электроники. Открытие в 1874 году немецким ученым Брауном выпрямительного эффекта в контакте металл–полупроводник послужило началом эры полупроводниковой электроники.

Второй этап ознаменовался изобретением точечного транзистора. В 1946 году при лаборатории «Белл Телефон» была создана группа во главе с Уильямом Шокли, проводившая исследования свойств полупроводников на кремнии и германии. Группа проводила исследования процессов на границе раздела двух полупроводников с различными типами проводимости, что ознаменовалось изобретением полупроводниковых диодов и транзисторов. Позже транзисторы были разделены на униполярные (или полевые, использовались носители одного знака) и биполярные (разнополярные носители: электроны и дырки). Изобретение транзисторов явилось знаменательной вехой в истории развития электроники и поэтому его авторы Джон Бардин, Уолтер Браттейн и Уильям Шокли в 1956 году были удостоены нобелевской премии по физике. На этом этапе произошло



числа уровней разводки (например, до 10-12) является крайне сложной технической задачей. Кроме того, такие технические решения приведут к резкому снижению быстродействия из-за паразитной емкости токоведущих дорожек и надежности за счет большого числа межуровневых переходов, трещин на перегибах, заполнения отверстий, уменьшения сечений, электропереноса («тирания межсоединений»). Поэтому основу конструирования ИМС составляет двухуровневая, реже трехуровневая разводки. Аналогичные решения будут использованы и при переходе к нанотехнологиям.

Действительно, микроэлектроника сегодня переходит на новый уровень – наноэлектронику, которая базируется на результатах фундаментальных исследований атомных процессов в полупроводниковых структурах пониженной размерности. Весьма перспективным может оказаться переход к молекулярной электронике, т.е. использование отдельных молекул в качестве усилителей, преобразователей или ячеек хранения информации. Такой подход, во-первых, позволит значительно увеличить быстродействие приборов, а, во-вторых, уменьшить их размеры до десятков ангстрем.

Рассматриваемые технологии позволят значительно уменьшить габариты устройств наблюдения и регистрации, энергопотребление, позволят использовать преимущества массового производства в микро- и наноэлектронике ближайшего будущего.

Вот почему изучение физики полупроводников представляется необходимой дисциплиной для студентов, связанных в той или иной степени с электронными устройствами, вопросами цифровой обработки сигналов и т.д.

## 1. Основные понятия кристаллографии твердого тела

Физические свойства вещества (механические, тепловые, электрические, магнитные, оптические и др.) определяются его составом и структурой. Существует четыре агрегатных состояния вещества: газ, плазма, жидкость и твердое тело. Два последних состояния называются **конденсированными**. Молекулы в конденсированных («сгущенных») средах находятся близко друг от друга, силы молекулярного взаимодействия довольно велики. Под действием этих сил, в большинстве жидкостей и аморфных твердых телах, молекулы могут группироваться в короткие «шеренги» из десятков-сотен молекул - «**ближний порядок**». В кристаллах (жидких и твердых) длина «шеренги» вмещает миллиарды миллиардов молекул - «**дальний порядок**».

Под истинно твердым телом физики понимают **кристаллическое твердое тело (кристалл) - трехмерно-периодическую структуру**, в которой составляющие кристалл частицы (молекулы, атомы, ионы) расположены в строгом геометрическом порядке.

В силу особых электрических (электронных) свойств некоторых кристаллов они широко используются в элементной базе современной электронной и радиоаппаратуры. Изучение физических основ твердотельной (полупроводниковой) электроники начинается с изучения основных понятий **кристаллографии**.

### 1.1. Кристаллическая решетка

**Кристаллография** - наука об атомно-молекулярном строении, симметрии, физических свойствах кристаллов. Началом этой науки явилась гениальная догадка о том, что правильные внешние формы (огранка) множества кристаллов есть следствие трехмерно-периодического расположения атомов, составляющих кристалл. Действительно, в природе часто встречаются кристаллы, представляющие собой правильные многогранники (от мелких - доли грамма, до крупных - в сотни килограмм - таковы, например, кристаллы «горного хрусталя» - кварца). Правильную огранку имеют и кристаллы, выращенные (синтезированные) в хороших (равновесных) условиях. Например, кристаллы медного купороса и др. В данных случаях речь идет о **монокристаллах**, в которых строгий порядок расположения атомов (если не учитывать мозаичности монокристаллов) сохраняется на всем протяжении кристалла. Более часто встречаются **поликристаллы** (минералы, технические металлы и сплавы), которые состоят из множества отдельных беспорядочно ориентированных мелких монокристаллических зерен (кристаллитов). Естественная форма (огранка) большинства монокристаллов часто теряется под влиянием механических

воздействий на них других тел, но монокристалл остается в принципе монокристаллом.

Нетрудно понять, что внешняя форма кристалла определяется *способом «упаковки»* атомов в кристалле. Геометрия в совокупности с соображениями симметрии позволили найти, какие способы упаковки в принципе возможны. Такой теоретический метод выяснения возможных структур кристаллов называется *геометрической кристаллографией*. Одним из основных понятий кристаллографии является понятие *кристаллической решетки* - воображаемой пространственной сетки, в *узлах* которой располагаются центры масс составляющих кристалл атомов. Если «вписать» кристаллическую решетку в систему координат XYZ (оси OX, OY, OZ в общем случае не ортогональны), то положение любого узла решетки можно задать с помощью радиус-вектора

$$r = ma + nb + pc, \quad (1.1)$$

где *a, b, c*-наименьшие (базисные) векторы, определяющие в совокупности *основной репер решетки*. Переноса один (любой) узел решетки вдоль базисных векторов *a, b, c* на дискретные расстояния, равные длинам этих векторов *a, b, c*, можно заполнить какую угодно часть пространства кристаллической решеткой. Длины *a, b, c* называются *периодами трансляции* (переноса) узла по направлениям *a, b, c*. Второй способ построения кристаллической решетки – это трансляция (параллельный перенос) в трех направлениях так называемой *трансляционной ячейки* (см. рис.1.1). Можно наглядно представить себе строительство стены (решетки) из

кирпичиков (трансляционных ячеек). Однако ячейки (см. рис.1.1) можно выбрать разные. Какие ячейки выбрать, чтобы геометрическая картина кристаллической решетки была наиболее информативной, т.е. отражала бы симметрию кристалла? Французский ученый О. Браве в 1848 г. теоретически нашел такие ячейки, исходя из знания закономерностей внешней огранки кристаллов и теории симметрии кристаллов. Решетки, полученные путем трансляции найденных Браве ячеек, получили название решеток Браве. Их всего 14 штук (рис. 1.2). Как видно из рис. 1.2, трансляционные ячейки Браве представляют собой параллелепипеды. Если узлы решетки находятся только в вершинах параллелепипеда Браве, то он и соответствующая ему решетка называются *примитивными (простыми)*. *Сложные решетки* Браве могут содержать узлы:

1) в центре двух противоположных граней параллелепипеда - *базоцентрированная решетка* (БЦ);

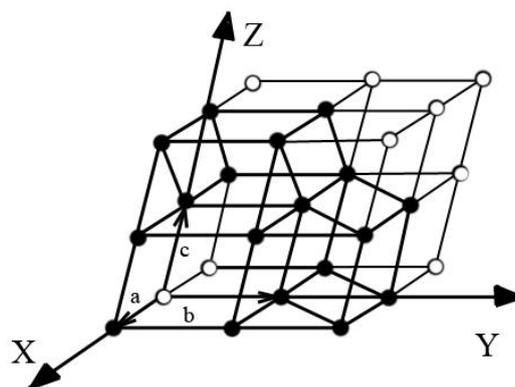


Рис.1.1. Пространственная решетка и трансляционная ячейка

2) в центре всех граней параллелепипеда (ячейки) Браве - **гранецентрированная решетка (ГЦ)**;

3) узел в центре ячейки Браве - **объемноцентрированная решетка (ОЦ)**.

Решетки Браве широко используются в **геометрической** и **структурной** кристаллографии, в физике твердого тела. Точки, совпадающие с центрами атомов в идеальном кристалле, дают в простейшем случае одну решетку Браве. Но чаще существующие кристаллы более сложны. Ценность решеток Браве в том, что в любом случае кристаллическую решетку любого бездефектного кристалла можно скомбинировать с помощью решеток Браве путем «вставления» решетки одного типа в решетку другого типа. Тогда в любой кристаллической решетке можно выделить **элементарные ячейки**. Опытное физическое доказательство справедливости вышеописанных представлений о структуре кристаллов стало возможным с 1913 г. после открытия М. Лауэ дифракции рентгеновский лучей на кристаллах. Позже была обнаружена дифракция электронов и нейтронов на кристаллах - трехмерных периодических структурах подобных **объемной дифракционной решетке**.

Напомним условие дифракционных максимумов для обычной оптической (одномерной) дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (1.2)$$

где  $d$  - период решетки,  $\lambda$  - длина волны падающего параллельно на решетку света,  $\varphi$  - угол, соответствующий  $m$ -му ( $m$ -порядок максимума) дифракционному максимуму. Зная  $\lambda$ , измеряя  $\varphi$  для любого  $m$  можно найти период решетки  $d$ .

Похожая формула для условия дифракционных максимумов рентгеновских лучей на кристаллах имеет вид

$$2d \sin \theta = m \lambda \quad (1.3)$$

- формула Вульфа-Брэггов, где  $m$  - порядок максимума,  $\lambda$  - длина волны рентгеновских лучей,  $\theta$  - так называемый угол скольжения луча,  $d$  - расстояние между двумя атомными плоскостями в кристалле (межплоскостное расстояние).

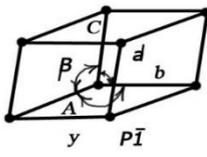
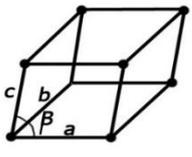
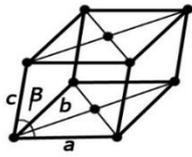
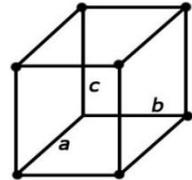
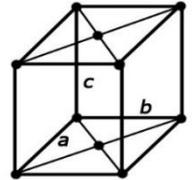
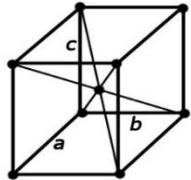
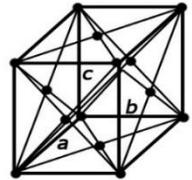
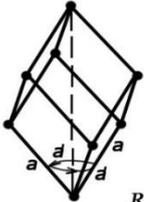
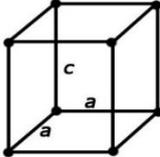
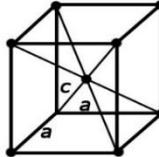
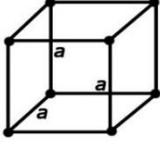
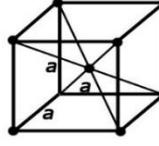
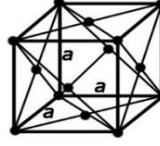
| Сингония        | Решетка Бравэ  |  |   |  |
|-----------------|--|--|---|--|
|                 | Примитивная (P)  | Базоцентрированная   | Объемно-центрированная (I)  | Гранецентрированная (F)  |
| Триклинная      |                     |  |   |  |
| Моноклинные     | <br><i>P2/m</i>     | <br><i>C2/m</i> |   |  |
| Ромбическая     | <br><i>Pmmm</i>     | <br><i>Cmcm</i> | <br><i>Immm</i>     | <br><i>Fmmm</i>   |
| Ромбоэдрическая | <br><i>R3m</i>     |  |   |  |
| Тетрагональная  | <br><i>P4/mmm</i> |  | <br><i>I4/mmm</i> |  |
| Гексагональная  |                   |  |   |  |
| Кубическая      | <br><i>Pm3m</i>   |  | <br><i>Im3m</i>   | <br><i>Fm3m</i> |

Рис. 1.2. Трансляционные ячейки Бравэ

Рентгеновские лучи 1 и 2, рассеянные атомами кристалла, лежащими в двух параллельных плоскостях 1' и 2' когерентны, что приводит к их интерференции и формуле Вульфа-Брэггов. Измеряя углы  $\theta$ , можно найти различные межплоскостные расстояния в решетке кристалла. Далее путем расчета можно определить параметры элементарной ячейки кристалла. Таким образом, к настоящему времени изучено более

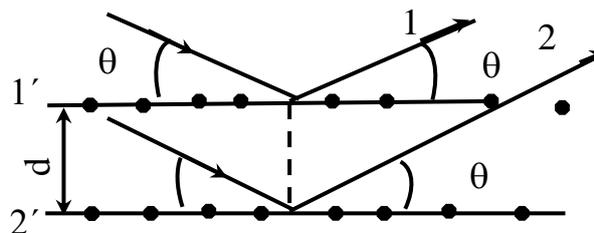


Рис. 1.3. К пояснению величин, входящих в формулу Вульфа-Брэггов

ста тысяч (!) неорганических и органических кристаллических структур. Данная область кристаллографии называется **структурной кристаллографией**, а использование для исследования кристаллов рентгеновских лучей называется **рентгеноструктурным анализом**. Если вместо рентгеновских лучей используются электроны (электронный микроскоп) - **электронографический анализ**, а при использовании медленных нейтронов - **нейтронографический анализ**.

## 1.2. Кристаллографические индексы

Для того чтобы описывать решетку и элементарную ячейку кристалла, уметь указывать направления в кристалле, положение атомов и атомных плоскостей, вводятся некоторые понятия.

Плоскости, проведенные в кристаллической решетке через узлы (центры атомов), называются **кристаллографическими плоскостями**. Прямые, проведенные через узлы решетки, называются **кристаллографическими направлениями**. Для обозначения (индицирования) кристаллографических плоскостей и направлений пользуются **индексами Миллера**. Для того, чтобы установить индекс Миллера, элементарную ячейку кристалла вписывают в пространственную систему координат, как показано на рис.1.1. Оси координат X, Y, Z называются **кристаллографическими осями**. За единицу измерения вдоль каждой оси принимается **период решетки**, т.е. длины ребер  $a, b, c$  элементарной ячейки.

На примере кубической решетки (рис.1.4а) рассмотрим **индицирование кристаллографических плоскостей**.

В данном случае единица измерения вдоль осей-длина ребра куба  $a$  ( $a=b=c$ ). Для **определения индексов Миллера для кристаллографической плоскости** необходимо:

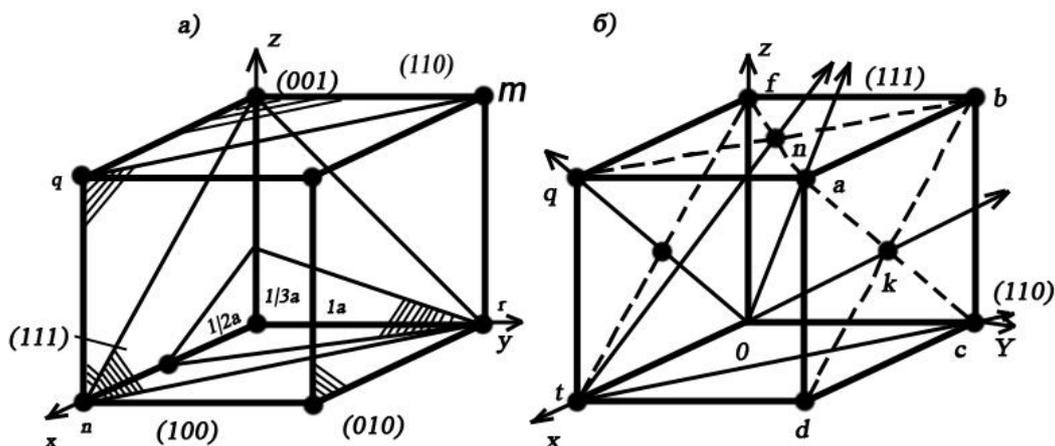


Рис.1.4. Индексирование кристаллографических плоскостей и направлений

- 1) установить координаты точек пересечения этой плоскости с осями координат в единицах периодов решетки;
- 2) взять обратное значение этих величин;
- 3) привести их к наименьшему целому, кратному каждому из полученных чисел.

Полученные значения кратных целых чисел (их записывают в круглых скобках), не имеющие общего множителя, являются **индексами Миллера плоскости**. Рассмотрим для примера на рис. 1.4а плоскость, пересекающую оси координат в точках  $x = \frac{1}{2}a$ ,  $y = 1a$ ,  $z = \frac{1}{3}a$  ( $a$  - период решетки). Обратные значения чисел  $\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}$  равны соответственно 2, 1, 3. Эти числа являются простыми, не имеющими общего множителя. Для данной плоскости индексы Миллера равны (2 1 3). Для произвольной плоскости индексы Миллера записывают в виде  $(h k l)$ . Индекс по оси показывает, на сколько равных частей делит осевую единицу данная плоскость по данной координатной оси.

Плоскость, параллельная какой-либо координатной оси, имеет по этой оси индекс нуль, т. к.  $\frac{1}{\infty} = 0$ . Так, например, плоскость  $q m r n$  (рис. 1.4а) имеет индексы (1 1 0).

Если плоскость пересекает ось в области отрицательных значений координат, то соответствующий индекс будет отрицательным и знак минус ставится над этим индексом. Зная индексы Миллера  $(h k l)$  плоскости, можно вычислить межплоскостное расстояние  $d$  между плоскостями  $(h k l)$  данного

семейства. Для кубических кристаллов с параметром  $a$  это можно сделать по формуле

$$d_{(hkl)} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}. \quad (1.4a)$$

Более сложная зависимость существует для некубических решеток, но принципиального отличия не существует. Индексы Миллера можно ввести для кристаллов с любыми формами ячеек Браве (для любых сингоний). Эти формулы широко используются при рентгеноструктурном анализе кристаллов.

**Индексирование кристаллографических направлений** рассмотрим на рис. 1.4б. Любая прямая задается координатами двух ее точек. При определении индексов направлений за одну из точек берут начало координат. Если прямая не проходит через начало координат, то ее совмещают с началом координат путем переноса начала координат в эту точку. Далее определяют координаты любой другой точки, лежащей на данной прямой, в единицах периода решетки, приводят отношение этих координат к отношению трех наименьших целых чисел. Заключив полученные числа в квадратные скобки, получим **индексы Миллера-Вейса (или просто Миллера) кристаллографического направления**. Например, индексы направления  $0a$  и всех параллельных ему направлений (рис.1.4б) будут  $[1\ 1\ 1]$ .

Для получения индексов прямой, проходящей через точки  $l$  и центр грани  $k$ , необходимо перенести линию  $lk$  параллельно самой себе так, чтобы она проходила через начало координат, и определить новые координаты точки  $k$  по формулам

$$x = -\frac{1}{2}, y = +1, z = +\frac{1}{2}. \text{ Наименьшие целые числа без общего множителя будут -}$$

1, 2, 1. Тогда индексы Миллера для направления  $lk$  записывают  $[1\ 2\ 1]$  и читают: один с минусом, два, один.

В кубической решетке индексы направления, перпендикулярного плоскости  $(hkl)$ , имеют те же индексы, т.е.  $[h\ k\ l]$ . Проверьте это самостоятельно, упражняясь по рис. 1.4а и 1.4б.

Угол между соответствующими индексами направлений и плоскостей легко может быть найден по уравнениям

$$\cos \alpha = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2}{\sqrt{u_1^2 + v_1^2 + w_1^2} \sqrt{u_2^2 + v_2^2 + w_2^2}} \quad (1.4б)$$

$$\sin \alpha = \frac{uh + vk + wl}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

где  $u, v, w$  и  $h, k, l$  - индексы кристаллографических направлений и плоскостей соответственно. Подставляемые индексы относятся к пересекающимся плоскостям.

Индексы Миллера являются очень удобным средством описания элементов структуры кристалла и практически очень широко применяются в кристаллографии, физике твердого тела, рентгено-, электроно- и нейтроно-структурных анализах, кристаллофизике и кристаллохимии. Так, например, **очень важным свойством кристаллов является анизотропия кристаллов**-зависимость их физических свойств от кристаллографического направления в кристалле. Для практического использования в элементной базе электроники, в оптике и других областях из цельного монокристалла вырезают определенным (нужным) образом ориентированную по кристаллографическим направлениям часть (фрагмент) кристалла (пластину, параллелепипед и т.п.), а затем с помощью различных технологических операций изготавливают из нее диоды, транзисторы, интегральные схемы.

### **1.3. Межатомные взаимодействия. Основные типы связей в твердых телах**

Силы, удерживающие частицы в кристалле, могут иметь различную физическую природу, но в любом случае при сближении атомов (молекул) между ними возникает взаимодействие, приводящее к появлению сил притяжения и отталкивания. **Силы отталкивания** проявляются при значительном сближении атомов, когда их электронные оболочки перекрываются. В этом случае силы отталкивания имеют электростатическую природу: отталкиваются одноименно (положительно) заряженные ядра атомов. **Силы притяжения** более разнообразны по своей природе и могут быть объединены в 4 основные группы по типу связи частиц в твердых телах:

- 1) ионная (полярная) связь,
- 2) обменная (ковалентная) связь,
- 3) металлическая связь,
- 4) связь Ван-дер-Ваальса.

Изобразим графически **результирующую потенциальную энергию** взаимодействия  $U$  частиц в твердых телах (рис. 1.5), равную аддитивной сумме энергии притяжения  $U_{пр}$  и отталкивания  $U_{от}$  в зависимости от расстояния между частицами.

$$U = U_{пр} + U_{от} \quad (1.5)$$

Из этого рисунка следует, что энергия стремится к нулю с увеличением расстояния между ионами. Другими словами, нулевая энергия соответствует полному отсутствию взаимодействия. На больших расстояниях энергия отрицательна и убывает с уменьшением  $r$ ; это означает, что области  $r > r_0$  ионы притягиваются. При очень малых расстояниях энергия очень быстро возрастает, т.е. ионы отталкиваются, если  $r < r_0$ .

Функция имеет минимум в точке  $r_0$ , которая соответствует состоянию равновесия; здесь сила притяжения в точности равна силе отталкивания.

Теоретические выражения для потенциальных энергий отталкивания и притяжения имеют вид:

$$U_{от} = \frac{b}{r^n}; \quad U_{пр} = -\frac{a}{r^m} . \quad (1.6)$$

Тогда

$$U = U_{от} + U_{пр} = \frac{b}{r^n} - \frac{a}{r^m}, \quad (1.7)$$

где  $a, b, m, n$  - положительные константы,  $r$  - расстояние между центрами атомов.

Таким образом, если сблизить два атома (молекулы) на расстояние порядка  $r \approx 2r_0$ , то они под действием сил притяжения будут сближаться уже «самостоятельно» до расстояния  $r \approx r_0$ . Ближе им не дадут сближаться силы отталкивания, которые растут быстрее сил притяжения. Возникает устойчивое равновесное состояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии.

Из выражения (1.7), приравняв производную к нулю  $\frac{dU}{dr} = 0$ , можно найти расстояние между атомами в их устойчивом равновесии

$$r_0 = \sqrt[n-m]{\frac{nb}{ma}} \quad (1.8)$$

Это справедливо также для трех, четырех, ..., миллионов сближающихся атомов. **Так может образоваться конденсированная среда, в частности, кристалл со своей правильной структурой.** Такая структура будет сохраняться до тех пор, пока энергия связи остается выше энергии теплового движения частиц. Частицы как бы закреплены в положении равновесия, но могут совершать около них тепловые колебания.

Рассмотрим теперь подробнее 4 основных типа связей в твердых телах.

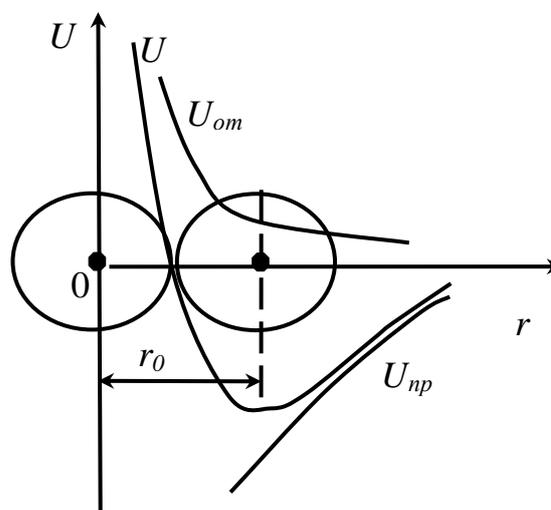


Рис. 1.5. Зависимость результирующей  $U$  потенциальной энергии взаимодействующих атомов, энергии отталкивания  $U_{от}$  и энергии притяжения  $U_{пр}$  от расстояния  $r$  между ними

### 1.3.1. Ионная (полярная) связь

Типичным соединением с такой связью является хлористый натрий NaCl (поваренная соль) и другие соединения щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs) с галогенами (F, Cl, Br, I). Щелочные металлы имеют на внешней оболочке один слабосвязанный с атомом электрон. При сближении с атомами галогенов они легко отдают электроны им, т. к. атомам галогенов не хватает до восьми электронов всего одного электрона, чтобы внешняя электронная оболочка стала особо устойчивой (заполненной). Кристалл поваренной соли (и других аналогичных соединений) представляет собой макромолекулу-кристаллическую решетку, в узлах которой находятся положительные ионы  $Na^+$  и отрицательные ионы  $Cl^-$ . Связь этих ионов в кристалле осуществляется за счет электростатических (кулоновских) сил притяжения. Потенциальная энергия

кулоновских сил притяжения равна  $U_{np} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Силы отталкивания ядер

препятствуют сближению ионов. Энергия сил отталкивания  $U_{om} = \frac{b}{r^n}$ .

Результирующая энергия  $U = U_{om} + U_{np} = \frac{b}{r^n} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Равновесию ( $r=r_0$ )

соответствует минимум результирующей потенциальной энергии. В случае NaCl образуется простая кубическая решетка с чередованием ионов  $Na^+$  и  $Cl^-$  по ребрам решетки.

Энергия связи в ионных кристаллах обычно велика. Поэтому они имеют высокую температуру плавления. При низких температурах ионные кристаллы являются хорошими диэлектриками. При высоких температурах их электропроводность определяется, в основном, движением ионов.

### 1.3.2. Обменная (ковалентная связь)

Такая связь наблюдается в кристаллах, которые не могут дать противоположно заряженных ионов. Рассмотрим сущность этой связи на примере образования молекулы водорода.

При сближении двух атомов водорода их электронные оболочки перекрываются так, что электроны обобществляются. Наступает обмен атомов электронами (**обменная связь**). Это явление имеет чисто квантовую природу возникновения обменных сил притяжения атомов (рис.1.6).

Образование связей из-за обобществления валентных электронов наблюдается во многих полупроводниковых кристаллах, в том числе в наиболее используемых в полупроводниковых приборах кремнии Si и германии Ge. Атомы Si или Ge в их кристаллических решетках образуют с каждым

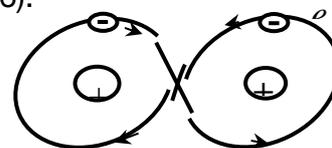


Рис. 1.6. Схема образования молекулы водорода

их четырех ближайших соседних атомов попарно-электронную связь, расходуя на это 4 валентных электрона. Силы обменного взаимодействия более интенсивны, чем кулоновские электростатические силы. Поэтому такие кристаллы более тугоплавки и механически прочнее ионных кристаллов. Однако попарное обобществление электронов ослабляет их связь с ядрами атомов. Поэтому даже при небольшом нагреве кристалла эти электроны легко уходят от атомов и становятся свободными. Поэтому такие кристаллы обладают электронной проводимостью, величина которой очень сильно зависит от температуры и наличия примесей.

### 1.3.3. Металлическая связь

Внешние (валентные) электроны в атомах металлов связаны с ядром довольно слабо. При сближении атомов до межатомных расстояний в кристалле эти электроны могут свободно перемещаться внутри кристалла, образуя «электронный газ». Распределение плотности свободных электронов (отрицательного заряда) между узлами кристаллической решетки достаточно однородно. Связь в кристаллической решетке металла возникает вследствие электростатического взаимодействия положительных ионов с электронным газом (силы притяжения). Силы электростатического отталкивания между ионами уравновешивают силы притяжения. Равновесное расстояние между ионами соответствует минимуму результирующей потенциальной энергии. Наличие огромного числа свободных электронов обеспечивает электронную проводимость металлов при любых температурах.

### 1.3.4. Силы Ван-дер-Ваальса

*Силы Ван-дер-Ваальса универсальны*, т.к. возникают между любыми атомами и молекулами при их сближении, даже если их электронные оболочки еще не перекрываются. Природа сил Ван-дер-Ваальса электрическая и заключается во взаимодействии электрических диполей. При этом различают три вида сил: *дисперсионные, ориентационные и индукционные. Дисперсионные силы* возникают даже между атомами (молекулами) со сферически симметричными электронными оболочками, которые имеют в среднем по времени нулевой электрический дипольный момент. К таким атомам относятся, например, атомы инертных газов (He, Ne, Ar...). С другой стороны, у этих атомов существуют *мгновенные дипольные моменты*, величины и направления которых с течением времени быстро (со скоростью обращения орбитальных электронов) изменяются. При сближении таких диполей они электрически взаимодействуют между собой, что приводит к синхронному движению электронов во взаимодействующих атомах (диполях). *Возникают дисперсионные силы притяжения диполей.* Этот эффект

существует и у атомов с несферической оболочкой, но перекрывается по интенсивности другими механизмами, например, ориентационным.

**Ориентационные Ван-дер-Ваальсовы силы** существуют между близко расположенными атомами (молекулами), имеющими **собственный дипольный электрический момент**, и заключаются во взаимодействии (взаимной ориентации) таких диполей.

**Индукционные силы** возникают между сближающимися **молекулами с высокой поляризуемостью**. При сближении таких молекул у них за счет электростатической индукции появляется дипольный электрический момент и, следовательно, электростатическое взаимодействие между ними.

В общем случае «работают» все три механизма и одновременно реализуются все три типа Ван-дер-Ваальсовых связей. Потенциальная энергия взаимодействия в этом случае складывается из энергии дисперсионного  $U_d$ , ориентационного  $U_o$  и индукционного  $U_i$  взаимодействий  $U=U_d+U_o+U_i$ . Энергия Ван-дер-Ваальсовой связи мала. Поэтому все структуры, обусловленные этой связью, малоустойчивы, летучи и имеют низкие температуры плавления.

В реальных кристаллах одновременно могут существовать несколько типов связей (например, обменная и Ван-дер-Ваальсова и т.п.), но, как правило, можно всегда выделить одну из связей, которая превалирует по интенсивности над другими.

### Контрольные вопросы:

1. Что изучает наука кристаллография?
2. Что называется периодом трансляции в кристаллической решетке?
3. Для чего используются индексы Миллера?
4. Назовите основные типы связей в твердых телах.
5. В чем состоит суть устойчивого состояния взаимодействующих атомов?
6. Как доказать, что скорость роста кристалла, помещенного в перенасыщенный раствор или расплав, различна по разным направлениям?
7. Что будет с кристаллом, если опустить его в ненасыщенный раствор? Если опустить его в пересыщенный раствор?

### Задачи к главе:

1.1. Доказать, что в кубической системе угол  $\varphi$  между нормальными к граням определяется формулой: 
$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}} .$$

Решение. В кубической системе единичный вектор нормали к грани равен

$$\vec{F} = \frac{dh}{a} \vec{i} + \frac{dk}{a} \vec{j} + \frac{dl}{a} \vec{z} .$$
 В нашем случае

$$\vec{F}_1 = d_1(h_1 \vec{i} + k_1 \vec{j} + l_1 \vec{z}) / a, \quad \vec{F}_2 = d_2(h_2 \vec{i} + k_2 \vec{j} + l_2 \vec{z}) / a .$$

По определению  $\vec{F}_1 \vec{F}_2 = \cos \varphi = d_1 d_2 (h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2) / a^2$ . С учетом  $\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}$

легко получить 
$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)(h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)}}.$$

1.2. Определить относительную атомную массу  $A_r$  кристалла, если известно, что расстояние  $d$  между ближайшими соседними атомами равно 0,304 нм. Решетка объемноцентрированная кубической сингонии. Плотность  $\rho$  кристалла равна 534 кг/м<sup>3</sup>.

Решение: Параметр кубической решетки  $a = \sqrt[3]{nM / \rho N_A}$ , откуда  $M = \frac{\rho N_A a^3}{n}$

Так как  $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ , то  $a = \frac{2d}{\sqrt{3}}$ , тогда  $M = \frac{\rho N_A 8d^3}{3\sqrt{3}n} \Rightarrow$  относительная атомная масса  $A_r =$

$$1000M = \frac{810^3 \rho N_A d^3}{3\sqrt{3}n} = \frac{8 \times 10^3 \times 1 \times 534 \times 6,02 \times 10^{23} \times (3,04 \times 10^{-10})^3}{3\sqrt{3} \times 2} = 6,95$$

1.3. Найти плотность  $\rho$  кристалла гелия (при температуре  $T=2$  К), который представляет собой гексагональную структуру с плотной упаковкой. Постоянная  $a$  решетки, определенная при той же температуре, равна 0,357 нм.

Решение: Объем одной ячейки  $V = \sqrt{2}a^3$

На одну ячейку приходится  $n$ -атомов. Масса одного атома -  $M/N_A \Rightarrow$

$$\text{Масса ячейки } m = \frac{nM}{N_A}. \text{ Откуда } \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{N_A \sqrt{2}a^3} = \frac{2 \times 0,004}{6,02 \times 10^{23} \times (3,57 \times 10^{-10})^3} = 207 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

1.4. Как измениться наименьшее равновесное расстояние между ионами NaCl, если заряд иона возрастет вдвое?

Решение. Ионные кристаллы состоят из положительно и отрицательно заряженных ионов. Эти ионы сферически симметричны, а силами взаимодействия между ними являются центральные кулоновские силы и некие силы отталкивания. Поэтому выражение для энергии взаимодействия  $U_{ij}$  между двумя ионами  $i$  и  $j$  в кристалле состава XY, образованном из ионов с зарядами  $+e$  и  $-e$ , как и (1.7)

содержит два члена и имеет вид:  $U_{ij} = \pm \frac{e^2}{r_{ij}} + \frac{b}{r_{ij}^n}$ , где, как и ранее,  $r_{ij}$  - расстояние

между двумя ионами, а  $b$  и  $n$  – эмпирические константы.

Измеряя  $r_{ij}$  в единицах расстояния  $r$  между ближайшими соседями  $r_{ij} = \alpha_{ij} r$  и суммируя по всем ионам при  $i \neq j$ , находим энергию  $U_i$ -ого иона в поле других

ионов:  $U_i = -\frac{Ae^2}{r} + \frac{B}{r^n}$ , где  $A = \sum_{j \neq i} \pm \alpha_{ij}^{-1}$ ,  $B = b \sum_{j \neq i} \alpha_{ij}^{-n}$  (плюсы и минусы относятся к

знаку заряда иона). Таким образом, полная энергия решетки  $U(r)$  кристалла,

содержащего  $2N$  ионов, равна  $U(r) = -N \left( \frac{Ae^2}{r} - \frac{B}{r^n} \right)$ .

В равновесном состоянии ( $r = r_0$ ) энергия  $U(r)$  минимальна, поскольку при

$$U(r) = -N\left(\frac{Ae^2}{r} - \frac{B}{r^n}\right), \text{ то } \left(\frac{\partial U(r)}{\partial r}\right)_{r_0} = N\left(\frac{Ae^2}{r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}}\right) = 0, \text{ откуда } U(r_0) = \frac{NAe^2}{r_0} \left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Из уравнения для  $\left(\frac{\partial U(r)}{\partial r}\right)_{r_0} = 0$  следует, что  $\frac{Ae^2}{r_0^2} = \frac{nB}{r_0^{n+1}}$ , откуда  $r_0(e) = \left(\frac{nB}{Ae^2}\right)^{\frac{1}{n-1}}$ .

Поэтому  $r_0(2e) = \left(\frac{nB}{4Ae^2}\right)^{\frac{1}{n-1}} = 4^{\frac{1}{n-1}} r_0(e)$ . Используя выражение для энергии  $U(r)$

$$\text{можно получить } U(r_0, 2e) = -\frac{4NAe^2}{r_0(2e)} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = U(r_0, e) 4^{\frac{n}{n-1}}.$$

1.5. Определить углы между следующими кристаллографическими направлениями в кубическом кристалле: а) [001] и [111]; б) [011] и [101]; в) [011] и [111].

1.6. В кубической кристаллической решетке постройте плоскости с индексами Миллера (121) и  $(1\bar{2}\bar{1})$ .

1.7. В систему {111} кубического кристалла входят плоскости (111),  $(1\bar{1}1)$ ,  $(11\bar{1})$ ,  $(\bar{1}\bar{1}1)$ ,  $(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $(\bar{1}1\bar{1})$  и  $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ . Какие из этих плоскостей параллельны? Какую пространственную фигуру образуют все эти плоскости при взаимном пересечении.

1.8. Определить расстояние между ближайшими параллельными плоскостями {111} в кубической кристаллической решетке с периодом  $a$  элементарной ячейки.

1.9. Вычислить, сколько атомов располагается на  $1 \text{ мм}^2$  плоскостей (100) и (111) в кристаллической решетке кремния, если его межатомное расстояние равно  $0,2352 \text{ нм}$ .

1.10. Докажите, что направление  $[hkl]$  в кубической кристаллической решетке нормально плоскости  $(hkl)$ .

1.11. В чем состоят различия между монокристаллами, поликристаллами, поликристаллическими и аморфными веществами?

1.12. Получить значение минимальной энергии решетки ионного кристалла.

## 2. Несовершенства и дефекты кристаллической решетки

Хорошо известно, что реальные кристаллы отличаются от идеализированных структур присутствием различного рода отклонений от пространственной периодичности. Отклонение от регулярного расположения частиц принято называть дефектами структуры. Их условно подразделяют на динамические (временные) и *статические* (постоянные). Динамические дефекты возникают при механических, тепловых и электромагнитных воздействиях на кристалл, при прохождении через него потока частиц высокой энергии и т.п. Наиболее распространенным видом динамических дефектов можно считать *фононы* - временные искажения регулярности решетки, вызванные тепловым движением атомов. Среди статистических дефектов различают атомные (точечные) и протяженные несовершенства структуры. Атомные дефекты могут проявляться в виде незанятых узлов решетки - вакансий, смещений атома из узла в междоузлие, внедрения в решетку чужеродного атома или иона. К протяженным дефектам относятся поры, трещины, границы зерен, микровключения другой фазы.

Общепринятую классификацию дефектов обычно осуществляют по геометрическим признакам, т.е. по числу измерений, в которых нарушения структуры кристалла простираются на расстояния, превышающие характерный параметр решетки. Как правило, выделяют четыре класса дефектов: точечные, линейные, поверхностные и объемные.

### 2.1. Точечные (нульмерные) дефекты

*Точечный дефект* (ТД) - это нарушение кристаллической структуры, размеры которого не превышают нескольких межатомных расстояний во всех трех направлениях. ТД может иметь простую или сложную структуру. К простейшим точечным дефектам относятся: 1) *вакансии* - отсутствие атомов в узлах кристаллической решетки; 2) *межузельные* атомы - атомы, находящиеся не в узлах решетки, а между ними; 3) *примесные атомы замещения* - атомы чужеродного вещества, занявшие места в узлах решетки атомов, составляющих кристалл; 4) *примесные атомы внедрения* - межузельные атомы чужеродного вещества. Случаи 3 и 4 реализуются в твердых растворах (кристаллах).

### *Примеси*

Примеси являются наиболее важными и распространенными дефектами решетки. Современные способы очистки не позволяют получать вещества, содержащие менее  $10^{-9}\%$  примесей ( $10^{17}$  примесных атомов в  $1\text{ м}^3$ ). Поэтому примеси всегда и неизбежно присутствуют в твердых телах. В зависимости от природы примесей они могут находиться в кристалле или в растворенном состоянии, или в виде включений (рис.2.1). Процесс растворения состоит в том, что примесные атомы внедряются в промежутки между атомами кристалла, или замещают часть этих атомов, размещаясь в узлах решетки. В первом случае твердый раствор называется раствором *внедрения*, во втором случае - раствором *замещения*. Так как чужеродные атомы по своей физической природе и размерам отличаются от атомов основного кристалла, то их присутствие вызывает искажение решетки кристалла. Они являются эффективными центрами рассеяния носителей, обуславливая электрическое сопротивление, не исчезающее при абсолютном нуле.

Расчет показывает, что абсолютно чистый кремний должен иметь удельное сопротивление при комнатной температуре порядка  $2000\text{ Ом}\cdot\text{м}$ , содержание в нем примесей снижает удельное сопротивление до  $1\text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Технически чистый германий долгое время считался металлом, так как его удельное сопротивление

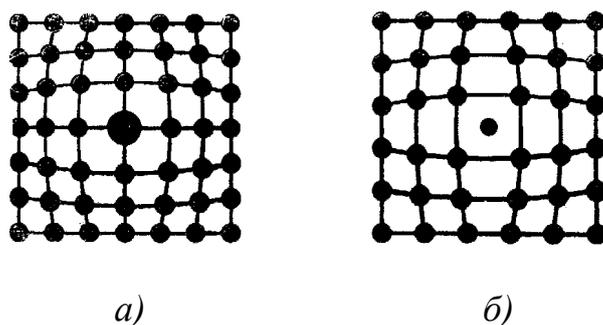


Рис. 2.1. Искажение кристаллической решетки в растворах замещения (а) и в растворах внедрения (б).

было того же порядка, что и у металлов. Только очистка, доводящая содержание примесей до  $10^{-7}$ - $10^{-8}\%$ , “сделала” германий типичным полупроводником.

## **2.2. Одномерные (линейные) дефекты**

**Линейные дефекты** - это нарушение кристаллической структуры вдоль линии. Поперечные размеры линейного дефекта не превышают нескольких межатомных расстояний, а их длина может быть сопоставимой с размерами всего кристалла.

К линейным дефектам относятся:

1) **цепочки точечных дефектов**-вакансий или межузельных атомов (такие дефекты обычно долго не существуют, т.к. из-за миграции (диффузии) атомов происходит «самозалечивание» кристалла);

2) **дислокации**,

3) **дисклинация**.

Ограничимся рассмотрением только понятия о **дислокациях**. Слово **дислокация** в переводе с латинского – смещение, и применительно к структуре кристаллов обозначает дефекты кристаллической решетки, искажающие правильное расположение атомных (кристаллографических) плоскостей. Дислокации отличаются от других дефектов в кристаллах тем, что значительное нарушение регулярного чередования атомов сосредоточено в малой окрестности некоторой линии, пронизывающей кристалл. Простейшими видами дислокаций являются **краевая** и **винтовая дислокация**. В идеальном кристалле соседние атомные плоскости параллельны на всем своем протяжении. Если одна из атомных плоскостей обрывается внутри кристалла, то возникает **краевая дислокация**.

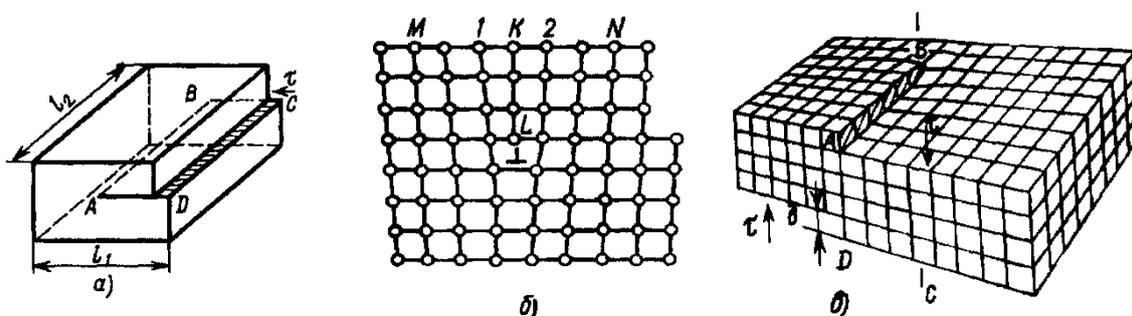


Рис. 2.2. Дислокации в кристаллах

Такое возможно, например, при деформации сдвига в кристалле (рис. 2.2а и 2.2б). Дислокация АВ представляет собой край «лишней» полуплоскости (экстраплоскости) KL.

#### *Напряжения, необходимые для образования дислокаций в совершенном кристалле*

Для того чтобы образовать дислокацию в совершенном кристалле, нужно произвести сдвиг в некоторой части плоскости скольжения. Рассчитаем величину механических напряжений, необходимых для образования дислокаций  $\tau_{\text{теор}}$  (скальвающее напряжение).

Рассмотрим простую прямоугольную решетку и обозначим  $x$  - смещение, соответствующее приложенному напряжению сдвига  $\tau$  (рис. 2.3). При постепенном смещении одной атомной плоскости относительно другой в решетке возникает напряжение  $\tau$ , препятствующее сдвигу и стремящееся восстановить нарушенное равновесие. В силу симметрии решетки  $\tau=0$  при  $x=0,5 \cdot n \cdot b$ , где  $n=0, 1, 2, \dots$ . Решетка оказывает сопротивление приложенному напряжению, т. е.  $\tau > 0$  при  $0 < x < 0,5b$  и, наконец,  $\tau < 0$  при  $0,5b < x < b$ . Таким условиям удовлетворяет простейшая функция

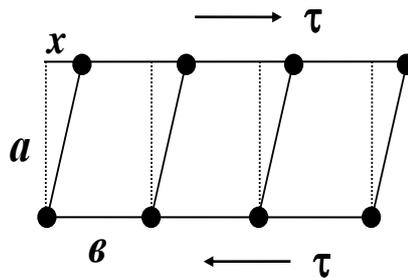


Рис.2.3. Деформация кристаллической решетки

$$\tau = k \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{b}. \quad (2.1)$$

Таким образом, сопротивление сдвигу зависит от смещения по синусоидальному закону. Коэффициент  $k$  в выражении (2.1) есть некоторая постоянная. Она определяется из закона Гука. При малых смещениях  $\sin \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{b} \approx \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{b}$ . Поэтому

$$\tau = k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{b}. \quad (2.2)$$

С другой стороны, для малых смещений выполняется закон Гука:

$$\tau = G \cdot \frac{x}{a}, \quad (2.3)$$

где  $G$  - модуль сдвига. Таким образом, можно записать

$$k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{b} = G \cdot \frac{x}{a}. \quad (2.4)$$

Отсюда

$$k = \frac{b}{a} \cdot \frac{G}{2 \cdot \pi}. \quad (2.5)$$

Нетрудно видеть, что коэффициент  $k$  в выражении (2.1) есть не что иное, как максимальное сопротивление сдвигу, оказываемое решеткой, при  $x = \frac{b}{4}$ . Эту величину и принимают за теоретическую прочность кристалла на сдвиг:

$$\tau_{\text{теор}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{G}{2 \cdot \pi}. \quad (2.6)$$

Ясно, таким образом, что критическое скалывающее напряжение должно составлять приблизительно

$$\tau_{\text{теор}} \approx \frac{G}{10}. \quad (2.7)$$

Однако опыт показывает, что сдвиг в большинстве реальных кристаллов начинается при значительно меньших напряжениях  $(10^{-4} \div 10^{-5})G$ . Такое низкое значение скалывающих напряжений связано с тем, что сдвиг в кристаллах происходит не путем смещения атомных плоскостей друг относительно друга, а путем скольжения дислокаций, уже имеющих в кристалле.

**Винтовую дислокацию** можно представить себе, как результат сдвига на период решетки одной части кристалла относительно другой вдоль некоторой полуплоскости параллельно ее краю, играющему роль оси дислокации (рис. 2.2б)

В случае винтовой дислокации ни одна из атомных плоскостей не оканчивается внутри кристалла, но сами плоскости, являясь только приблизительно параллельными, смыкаются в одну винтовую поверхность, похожую на винтовую лестницу.

Между предельными типами краевой и винтовой дислокации существуют любые промежуточные, в которых линия дислокации не обязательно прямая: она может представлять собой произвольную плоскую или пространственную кривую. Количество дислокаций в кристалле характеризуется их плотностью\*, которая определяется как среднее число линий дислокации, пересекающих проведенную внутри кристалла единичную площадку. В наиболее совершенных монокристаллах кремния плотность дислокаций составляет  $10^5$ - $10^6$  м<sup>-2</sup>, а в сильно деформированных металлах достигает  $10^{15}$ - $10^{16}$  м<sup>-2</sup>.

И в заключение проведем количественную оценку протяженности той области пространства, из которой вещество перекачивается к ядру дислокации. Для этой оценки мы должны определить зону заметного воздействия потенциала дислокации на растворенные в матрице примесные атомы. При этом учтем, что их тепловая энергия в кристаллической решетке соизмерима с  $kT$ .

Очевидно, в непосредственной близости от ядра дислокации эта энергия существенно ниже потенциальной энергии частицы, т.е.  $kT \ll -\varepsilon(r)$ , где  $\varepsilon(r)$  – потенциальное поле, обусловленное наличием дислокации. По мере удаления от ядра дислокации вклад потенциальной энергии убывает, и при некоторых значениях  $r > R_{\text{кр}}$  тепловая энергия атома становится преобладающей. Так что

---

\*Плотностью дислокаций называется число дислокаций линий, пересекающих единичную площадку внутри кристалла.

эффективный радиус действия потенциала  $\varepsilon(r)$  может быть определен по критическому радиусу  $R_{кр}$ , когда тепловая и потенциальная энергии выравниваются:

$$kT = -\varepsilon(R_{кр}) = \frac{B}{R_{кр}} \quad (2.8)$$

В качестве примера проведем оценку  $R_{кр}$ , например, для случая углерода в  $\alpha$ -Fe. Величина  $B$  может быть принята равной  $10^{-21}$  Н·м<sup>2</sup>. Тогда найденное значение  $R_{кр} \approx 2,5 \cdot 10^{-9}$  м, или 2,5 нм. Для относительной оценки доли локализованного на дислокациях примесного вещества необходимо знать их плотность. Даже при заведомо высокой плотности дислокаций  $N_d$  порядка  $10^{15}$  м<sup>-2</sup> (в монокристаллических полупроводниках обычно  $N_d < 10^7$  м<sup>-2</sup>), среднее расстояние между ними составляет примерно  $\Delta = 1/\sqrt{N_d} = 1/\sqrt{10^{15}} = 3 \cdot 10^{-8}$  м или (30 нм). Видно, что с 900 нм<sup>2</sup> свободной площади цилиндра, приходящихся на каждую дислокацию, примесное вещество откачивается со значительно меньшей площади (6.25 нм<sup>2</sup>).

Следовательно, доля осаждаемого на дислокациях вещества ничтожно мала по отношению к общему его количеству, и даже при такой плотности дислокаций не превышает 0.7 %. Несмотря на это, примесные облака (облака Коттрела) «связывают» дислокации, заметно влияя на их подвижность, и тем самым

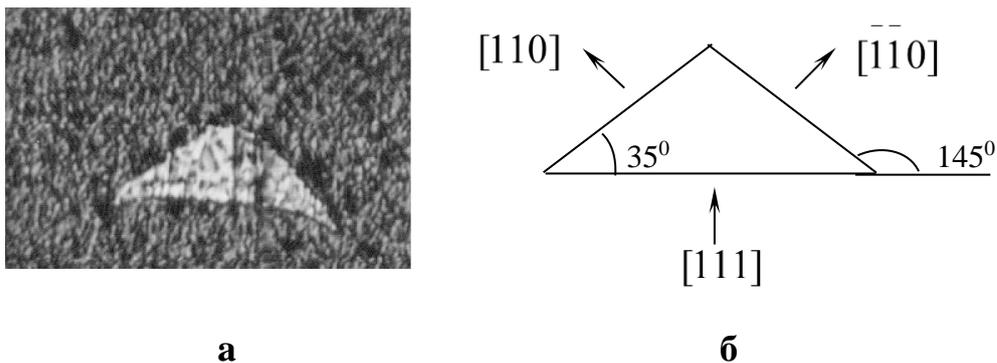
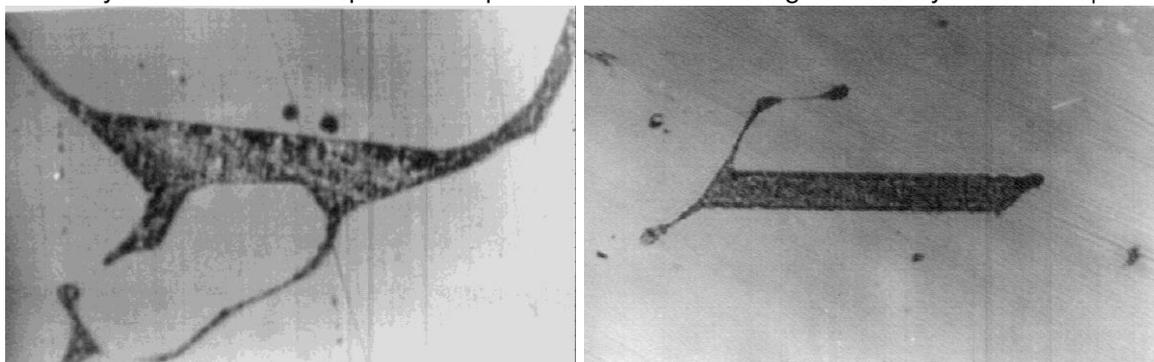


Рис.2.4. Вид включения Al-Si в монокристаллическом кремнии (объемный дефект).  
Плоскость шлифа  $\perp(111)$ . Увеличение \*200.

существенно влияют на механические свойства материала. Если же такие дислокации пересекают активную зону полупроводника, то из-за повышенной проводимости ядра дислокации происходит прокол рn-перехода со всеми вытекающими последствиями.



а

б

Рис.2.5. Вид включений Ag-Si (а) и Ag-Ge (б). Миграция при  $T=1123$  К и  $j=10^6$  А/м<sup>2</sup>. Плоскость шлифа (111). Увеличение \*200.

### ***2.3. Двухмерные (поверхностные) и трехмерные (объемные) дефекты***

Поверхностные дефекты создают нарушение регулярности структуры в двух направлениях. К ним относят ***дефекты упаковки, границы так называемых двойников и зерен (кристаллитов), межфазные границы в сплавах, сама поверхность кристалла.*** Поверхностные дефекты, образующиеся внутри кристалла, ограничены дислокациями или дисклинациями.

***Трехмерными*** или ***объемными дефектами*** являются ***поры, трещины, включения других фаз.*** Они возникают, как правило, в процессе роста кристаллов (рис.2.4-2.6) при наличии большого количества примесей в растворе или в расплаве, из которого ведется кристаллизация.

Наличие любого из этих дефектов искажает кристаллическую решетку. Эти дефекты являются эффективными центрами рассеяния носителей заряда в полупроводниках (электронов и дырок) и очень сильно влияют на их электропроводность. Механизм этого влияния заключается как в изменении параметров решетки из-за того, что чужеродные атомы имеют другие размеры, так и из-за того, что чужеродные атомы могут иметь валентность, отличную от атомов матрицы. В этом случае могут появляться «лишние» электроны, которые слабее связаны с атомами (не участвуют, например, в ковалентной связи) и легко становятся свободными. Или, наоборот, электронов для полной связи может не хватить, и образуются «дырки». Как мы увидим, и то, и другое сильно влияет на электропроводность полупроводниковых кристаллов.

Рассмотрим возникновение и динамику трехмерных дефектов на примере расплавленных включений в полупроводниковых монокристаллах кремния и германия.

## ***2.4. Образование и миграция расплавленных включений в полупроводниках***

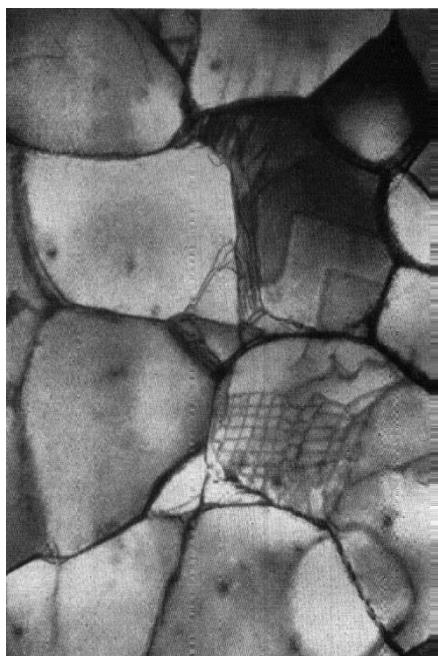


Рис.2.6. Поликристаллическая структура алюминия после сильной деформации ( $\times 35000$ ).

Анализ многочисленных видов миграции включений в твердых диэлектриках и ионных кристаллах был сделан в 1971 году Я. Е. Гегузиным и М. А. Кривоглазом\*.

Для описания механизмов перемещения включений, необходимо иметь о них четкое представление. Под включением будем понимать кристаллическую частицу, жидкую каплю второй фазы, либо заполненную газом микрополость, находящуюся в объеме или на поверхности полупроводника. При этом химический состав включения может существенно отличаться от химического состава матрицы, а его размер существенно превышать межатомные расстояния.

Отметим три наиболее важных механизма перемещения включений в электрическом поле. Первый из них связан с потоком вакансий, второй с поверхностной или граничной диффузией атомов на границе включения с матрицей и третий с направленным перемещением массы между передними и задними «стенками» включений.

### ***Объемная миграция включений***

В первом случае направленная миграция вызвана диффузионными потоками вакансий  $\vec{I}_v$ , возникающими в кристалле матрицы под действием внешних сил. Создаваемый ими поток атомов противоположно направлен и равен по величине  $\vec{I} = -\vec{I}_v$ . Если отсчет идет относительно кристаллографической решетки, то в результате вещество матрицы будет само перемещаться со скоростью:

---

\* Гегузин Я.Е., Кривоглаз М.А. Движение макроскопических включений в твердых телах. //М.: Металлургия. 1971. 344 с.

$$\vec{w}_0 = \frac{\vec{I}_\infty}{n_0}, \quad (2.9)$$

где  $\vec{I}_\infty$  -поток атомов вдали от включения,  $n_0$  -число атомов в единице объема матрицы. Подобный механизм миграции является определяющим в металлах, реже – в полупроводниках.

Второй механизм диффузионного движения включений обусловлен диффузией на поверхности микропоры или граничной диффузией атомов матрицы в тонком слое между частицей второй фазы и матрицей. Направленные поверхностные или граничные диффузионные потоки, возникающие под действием движущих сил, приводят к переносу атомов матрицы с переднего к заднему фронту включения, в результате чего оно будет перемещаться.

Если проводимость включения меньше проводимости матрицы, то скорость определяется соотношением:

$$\vec{w} = -6 \frac{D_s a e Z^*}{f_a k T \ell} \vec{E}_\infty, \quad (2.10)$$

где  $D_s$  -коэффициент граничной (поверхностной) диффузии,  $a$  -толщина моноатомного слоя,  $f_s$  -фактор корреляции,  $Z^*$  -эффективный заряд граничного (поверхностного) иона,  $\ell$  -размер включения,  $\vec{E}_\infty$  -напряженность электрического поля вдали от включения. В рассматриваемом механизме движения наблюдается размерная зависимость (зависимость скорости миграции от размера включений).

Третий механизм движения включений в твердых телах связан с переносом атомов матрицы от одной границы включения к другой через само- включение. В случае жидких включений такой механизм возможен, если растворимость атомов матрицы во включении и значение коэффициента диффузии этих атомов в объеме включения достаточно велики. За счет того, что атомы матрицы будут растворяться на передней стенке включения, диффундировать через него и снова осаждаться на матрицу у задней стенке, образуя там новые атомные слои, включение будет перемещаться.

Скорость вытеснения включения в этом случае будет равна:

$$\vec{w} = -\frac{v}{v} (1 + \chi_e) \frac{D \bar{C} e Z^*}{f_s k T} \frac{\ell \beta}{\ell \beta + n_0} \vec{E}_\infty, \quad (2.11)$$

где  $\bar{v} = \frac{1}{n_0}$  - атомный объем включения;  $\bar{C}$  - равновесная концентрация атомов

матрицы, растворенных во включении;  $\chi = \frac{\rho_e - \rho}{2\rho + \rho_e}$ ;  $\rho, \rho_e$  - удельное

сопротивление матрицы и включения соответственно;  $\beta$  - константа скорости растворения-кристаллизации.

Анализ приведенного уравнения показывает, что в случае  $Z^* = 0$  скорость движения включений в электрическом поле за счет диффузии в его объеме  $w=0$ .

Необходимо отметить, что прохождение электрического тока через контакт кристалл-жидкая фаза сопровождается выделением на одной и поглощением на другой межфазной границе  $\pm Q_p = Pjt$ , где  $P$ -коэффициент Пельтье на межфазной границе кристалл-расплав,  $j$ - плотность тока,  $t$ - время токового воздействия. Это приводит к изменению концентраций на стенках включения и требует учета термоэлектрических явлений в процессе массопереноса. Вот почему и наблюдается движение включений при несущественном влиянии электропереноса. Для включений, диаметр которых

$$l \gg \sqrt{\frac{D\tau}{\pi}},$$

где  $\tau$ -длительность импульса тока, существенным при миграции оказывается только вклад теплоты Пельтье. Качественное экспериментальное подтверждение этого было проведено на элементарных полупроводниках  $p$ - и  $n$ -типов. При длительности импульса  $\tau=150$  мкс и амплитуде  $I=6 \cdot 10^3$  А перемещение капель расплава Al, Ga, In осуществлялась к аноду и определялась термоэлектрическими явлениями на межфазных границах. В стационарном режиме капли двигались к отрицательному электроду, что свидетельствует о доминирующей роли электропереноса.

Учет термоэлектрических явлений, наряду с электропереносом приводит к более сложной зависимости скорости миграции  $w$  от размера включения  $l$ :

$$\frac{w}{j} = -D \frac{\frac{P_{LS} l}{2\lambda\delta} \frac{\partial \bar{C}}{\partial T} + \frac{\rho_e e Z^* \bar{C}}{kT}}{\frac{N_a}{V} \left(1 + \frac{D}{\beta\delta}\right) + \frac{DLl}{2\delta\lambda} \frac{\partial \bar{C}}{\partial T}} \quad (2.12)$$

здесь  $P_{LS}$ - коэффициент Пельтье границы расплав-кристалл;  $V$ - удельный объем расплава;  $\bar{C}$ ,  $D$  - равновесная концентрация и коэффициент диффузии молекул полупроводника в расплаве;  $N_a$  - число Авогадро;  $\delta$  - толщина диффузионного слоя у межфазной границы;  $L$  - теплота перехода единицы объема твердой фазы в расплав;  $\lambda_e$  - коэффициент теплопроводности расплава, рассчитываемый, как правило, по закону Видемана-Франца. В случае если массоперенос определяется процессами растворения- кристаллизации (кинетический контроль  $\beta \cdot \delta \ll D$ ) уравнение можно представить в виде:

$$\frac{w}{j} = -\frac{V\beta\bar{C}}{N_A} \left( \frac{\delta\rho eZ^*}{kT} + \frac{VP_{LS}L}{N_A 2\lambda kT^2} \cdot \ell \right) \quad (2.13)$$

При диффузионном контроле ( $\beta \cdot \delta \gg D$ ) уравнение (2.12) приводится к виду:

$$\frac{w}{j} = -\frac{VDC}{N_A} \left( \frac{\rho eZ^*}{kT} + \frac{VP_{LS}L}{\delta N_A 2\lambda kT^2} \cdot \ell \right). \quad (2.14)$$

Уравнения (2.12, 2.13) предсказывают линейную зависимость скорости миграции от размера включения, что и наблюдалось экспериментально на системах GaAs-Zn, InAs-Zn, GaSb-Zn, Ge-Ga, Ge-Sb, Ge-Cu.

### ***Особенности перемещения вторых фаз в объеме монокристаллов кремния и германия***

Возникновение расплавленных зон в объеме кремниевой матрицы при электроотжиге связано с процессами сплавообразования примесной металлической пленки (Al или Ag) с монокристаллом.

Этот механизм подчиняется закону реактивной диффузии, в процессе которой образуется новая фаза, отсутствующая до взаимодействия компонентов. Ее рост описывается формулой:

$$x = 2\beta\sqrt{D\tau_k}$$

где D-коэффициент реактивной диффузии,  $\beta$ -аргумент функции Крампа, определяемой по диаграмме фазового равновесия\*. Таким образом, на границе металл-полупроводник при достижении соответствующих температур образуется пленка расплава.

Термодинамическая неустойчивость пленки способствует ее диспергированию на отдельные капли. Образующиеся таким образом включения дрейфуют в электрическом поле.

Анализ многочисленных экспериментальных данных, проведенных на системах Ag-Si, Ag-Ge и Al-Si, показал, что в процессе миграции расплавленные включения ограняются конкретными кристаллографическими плоскостями, придающими включениям характерную форму (рис.2.4). При этом проходящий через включение электрический ток не искажает форму дрейфующих зон.

Для нахождения индексов ограняющих плоскостей при миграции системы Al-Si использовалось уравнение структурной кристаллографии для кубической решетки:

---

\* **Диаграмма состояния** (фазовая диаграмма) - графическое изображение всех возможных состояний термодинамической системы в пространстве основных параметров состояния (температура, давление и состав, обычно выражаемого молярными или массовыми долями компонентов). В данном случае речь идет о диаграммах состояния, определяющих условия равновесия между твердыми и жидкими фазами.

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} + \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}$$

в котором  $\varphi$ -угол между плоскостями,  $h_i$ ,  $k_i$ ,  $l_i$  - индексы кристаллографических плоскостей. Угол, заключенный между плоскостью  $\{111\}$  и плоскостями с неизвестными индексами  $\{h_2, k_2, l_2\}$ , по экспериментальным данным составляют 35 и 145 градусов, для которых  $\cos \varphi = +0.819$  соответственно. Хорошей согласованности экспериментального значения  $\cos \varphi$  с теоретическим можно добиться, если индексам  $h_2$ ,  $k_2$  и  $l_2$  будут соответствовать значения (110) и ( $\bar{1}\bar{1}0$ ), поскольку подстановка этих данных в последнее уравнение дает  $\cos \varphi = +0.821$ .

Следует также отметить, что форма включений вторых фаз зависит не только от кристаллографических свойств матрицы, но и от реакционной активности расплава. Действительно, в однотипном Si включения на основе серебра перемещались в виде агрегатов неопределенной формы. Алюминиевые зоны, как это видно из вышеприведенных данных, характеризовались более простой конфигурацией.

В системах Al-Si, Ag-Ge, Ag-Si формирование включений практически полностью заканчивается при проплавлении их на глубину  $x \sim 100$  мкм. Это согласуется с временем релаксации  $\tau_k$ , определяемым соотношением:

$$\tau_k = \frac{\ell^2}{D},$$

в котором  $D$ -коэффициент взаимной диффузии компонентов в расплаве. Для типичных значений  $\ell \sim 100$  мкм и  $D \sim 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с стационарное состояние достигается не более чем за 10 с при общей продолжительности процесса электроотжига 7-12 часов. Это позволяет утверждать, что все исследуемые параметры вторых фаз (размер, форма, ориентация, глубина проникновения и т.д.) постоянны и определяются электрофизическими свойствами контактирующих фаз.

Для выявления природы массопереноса произведем оценку скоростей перемещения с учетом известных в литературе механизмов.

Так, при вакансионном механизме перемещения включений, поток вакансий в матрице создает встречный поток и равный по величине поток атомов матрицы. Скорость миграции включения  $w$  в этом случае определяется соотношением:

$$w = - \frac{2(\rho_s - \rho_\ell) D_s e Z^*}{2\rho_s + \rho_\ell f k T} E_\infty \quad (2.15)$$

Здесь  $D_s$ - коэффициент самодиффузии атомов полупроводника,  $E_\infty$  - напряженность электрического поля вдали от включения,  $f$ -фактор корреляции. Первый множитель правой части последнего уравнения учитывает искажение

силовых линий электрического поля включением за счет различной электропроводности матрицы  $\rho_s$  и расплавленного включения  $\rho_\ell$ .

Как известно, эффективный заряд атомов полупроводниковой матрицы - величина отрицательная. Это обязывает активированные атомы полупроводника перемещаться к аноду, а вакансии - к катоду. Атомы включения, занимая вакантные узлы на переднем фронте, обеспечивают вытеснение этой границы к положительному электроду. Вторая половина включения также перемещается за счет заполнения вакансий диффузионным потоком подходящих к границе атомов матрицы. Следовательно, капли должны вытесняться током против силовых линий электрического поля, что не согласуется с экспериментом.

Кроме того, оценка  $w$  для включений серебра в германии, при коэффициенте самодиффузии германия  $D_s=2.8 \cdot 10^{-18}$  м<sup>2</sup>/с, рассчитанном для  $T=1043$  К:

$$D_s = 10.8 \cdot 10^{-4} \exp\left[-\frac{291 \text{ кДж / моль}}{RT}\right],$$

$E_\infty=10$  В/м;  $\rho_\ell=2 \cdot 10^{-6}$  Ом·м;  $\rho_{bt}=10^{-5}$  Ом·м;  $Z^*=-10$ ;  $f=0.8$ ;  $R=8.31$  Дж/(К·моль) дает  $w \sim 2 \cdot 10^{-15}$  м/с. Как знак  $w$ , так и заниженное на 7 порядков абсолютное значение скорости не согласуются с экспериментом. Поэтому вклад этого механизма при направленном транспорте вторых фаз в объеме полупроводника можно считать не существенным.

Поверхностная диффузия при вытеснении расплавленных зон заметна лишь для плохо проводящих включений. Очевидно, что ее роль возрастает при низких температурах, когда отношение поверхностной диффузии к объемной велико. Оценка скорости  $w$ , обусловленной этим механизмом, проведена по уравнению:

$$w = -3 \frac{D_s^{\cdot} a e Z^*}{H f k T} E_\infty, \quad (2.16)$$

при  $D_s^{\cdot}=10^{-12}$  м<sup>2</sup>/с;  $a=5 \cdot 10^{-5}$  м;  $H=10^{-4}$  м;  $T=1043$  К. Ожидаемое значение скорости, определяемое этим механизмом, на 3 порядка ниже экспериментально наблюдаемых.

Движение включений в электрическом поле, связанное с потоками атомов матрицы в объеме включения, может идти с заметной скоростью, если вещество расплава является проводником. Теоретическую оценку  $w$  для этого случая можно также сделать по известным соотношениям, в предположении направленного транспорта атомов матрицы в расплаве под действием сил электропереноса.

Для диффузионного и кинетического режимов скорость вытеснения зон при  $T=1043$  К и  $j=10^6$  А/м<sup>2</sup> оказывается равной:

$$w = -\frac{V_s}{V_\ell} \left[ \frac{3\rho_s}{2\rho_\ell + \rho_s} \right] \frac{DeZ^*C}{fkT} E_\infty = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с} \quad (2.17)$$

$$w = -V_s \left[ \frac{3\rho_s}{2\rho_\ell + \rho_s} \right] \frac{\beta eZ^*C\ell}{fkT} E_\infty = 4 \cdot 10^8 \text{ м/с} \quad (2.18)$$

Здесь и далее  $V_s$  и  $V_\ell$  - атомный объем матрицы и включения соответственно.

Теоретические оценки  $w$  для диффузионного и кинетического режимов качественно согласуются с опытом, но используемые при этом соотношения не отражают всей сложности явлений, протекающих при прохождении тока через включение, не описывает в полной мере эксперимент. Наблюдаемое расхождение расчетных и экспериментальных данных требует учета не только явления электропереноса при направленной миграции.

Именно поэтому при анализе перемещения вторых фаз в объеме полупроводника учитывалось, что движение осуществляется не только силами электропереноса, но и под действием термоэлектрических явлений (эффект Пельтье) на границе жидкого включения с твердой фазой.

На рис.2.7 приведены результаты исследований объемной миграции в системах Al-Si и Ag-Ge при  $T=1043 \text{ К}$ . Они показывают, что в конкурирующем влиянии электропереноса и теплоты Пельтье первое остается определяющим, хотя роль второго возрастает с увеличением размера включений.

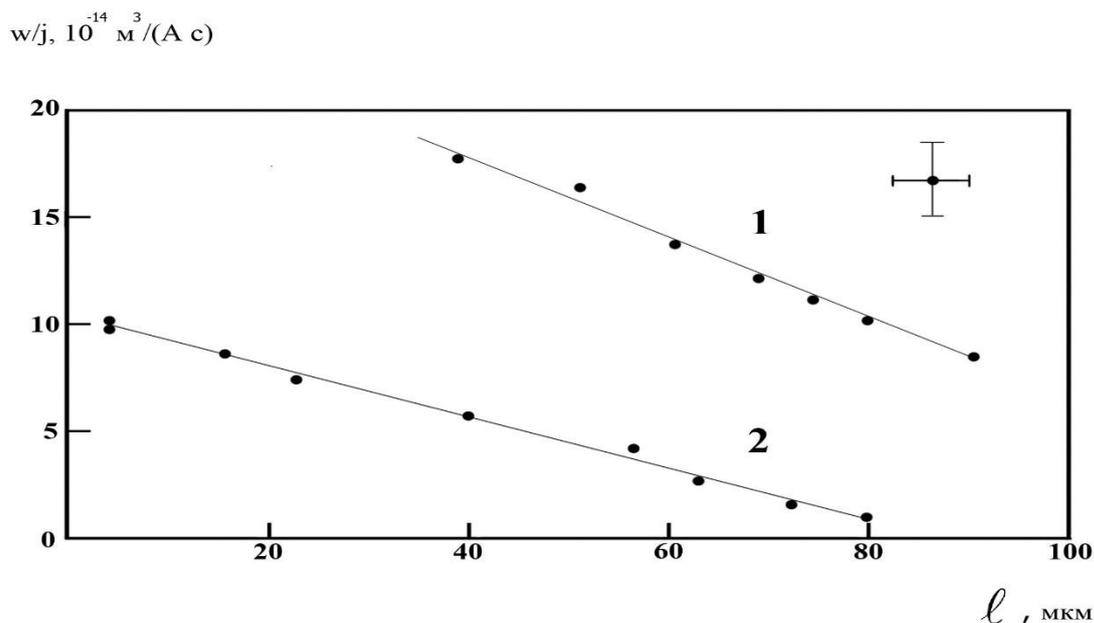


Рис.2.7. Размерная зависимость  $w/j$  объемной миграции включений Al-Si (1) и Ag-Ge (2) при  $T=1043 \text{ К}$

Как и ожидалось, близость физико-химических свойств элементарных полупроводников IV группы таблицы Д.И.Менделеева исключает появление

принципиальных отклонений в кинетике перемещения дрейфующих зон в кремнии, что наглядно подтверждается приведенными температурными зависимостями удельной скорости миграции ( $w/j$ ) от размера включений  $\ell$  для систем Ag-Ge и Ag-Si (рис.2.7).

Из приведенных графиков видно, что скорость миграции капли  $w$  в электрическом поле линейно зависит от ее размера  $\ell$ :

$$\frac{w}{j} = a - b \cdot \ell, \quad (2.19)$$

где коэффициенты  $a$  и  $b$  являются функциями температуры.

Кажущуюся энергию активации перемещения включений в объеме монокристаллов оценивали по наклону прямой, построенной в координатах  $\ln(w/j) \sim 1/T$ .

С учетом неравенства  $\beta \cdot \delta \gg D$  для систем Ag-Si и Ag-Ge, используем уравнение (2.14) и значения коэффициентов  $a$  и  $b$ , взятых из эксперимента, для расчета  $P_{LS}$  и  $Z^*$  при объемной миграции. Полученные значения  $Z^*$  атомов полупроводников в расплавах и значения  $P_{LS}$  являются типичными для контактов расплав-полупроводник (таблицы 2.1, 2.2).

Таким образом, отрицательное значение эффективного заряда атомов полупроводника в расплаве свидетельствует о направленном перемещении его атомов к аноду. Результатом этого смещения является обеднение расплава полупроводником в диффузионном слое передней половины включения и пресыщение пограничного слоя второй половины зоны. Электроперенос способствует вытеснению капель в направлении отрицательного электрода. Как и в случае электропереноса, положительное значение  $P_{LS}$  обеспечивает выделение теплоты Пельтье на передней стороне зоны и поглощение ее на задней стенке при прохождении тока.

Таблица 2.1.

Значение расчетных и экспериментальных данных по миграции включений расплава Ag-Ge в объеме монокристаллов Ge

| №  | Параметр               | Размерность                          | Температура, К |      |      |
|----|------------------------|--------------------------------------|----------------|------|------|
|    |                        |                                      | 973            | 1043 | 1123 |
| 1. | $a, 10^{-14}$          | $\text{м}^3/(\text{А}\cdot\text{с})$ | 5.3            | 10   | 71   |
| 2. | $b, 10^{-10}$          | $\text{м}^2/(\text{А}\cdot\text{с})$ | 4.5            | 13   | 78   |
| 3. | $\rho_{\ell}, 10^{-6}$ | Ом·м                                 | 2.2            | 2.1  | 1.7  |
| 4. | $M, 10^{-3}$           | кг/моль                              | 97             | 92   | 83   |
| 5. | $V, 10^{-6}$           | $\text{м}^3/\text{моль}$             | 11.8           | 12.1 | 12.6 |
| 6. | $L, 10^9$              | Дж/м <sup>3</sup>                    | 3.2            | 3.1  | 3.0  |
| 7. | $\lambda$              | Вт/(м·К)                             | 10.8           | 12.2 | 16.2 |

|     |                   |          |      |      |      |
|-----|-------------------|----------|------|------|------|
| 8.  | $C, 10^{27}$      | $m^{-3}$ | 16.4 | 21.4 | 33   |
| 9.  | $D, 10^{-9}$      | $m^2/c$  | 5    | 9    | 31   |
| 10. | $Z^*$             | -        | -1.2 | -1.2 | -2.8 |
| 11. | $P_{LS}, 10^{-2}$ | B        | 6.2  | 10   | 16.2 |

Таблица 2.2.

Значение расчетных и экспериментальных данных по миграции включений расплава Ag-Si в объеме монокристаллов Si

| №   | Параметр               | Размерность       | Температура, К |      |      |      |
|-----|------------------------|-------------------|----------------|------|------|------|
|     |                        |                   | 1113           | 1143 | 1173 | 1223 |
| 1.  | $a, 10^{-14}$          | $m^3/(A \cdot c)$ | 5.6            | 7.5  | 18.5 | 26.8 |
| 2.  | $b, 10^{-10}$          | $m^2/(A \cdot c)$ | 3.7            | 4.7  | 5.7  | 12.2 |
| 3.  | $\rho_{\ell}, 10^{-6}$ | Ом·м              | 1.6            | 1.6  | 1.8  | 2.0  |
| 4.  | $M, 10^{-3}$           | кг/моль           | 97             | 93   | 84   | 80   |
| 5.  | $V, 10^{-6}$           | $m^3/\text{моль}$ | 2.8            | 2.8  | 3    | 3    |
| 6.  | $L, 10^9$              | Дж/ $m^3$         | 1.8            | 1.8  | 1.7  | 1.7  |
| 7.  | $\lambda$              | Вт/(м·К)          | 17             | 17   | 16   | 15   |
| 8.  | $C, 10^{27}$           | $m^{-3}$          | 4              | 9    | 14   | 16   |
| 9.  | $D, 10^{-9}$           | $m^2/c$           | 2.5            | 3.0  | 5.0  | 9.0  |
| 10. | $Z^*$                  | -                 | -5.7           | -4.6 | -5.8 | -5.6 |
| 11. | $P_{LS}, 10^{-2}$      | B                 | 6.8            | 14   | 16.4 | 18   |

Таким образом, наблюдаемое на опыте вытеснение включений током к отрицательному электроду определяется электропереносом и теплотой Пельтье, действие которых сонаправленно.

### *Особенность поверхностной миграции*

Детальное исследование поверхностного массопереноса проиллюстрировано на системе Ag-Ge. Для этого на поверхность монокристалла поместим крупинку металла диаметром  $d=100-200$  мкм (рис.2.8).

При достижении температуры эвтектики\* ( $T_e$ ) начиналось контактное плавление, сопровождающееся появлением радужного ореола в виде кольца вокруг образовавшейся капли. Фронт ореола распространялся на расстояние  $x \approx \sqrt{\tau_p}$  (где  $\tau_p$  - время распространения фронта). Появление ореола, наблюдаемое практически во всех экспериментах по поверхностной миграции, может быть связано с быстрой поверхностной диффузией Ag и образованием тончайшей пленки расплава на поверхности монокристалла.

Капли расплава во всех опытах перемещались в направлении отрицательного электрода и практически мгновенно изменяли направление

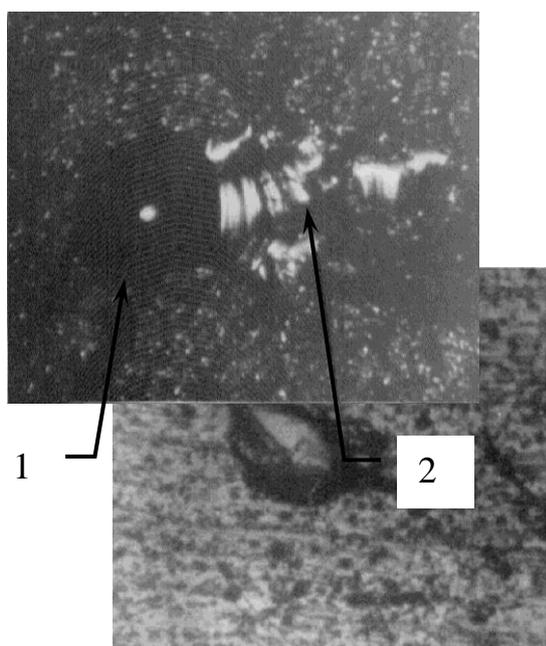


Рис.2.8. Начальная стадия формирования включения Ge-Ag на поверхности германия. Увеличение  $\times 100$ .

Рис.2.9. Направленная миграция расплава Ag-Ge по поверхности монокристалла Ge. 1-движущаяся влево капля; 2-перекристаллизованный след.

своего движения при смене полярности внешнего источника напряжения. При этом менялось лишь направление движения, а скорость оставалась постоянной, что исключало заметное влияние градиента температуры вдоль образца. Кроме того, при поверхностном массопереносе не наблюдалось заметного погружения капли в матрицу. Это свидетельствовало о незначительном перепаде температур в радиальном направлении, обусловленное, очевидно, применением внешнего резистивного нагревателя.

Следует также отметить, что при массопереносе по поверхности, за расплавленным включением оставался перекристаллизованный след, свидетельствующий о процессах растворения-кристаллизации на передней и задней стенках капли (рис. 2.9).

\* Эвтектика (éutektos — легкоплавящийся) — неинвариантная (при постоянном давлении) точка в системе из  $n$  компонентов, в которой находятся в равновесии  $n$  твердых фаз и жидкая фаза. Эвтектическая композиция представляет собой жидкий раствор, кристаллизующийся при наиболее низкой температуре для сплавов данной системы. Соответственно, температура плавления сплава эвтектического состава - также самая низкая, по сравнению со сплавами другого состава для данной системы компонентов.

Таким образом, миграция расплава по поверхности происходит, как и в объеме, с участием электропереноса и теплоты Пельтье.

Однако обращает на себя внимание существенная разница в скоростях объемного ( $w_1$ ) и поверхностного ( $w_2$ ) движения включений равного размера при одинаковой температуре, изображенная на рис.2.10. Так при  $T=1043$  К, для  $\ell=50$  мкм  $w_1=3.5 \cdot 10^{-7}$  м/с, а  $w_2=1.7 \cdot 10^{-6}$  м/с. Одним из объяснений этого факта, четко проявлявшегося во всех экспериментах, может быть различие коэффициентов Пельтье в объеме и на поверхности монокристалла. Уменьшение  $P_{LS}$  на поверхности может быть связано с адсорбционным слоем, возникающим в результате опережающей поверхностной диффузии с коэффициентом  $D_s$ . Экспериментально установлено, что скорость распространения фронта поверхностных атомов в  $\sim 40$  раз больше, чем средняя скорость поверхностной миграции (при данной температуре), следовательно, капля начинает движение уже по адсорбционному слою серебра. Оно, являясь быстро диффундирующей примесью, за время  $t \sim 10$  с может проникать на глубины порядка  $x = \sqrt{D_{Ag-Ge} t} \approx$

34 мкм. Здесь  $D_{Ag-Ge}$  коэффициент диффузии серебра в монокристалле Ge

$D_{Ag-Ge} = 3 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/с при  $T=973$  К оценивался по уравнению:

$$D_{Ag-Ge} = 4.4 \cdot 10^{-6} \exp\left(\frac{96500}{RT}\right), \text{ здесь размерность энергии активации Дж/моль.}$$

Таким образом, включение на поверхности начинает двигаться уже по легированному слою, толщина которого сравнима с погруженным участком капли. Казалось бы, это должно значительно уменьшить  $P_{LS}$  на границе расплав-кристалл. Однако аналогичные процессы легирования германия серебром могут развиваться и в объеме, поскольку скорости перемещения включений там ниже, чем на поверхности. Кроме того, расчет эффективного заряда  $Z^*$  и коэффициента  $P_{LS}$  для поверхностного массопереноса, дает сильно завышенные значения, не согласующиеся с литературными данными.

Лучшее объяснение наблюдаемых различий скоростей поверхностной и объемной миграции  $\Delta w$  - дает учет электрокапиллярного эффекта\* при движении на поверхности кристалла. Сущность предполагаемого эффекта заключается в ламинарном перемещении жидкости в объеме капли под действием градиента постоянного электрического поля:

---

\***Электрокапиллярные явления** - поверхностные явления, возникающие на границе раздела двух фаз с участием заряженных частиц (ионов и электронов). В двухфазной электрохимической системе одна из фаз (электрод) может быть жидкостью (ртуть, галлий, амальгамы, расплавы металлов) либо твердым телом (металл или полупроводник), другая фаза - раствор или расплав электролита. Электрокапиллярные явления отражают связь между обратимой работой образования поверхности и разностью электрических потенциалов на границе фаз.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} = e_0^* \quad (2.20)$$

здесь  $\sigma$  -поверхностное натяжение,  $\varphi$  -потенциал электрода,  $e_0^*$  -поверхностная плотность заряда.

Действительно, если наблюдаемую разницу в скоростях перемещения отнести только к электрокапиллярным эффектам, то зависимость  $\Delta w$ , следовательно, и электрическая подвижность  $\mu_e$  от размера  $\ell$  будет иметь вид, представленный на рис.2.10.

Нетрудно видеть, что в этом случае  $\Delta w$  должна возрастать с ростом размера включения. При этом механизм поверхностного перемещения капли может быть связан с разновидностью электрокапиллярного движения:

$$w = \frac{d}{\eta} \left( e_0^* E + \frac{F_m}{S_k} - \frac{a \Delta \sigma}{S_k} \right) \quad (2.21)$$

где  $\eta$  – динамическая вязкость расплава;  $E$ -напряженность электрического поля во включении;  $F_m = 2mg \sin \alpha$  - механическая сила;  $S_k$  -площадь контакта капли с матрицей;  $d$ -высота капли;  $a$ -ее размер в контактной области.

Оценка величины напряженности электрического поля  $E$  в капле проведена с учетом эффекта возмущения электрического поля включением:

$$E = \frac{3\rho_e}{2\rho_e + \rho_2} E_0. \quad (2.22)$$

где  $E_0 = j\rho_2$  -напряженность электрического поля в матрице вдали от включения,  $\rho_2$  -удельное сопротивление матрицы.

В проведенных нами экспериментах  $\theta = 0$ , так что в (2.21)  $F_k / S_k = 0$ . Если капли считать полусферическими, можно принять  $d = r = \ell / 2$ ,  $a = 2r$ ,  $S_k = \pi r^2$ .

Тогда уравнение (2.21) примет вид:

$$w = \frac{1}{\eta} \left( e_0^* E r - \frac{2 \Delta \sigma}{\pi} \right). \quad (2.23)$$

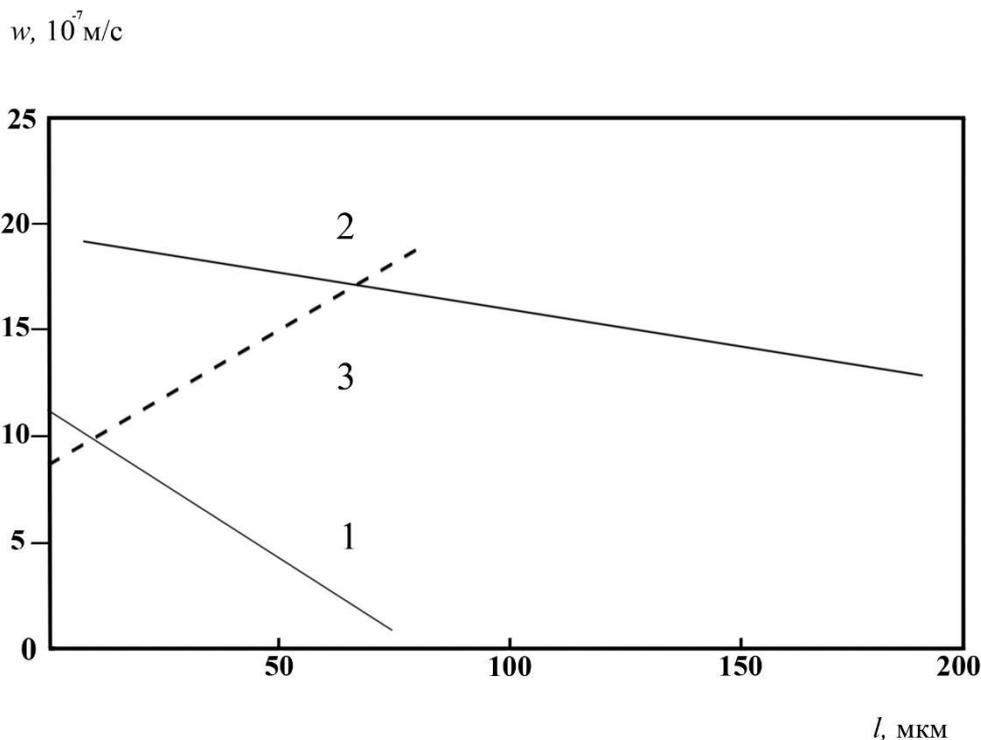


Рис.2.10. Размерная зависимость скоростей при  $T=1043$  К: 1-объемной миграции  $w_1$ ; 2-поверхностной миграции  $w_2$ ; пунктирная линия - электрокапиллярная составляющая  $\Delta w$ .

Полученное равенство позволяет по экспериментальным данным (рис.2.10) количественно оценить величину поверхностной плотности заряда переноса при  $T=1043$  К:  $e_0^* = 4.7 \cdot 10^{-7}$  Кл/м<sup>2</sup>. При расчетах  $\eta = 1.5 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $E = 3$  В. Из сопоставления уравнения (2.23) и данных рис.2.10 следует, что  $2\Delta\sigma / (\pi E \ll e_0^*)$  и энергия на отрыв тыльной части капли от твердой матрицы не затрачивается  $\Delta\sigma \rightarrow 0$ . Кроме того, частичное погружение капли в матрицу также способствует уменьшению  $\Delta\sigma$ . Таким образом, уравнение (2.23), с учетом  $\ell = 2r$  можно записать в виде:

$$\Delta w = \frac{1}{\eta} e_0^* E \frac{\ell}{2}, \quad (2.24)$$

которое дает линейную зависимость от  $\ell$ . В то же время, если наблюдаемую разницу в скоростях объемного и поверхностного перемещения отнести только к электрокапиллярным эффектам, то  $\Delta w$  (а, следовательно, и электрическая подвижность  $\mu_e$ ) должна линейно возрастать с ростом размера включения.

Таким образом, при температуре  $T=1043$  К, для  $\ell = 100$  мкм  $\Delta w = 9.5 \cdot 10^{-8}$  м/с. Полученные значения скорости являются даже несколько заниженными для данного механизма перемещения, что, по-видимому, следует связать с низкими значениями  $E$  во включении, из-за высокой электропроводности матрицы при данных температурах.

Если капля расплава находится в твердой матрице, то благодаря наличию электрокапиллярного движения происходит перемещение пограничных областей расплава относительно ограничивающих включение стенок матрицы. Это может привести к некоторому искажению формы включения, предписываемому законами кристаллографии, как это и наблюдалось нами в случае объемной миграции.

Таким образом, электротранспорт в кремнии и германии определяется электропереносом компонентов в расплаве и термоэлектрическими свойствами межфазной границы. Наиболее тщательно в теоретическом и экспериментальном плане этот вопрос изучен на примере элементарных полупроводников (Si и Ge).

### Контрольные вопросы:

2.1. Приведите примеры точечных и протяженных дефектов структуры реальных кристаллов.

2.2. Кубик, вырезанный из монокристалла, нагреваясь, может превратиться в параллелепипед. Почему это возможно?

2.3. Если тело обладает анизотропией, означает ли это, что оно является кристаллическим?

2.4. Приведите примеры влияния примеси на электропроводность полупроводников.

2.5. В чем отличие краевой и винтовой дислокации?

2.6. Всегда ли дислокации в кристалле являются прямолинейными?

2.7. Приведите примеры объемных дефектов в полупроводниках.

2.8. Как влияют структурные дефекты на транспорт носителей заряда в кристаллах?

### Задачи к главе

2.1. Из энергетических соображений показать, что при соблюдении закона Гука упругая деформация тела под действием поверхностных сил не зависит от наличия в нем стационарных дислокаций. Провести примерную оценку плотности стационарных дислокаций материала, предварительно деформированного на 1%. Решение. Рассмотрим ненапряженное изотропное тело, не содержащее дислокаций. Допустим, что внешняя сила  $F_1$ , действующая на единицу площади, создает однозначное упругое смещение  $u_1$ . Упругая энергия такой системы равна

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_S F_1 u_1 dS$$
, где  $S$ - площадь поверхности, на которую действует внешняя сила.

Введем теперь дислокацию, сделав разрез и приложив затем две силы к плоскостям разреза: силу  $F_1$ , чтобы сохранить тело жестким, пока производится разрез, и силу  $F_2$ , чтобы произвести относительное смещение поверхностей разреза на  $u_2$ . Упругая энергия самой дислокации равна: 
$$U_2 = \frac{1}{2} \int_A F_2 u_2 dA$$
, где  $A$ -

площадь поверхностей разреза.

Упругая энергия всей системы равна  $U=U_1+U_2+\text{работа силы } F_1 \text{ при смещении } u_2$ .

Следует подчеркнуть, что сила  $F_1$  совершает работу и на площади  $S$ , и, через

посредство поля напряжений, на  $A$ :  $U = U_1 + U_2 + \int_S F_1 u_2 dS + \int_A F_1 u_2 dA$ . Изменим

последовательность событий, т.е. сначала образуем дислокацию, а потом приложим внешнюю силу. Тогда упругая энергия всей системы будет

$U = U_1 + U_2 + \int_S F_2 u_1 dS + \int_A F_2 u_1 dA$ . Но на площадке  $S$  сила  $F_2=0$ , а значит и  $\int_S F_2 u_1 dS = 0$ .

Кроме того, если смещение  $u_1$  однозначен, то по обе его стороны от разреза оно одинаково, а сила  $F_2$  по обе его стороны имеет разные знаки. Поэтому работа, высвобождаемая с одной стороны разреза, уравнивается работой, потерянной с другой стороны  $\int_A F_2 u_1 dA = 0$  и  $U = U_1 + U_2$ . Таким образом, энергия

нашей системы не зависит от положения дислокации и тело ведет себя, как упругое при отсутствии в нем дислокаций.

Рассчитаем плотность дислокаций, необходимых при деформировании тела на 1%. Для простоты рассмотрим дислокации только одного типа (винтовые). Такой дефект, расположенный вдоль оси цилиндра радиусом  $r$  создает сдвиговую деформацию  $b/2\pi r = 1/100$ . Очевидно, что каждый цилиндр радиусом  $r \approx 16b$  должен быть пронизан одной дислокацией. Отсюда следует, что число дислокаций, пронизывающих единичную площадку, будет равно  $n = \frac{1}{\pi(16b)^2}$ .

Подставляя  $b \approx 2 \text{ \AA}$  получаем  $n \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Другими словами, такая плотность дислокаций создаст предварительную деформацию металлического кристалла на 1% (в реальном кристалле эта цифра изменится, поскольку необходимо принять во внимание различные типы дислокаций, различие векторов Бюргера и иные ориентационные факторы).

2.2. Каждая связь C–C в алмазе имеет энергию  $W_{sw} = 3.7 \text{ эВ}$ . Какую энергию необходимо затратить для испарения 0.1 грамма алмаза?

Решение. Число атомов  $N$ , содержащихся в объеме вещества массой  $m$ , равно:

$N = mN_a / \mu_r$ , где  $N_a$  - число Авогадро;  $\mu_r$  - молярная масса вещества. Для алмаза

указанной массы  $N = 0.1 \cdot 10^{-3} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} / (12 \cdot 10^{-3}) = 5 \cdot 10^{21}$ . Каждый атом углерода

(как и атомы элементарных полупроводников – кремния и германия) в решетке алмаза участвует в четырех ковалентных связях, поэтому число химических связей вдвое превышает число атомов. Энергия, необходимая для испарения данной массы вещества составляет:  $W = 2NW_{sw} = 5920 \text{ Дж}$ .

2.3. Определите концентрацию свободных электронов в натрии, элементарная ячейка которого представляет собой объемно-центрированный куб

с ребром  $a=0,428$  нм.

2.4. Вычислите период кристаллической решетки меди, если ее плотность равна  $8920$  кг/м<sup>3</sup>, а элементарная ячейка представляет собой гранецентрированный куб. Определите объем, приходящийся на один атом.

2.5. В окуляре микроскопа площадью  $2$  мм<sup>2</sup> исследователь насчитал  $115$  дислокационных ямок травления. Определить плотность дислокаций на этом участке.

2.6. При выращивании слитка кремния длиной  $1$  м и диаметром  $100$  мм в него добавили  $1$  кг бора. Определить концентрацию бора в кремнии при условии ее однородного распределения.

2.7. Найдите формулу соединения азота с кислородом ( $N_xO_y$ ), если  $1$  г этого соединения в газообразном состоянии в объеме  $1$  л создаёт при температуре  $17$  °С давление  $31,7$  кПа.

### 3. Зонная теория твердых тел

#### 3.1. Возникновение энергетических зон при образовании кристаллической решётки. Основные свойства энергетических зон

Уединенный атом любого вещества можно рассматривать как потенциальную яму, в которой электроны располагаются на дискретных энергетических уровнях, разрешенных в данном атоме. На рис. 3.1 показано заполнение энергетических уровней в атоме натрия, соответствующее формуле

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1:$$

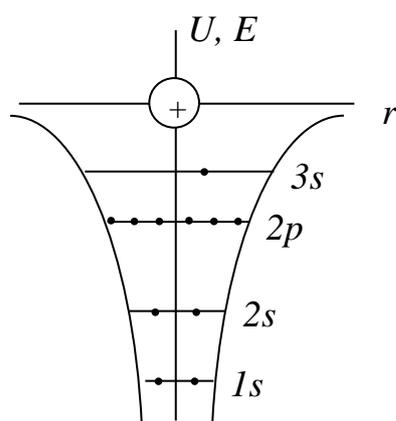


Рис. 3.1. Энергетические уровни одиночного атома

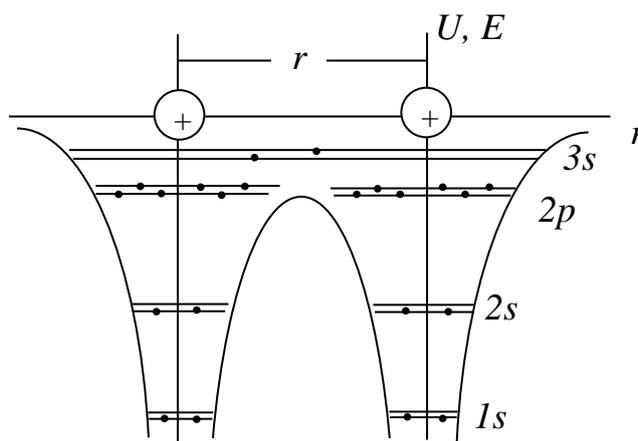


Рис.3.2. Расщепление энергетических уровней при наличии двух атомов

Для того чтобы электрон мог покинуть атом, необходимо преодолеть потенциальный барьер  $\Delta U$ , равный разности энергии нулевого уровня электрона, удаленного на достаточно большое расстояние от атома, и энергии соответствующего энергетического уровня потенциальной ямы. Высота потенциального барьера для валентного электрона атома натрия составляет 5,14 эВ. Теперь представим два атома натрия, сближенных до расстояния порядка периода кристаллической решетки (рис. 3.2). В результате влияния соседнего атома каждый электрон получит дополнительный уровень разрешенной энергии. Таким образом, каждый дискретный энергетический уровень двух взаимодействующих атомов расщепляется на 2 подуровня. Расщепление уровней будет наиболее заметно для валентного электрона, т.к. на него сильнее оказывается действие соседнего атома.

В кристалле взаимодействует громадное число  $N$  атомов ( $10^{23}$  атомов на  $1 \text{ см}^3$ ), в результате чего каждый энергетический уровень расщепляется на  $N$  подуровней, образуя зону разрешенных энергий. Так, например, можно говорить об образовании  $1S$ ,  $2S$ ,  $2P$ ,  $3S$  и т.д. энергетических зон. На рис. 3.3 показано образование энергетических зон при сближении атомов натрия.

Как видно, наибольшему расщеплению, достигающему до перекрытия, подвергнуты внешние зоны  $3S$  и  $3P$ . Внутренние уровни электронов при расстоянии  $r_0$ , соответствующем межатомному расстоянию в кристалле натрия, почти не расщепляются. Сближение

атомов приводит к уменьшению высоты потенциального барьера между соседними атомами за счет перекрытия краев потенциальных ям (рис. 3.2). В некоторых случаях валентный уровень оказывается расположенным выше потенциального барьера между атомами, и, следовательно, появляется возможность свободного перехода валентных электронов от одного атома к другому.

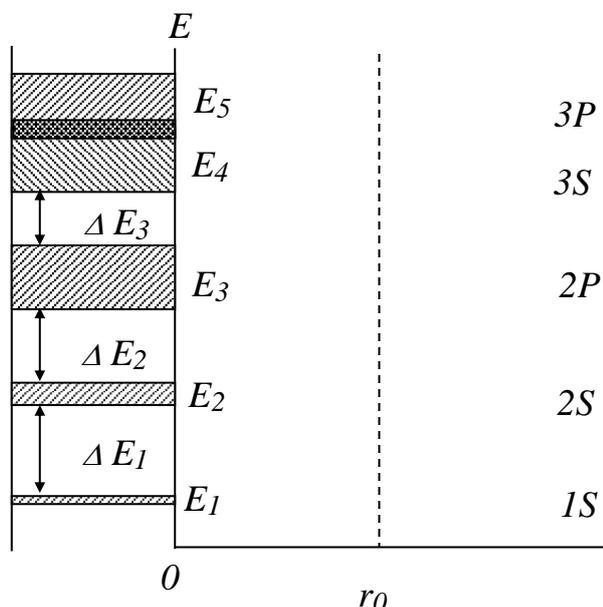


Рис. 3.3 Расщепление энергетических уровней и образование энергетических зон в кристаллах

Даже электроны, энергия которых ниже высоты потенциального барьера, обладают достаточно большой вероятностью перехода из одной потенциальной ямы в другую посредством туннельного эффекта. Используя известное выражение для прозрачности потенциального барьера

$$D = D_0 e^{-\frac{4\pi b \sqrt{2m(U-E)}}{h}}, \quad (3.1)$$

можно рассчитать, что при толщине барьера  $b = 10^{-10}$  м, соответствующем верхней части потенциального барьера в кристалле натрия, время нахождения электрона у одного атома составляет  $10^{-15}$  с, т.е. в этом случае теряет смысл говорить о принадлежности электрона конкретному атому. Электроны "обобществляются", образуя электронный газ. Однако туннелировать способны только внешние электроны атома, для которых энергия ионизации сравнительно мала. Внутренние электроны, например, электроны  $1S$  атома натрия имеют  $U - E = 100$  эВ и  $b \approx 3 \cdot 10^{-10}$  м, поэтому время нахождения электрона у данного атома  $\tau = 10^{20}$  лет. Это значит, что внутренние электроны практически жестко связаны со своим атомом. Для того чтобы электрон стал электроном проводимости, недостаточно одной

возможности его перехода от атома к атому. Электрон становится электроном проводимости в том случае, если электрическое поле действует на него, увеличивая энергию, т.е. сообщая ему ускорение. Следовательно, для того, чтобы электрон стал электроном проводимости, необходимо, чтобы он имел возможность перейти на более высокий энергетический уровень – перейти в возбужденное состояние.

Поведение электрона в кристалле и основные свойства энергетических зон можно изучить, рассматривая решение уравнения Шредингера применительно к движению электрона в периодическом потенциальном поле кристаллической решетки.

В простейшей модели, предложенной Кронигом и Пени, рассматривается одномерная периодическая структура с прямоугольными потенциальными барьерами (рис. 3.4). В этом случае уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \quad (3.2)$$

имеет решение в виде, предложенном Блохом:

$$\psi(x) = u(x) e^{ikx}, \quad (3.3)$$

где  $u(x)$  – периодическая функция, имеющая тот же период, что и период потенциала  $U(x)$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число и  $i = \sqrt{-1}$ .

Подставив уравнение (3.3) в уравнение Шредингера (3.2), при условии  $b \rightarrow 0$ , получим

$$P \sin(\alpha a) / \alpha a + \cos(\alpha a) = \sin ka, \quad (3.4)$$

где

$$P = (1/\hbar^2) 2mq Ub \quad (3.5)$$

определяет высоту потенциального барьера, а

$$a = (2mE)^{1/2} / \hbar \quad (3.6)$$

определяет энергию электрона в потенциальной яме.

Таким образом, уравнение (3.4) выражает зависимость энергии электрона  $E$  от волнового числа  $k$ . На рисунке (3.5) показано графическое решение уравнения (3.4). По оси абсцисс отложено значение  $\alpha a$ , а по оси ординат – величина  $P \sin(\alpha a) / \alpha a + \cos(\alpha a)$   
 $U(x)$

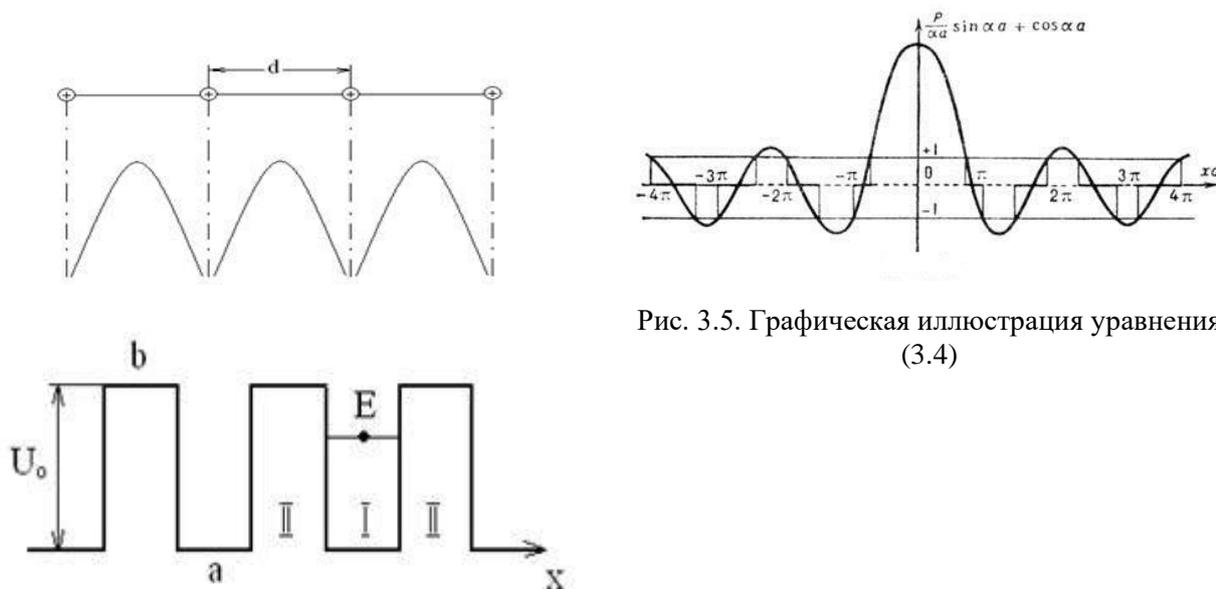


Рис.3.4. Потенциальный рельеф в модели Кронига-Пени

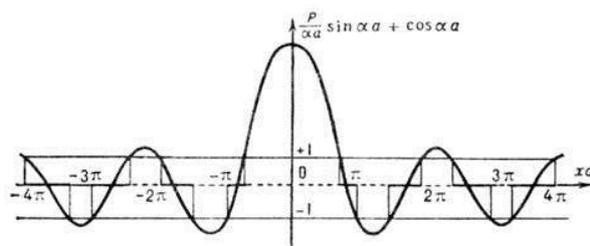


Рис. 3.5. Графическая иллюстрация уравнения (3.4)

Правая часть уравнения (3.4) ( $\sin ka$ ) изменяется в пределах от  $-1$  до  $+1$ . Поэтому уравнение (3.4) имеет решение только в дискретных областях  $\Delta 1, \Delta 2, \Delta 3 \dots$ , что определяет в соответствии с формулой (3.6) область *разрешённых* энергий для электронов. Между зонами разрешенных энергий расположены области *запрещённых* энергий  $\Delta E_1, \Delta E_2, \Delta E_3 \dots$  (Рис. 3.5).

С увеличением номера зоны (с увеличением энергии  $E$ ) ширина разрешенных зон  $\Delta$  увеличивается. Расчеты показывают, что ширина зоны  $1S$  для кристалла натрия составляет всего  $2 \cdot 10^{-19}$  эВ; зона  $3S$  (валентная) имеет ширину порядка 1 эВ.

Ширина запрещенной зоны  $\Delta E$  с увеличением энергии уменьшается. Для больших  $E$  зоны могут перекрываться. Это значит, что энергия электрона для больших  $E$  становится практически непрерывной, т.е. электрон становится свободным.

Если кристалл содержит  $N \sim 10^{23}$  атомов, то каждая зона содержит  $N$  энергетических уровней. При ширине разрешенной зоны  $E_i = 1$  эВ расстояние между уровнями получается  $\sim 10^{-23}$  эВ.

Энергия теплового движения электронов при комнатной температуре  $T \approx 300$  К достигает 0,03 эВ. Следовательно, электрон может свободно переходить с одного уровня на другой в пределах одной зоны. Вместе с тем, для перехода электрона из одной зоны в другую требуется энергия не меньше, чем ширина запрещенной зоны  $\Delta E$ , которая имеет порядок 1 эВ. Энергетические зоны принято условно обозначать в виде полос (рис. 3.6), откладывая по вертикали значение энергии относительно некоторого уровня, принятого за нулевой.

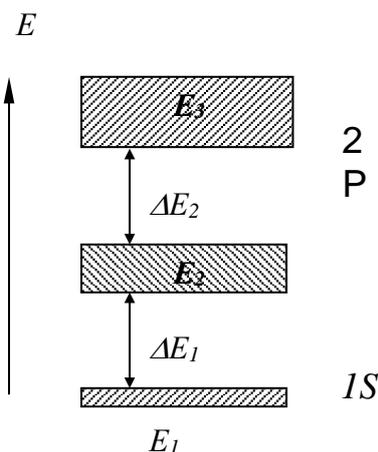


Рис.3.6. Зонная диаграмма твердого тела

### 3.2. Движение электрона в периодическом поле кристалла. Эффективная масса электрона

Движение электронов в кристалле значительно отличается от движения свободного электрона под действием электрического поля  $\vec{E}$ , т.к. на электрон кроме внешней силы  $\vec{F} = e\vec{E}$  действуют более мощные внутренние силы  $\vec{F}_B$ , создаваемые полем кристалла. Поэтому ускорение, с которым будет двигаться электрон,

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{F}_B}{m}. \quad (3.5)$$

Учесть влияние внутренних сил практически невозможно. Поэтому для расчета характера движения электрона в кристалле (рис. 3.7) будем использовать лишь действие внешних сил. Для сохранения верности уравнения (3.5) введем некоторую «эффективную» массу  $m^*$ .

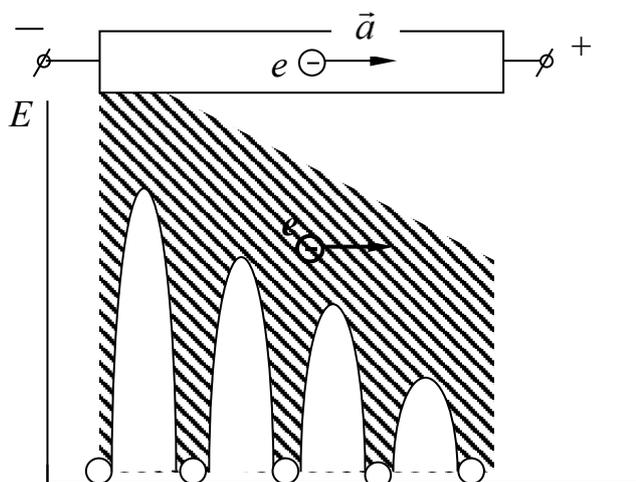


Рис. 3.7. Потенциальный рельеф в кристалле при наличии электрического поля

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m^*}$$

Это позволит использовать для расчета движения электрона в кристалле лишь напряженность внешнего электрического поля.

На рис.3.7 показано, что электрон, ускоренный внешним полем  $\vec{E}$ , получает дополнительную энергию и переходит на более высокий энергетический уровень.

С точки зрения волновой механики движение электронов можно представить как распространение волн Де-Бройля с циклической частотой  $\omega$  и скоростью

$$v = \frac{d\omega}{dK}, \quad (3.6)$$

где  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновой вектор,  $\lambda$  - длина волны Де-Бройля.

Энергия электрона при этом

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (3.7)$$

Следовательно, выразив  $\omega$  из (3.7) и подставив в (3.6), получим для скорости

$$v = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{dE}{dK} \quad (3.8)$$

а для ускорения

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{dE}{dK} \right) = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d}{dK} \left( \frac{dE}{dt} \right).$$

Так как  $\frac{dE}{dt}$  определяет среднюю мощность, развиваемую внешней силой,

то  $\frac{dE}{dt} = Fv$  и, следовательно,

$$a = \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{d}{dK} (Fv) = F \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \frac{dv}{dK} \quad (3.9)$$

Сила  $F$  не зависит от волнового вектора  $\vec{K}$ , поэтому имеет право вынести ее из-под знака производной.

Продифференцируем уравнение (3.8) по волновому вектору  $\vec{K}$  и подставим в уравнение (3.9)

$$a = F \cdot \frac{1}{\hbar^2} \cdot \frac{d^2 E}{dK^2} = \frac{F}{\hbar^2 \left( d^2 E / dK^2 \right)^{-1}}. \quad (3.9)$$

Сравнивая последнее равенство со вторым законом Ньютона, величину

$$m^* = \frac{\hbar^2}{d^2 E / dK^2} \quad (3.10)$$

можем назвать «*эффективной*» массой электрона. Приписывая электрону, находящемуся в периодическом поле кристалла, массу  $m^*$ , мы можем считать электрон свободным и описывать его движение во внешнем поле так, как мы описываем движение обычного электрона. Например, ускорение, энергия и импульс запишутся через эффективную массу таким образом

$$a = \frac{F}{m^*} \quad (3.11 \text{ а})$$

$$E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m^*} \quad (3.11 \text{ б})$$

$$P = m^* v = \hbar K \quad (3.11 \text{ в})$$

Эффективная масса электрона не определяет ни инертных, ни гравитационных его свойств. Более того,  $m^*$  может принимать значение как больше массы покоя электрона  $m$ , так и меньше, и даже быть величиной отрицательной. Эффективную массу электрона можно измерить экспериментально, используя для того явление циклотронного резонанса.

### 3.3. Закон дисперсии

Энергия движущегося электрона связана с его импульсом известным соотношением

$$E = mv^2 / 2 = (mv)^2 / 2m = P^2 / 2m \quad (3.12)$$

Электроны обладают волновыми свойствами. Длина электронной волны в соответствии с формулой де-Бройля равна

$$\lambda = h / P \quad \rightarrow \quad P = h / \lambda, \quad (3.13)$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж с - постоянная Планка,  $P = mv$  – импульс электрона.

С учётом последнего равенства энергию электрона можно представить через длину волны де-Бройля  $\lambda$  и волновое число  $k = 2\pi / \lambda$ :

$$E = (h / \lambda)^2 / 2m = (h / 2\pi)^2 (2\pi / \lambda)^2 / 2m = (\hbar^2 / 2m) k^2 \quad (3.14)$$

*Зависимость энергии от волнового числа (волнового вектора) носит название **закона дисперсии**, т.е. закона распределения энергии по волновому числу.*

Поведение электрона в кристалле отличается от поведения свободного электрона тем, что он может принимать только дискретные значения энергии.

Для одномерной цепочки атомов в модели Кронига – Пени зависимость энергии электрона от волнового числа будет более сложной.

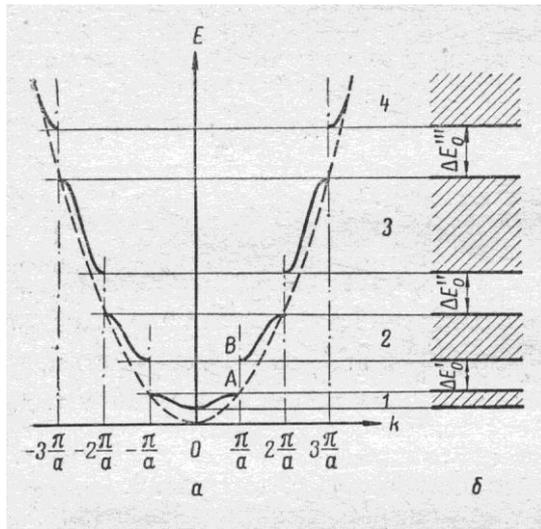


Рис. 3.8. Зоны дисперсии в модели Кронига-Пени

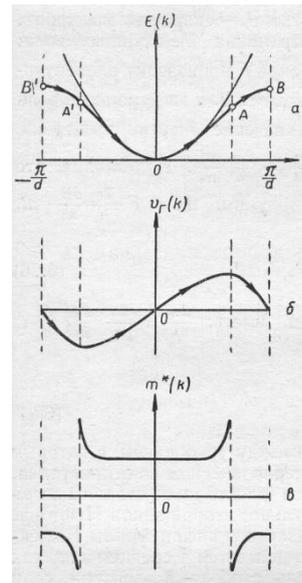


Рис. 3.9 Поведение энергии, скорости и эффективной массы в пределах первой зоны Бриллюэна

На рис. 3.8 эта зависимость показана отрывочными сплошными линиями, соответствующими зонам разрешённых энергий. Разрывы в сплошных линиях соответствуют запрещённым зонам.

Область значений  $-\pi/a \leq k \leq +\pi/a$  носит название *первой зоны Бриллюэна*. Второй зоне Бриллюэна соответствуют участки  $-2\pi/a \leq k \leq -\pi/a$  и  $+\pi/a \leq k \leq +2\pi/a$ , и т.д.

Зависимость энергии от волнового числа в центре первой зоны мало отличается от зависимости  $E$  от  $k$  для свободного электрона. Это более наглядно видно на рис. 3.9, где показаны зависимости  $E(k)$  (рис.3.9а), скорости движения  $v(k)$  (рис.3.9б) и эффективной массы  $m^*(k)$  (рис.3.9в).

Так же как и для свободного электрона в центре зоны энергия выражается квадратичной функцией  $E = (\hbar^2 / 2m) k^2$ , скорость  $v(k)$  линейно зависит от волнового числа, а эффективная масса  $m^*$  в достаточно широком пределе остаётся постоянной и положительной. Величину эффективной массы можно определить. Для этого в уравнение (3.10) подставим вторую производную от энергии (3.14):

$$d^2E / dk^2 = \hbar^2 / 2m,$$

получим

$$m^* = m,$$

т.е. эффективная масса электрона в центре зоны Бриллюэна равна массе свободного электрона.

Таким образом, электрон, находящийся вблизи дна зоны разрешённой энергии, обладает свойствами свободного электрона.

По мере увеличения энергии свойства электрона будут изменяться. Зависимость  $E(k)$  уже будет не параболической, зависимость  $v(k)$  будет отличаться от линейной и достигает максимального значения в точке, соответствующей точке перегиба дисперсионной кривой  $E(k)$ . При дальнейшем увеличении энергии скорость уменьшается, что означает отрицательное ускорение и отрицательную эффективную массу. Следовательно, электроны, находящиеся вблизи потолка зоны разрешённой энергии, обладают отрицательными эффективными массами.

Если электрон возбуждается в выше лежащую энергетическую зону, то оставшаяся незаполненная валентная связь ведёт себя как положительный заряд с положительной эффективной массой и, следовательно будет двигаться по направлению электрического поля с ускорением, создавая электрический ток. Такая незаполненная валентная связь получила название «*дырки*».

### ***3.4. Заполнение энергетических зон электронами. Деление веществ по электропроводным свойствам на металлы, полупроводники и диэлектрики с точки зрения зонной теории***

В отдельном атоме электроны занимают энергетические уровни с наименьшей энергией. Аналогично в кристалле заполняются зоны с наименьшей энергией. Если кристалл содержит  $N$  атомов, то каждая зона содержит  $N$  энергетических уровней, на которых может расположиться  $2(2l + 1)N$  электронов, где  $(2l + 1)$  - величина, называемая ***кратностью вырождения***, а  $l$  - ***орбитальное квантовое число***.

Если отдельный атом какого-либо химического элемента содержит полностью заполненный уровень, например  $1S$ , то соответствующая зона в кристалле, образованном из этих атомов, также окажется заполненной полностью. Так, например, в кристалле лития зона  $1S$  заполнена полностью, зона  $2S$  - частично, а  $2P$  и все остальные остаются в невозбужденном состоянии свободными. В кристалле натрия верхней зоной, содержащей электроны, является  $3S$ . Так как в большинстве физических процессов участвуют только валентные электроны, то из всей зонной диаграммы (рис.3.4) рассматривают только валентную зону и вышележащую зону, называемую зоной проводимости.

На рис. 3.10 изображена зона проводимости (З.П.) и валентная зона (В.З.), разделенные зоной запрещенных энергий, ширина которой  $\Delta E$ .

Плотность электронных уровней в зонах настолько большая, что почти во всех процессах заполняются или освобождаются энергетические уровни вблизи потолка валентной зоны или вблизи дна зоны проводимости.

Поэтому на рисунках часто изображают только эти участки энергетических зон.

Многие свойства веществ, в частности проводимость, определяются возможностью перехода электронов из основного состояния в возбужденное, т.е. для того, чтобы электрон атома стал электроном проводимости, его необходимо перевести на энергетический уровень, соответствующий другому атому. При этом каждый энергетический уровень, согласно принципу Паули, может вмещать не более 2-х электронов. Если энергетические уровни валентной зоны полностью заполнены, то для того, чтобы электрон стал электроном проводимости, он должен перейти в свободную зону - зону проводимости (отсюда ее название). Следовательно, проводимость определяется электронами, находящимися в незаполненной зоне.

Возможны 4 варианта заполнения энергетических зон электронами (рис. 3.11):

1. Валентная зона заполнена полностью, а зона проводимости совершенно свободна (а).
2. Валентная зона заполнена лишь частично (б).
3. Заполненная полностью валентная зона перекрывается со свободной зоной проводимости (в).
4. Частично заполненная валентная зона разделяется на две части, разделенные интервалом запрещенных энергий. Нижняя часть оказывается полностью заполненной и играет роль валентной зоны, верхняя часть - полностью свободна и играет роль зоны проводимости (г).

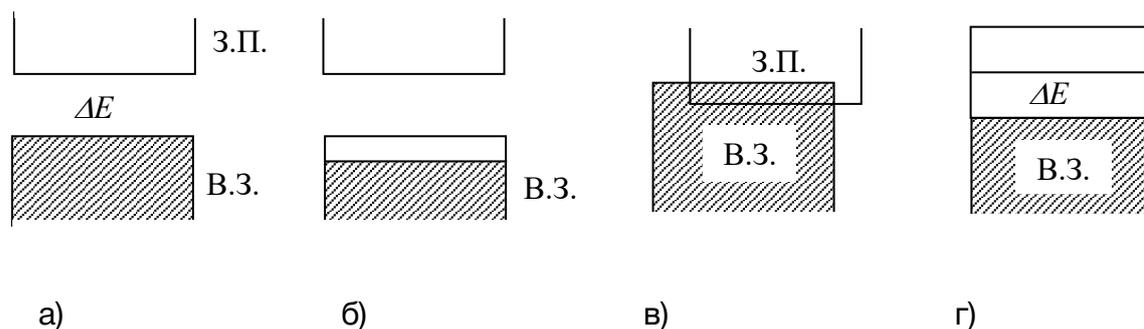


Рис. 3.11. Варианты заполнения энергетических зон электронами

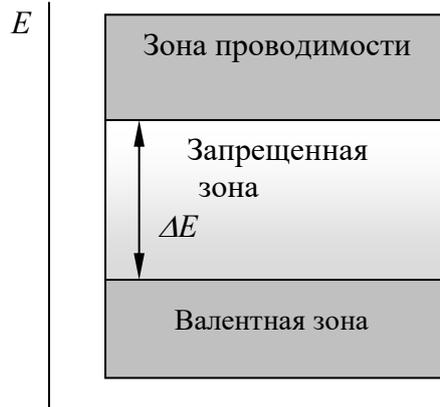


Рис. 3.10. Зонная диаграмма кристалла

Соответственно этому, все твердые тела по характеру проводимости можно разбить на 2 основных класса: проводники и непроводники.

К **проводникам** относятся вещества, имеющие при любой температуре не целиком заполненные зоны или вещества, в которых заполненная валентная зона перекрывается с зоной проводимости. В этом случае для возбуждения электронов в состояние проводимости достаточно энергии порядка  $10^{-20}$  эВ, что значительно меньше тепловой энергии электронов  $kT \approx 0,03$  эВ. Это значит, что даже при самых низких температурах в проводниках имеется достаточно большая концентрация электронов проводимости.

К **непроводникам** относятся вещества, в которых полностью заполненная валентная зона отделена от зоны проводимости зоной запрещенных энергий. При этом условно считают полупроводниками такие вещества, ширина запрещенной зоны которых не превышает 2 эВ. Вещества, имеющие ширину запрещенной зоны более 2 эВ, относятся к диэлектрикам. Низкую проводимость диэлектриков легко объяснить. Так как все уровни валентной зоны заполнены электронами, то для возбуждения электрона на вышележащий уровень - в зону проводимости - необходимо электрону сообщить энергию порядка 2 - 3 эВ (равную ширине запрещенной зоны). Эта величина значительно больше энергии теплового движения электрона. Следовательно, электроны возбуждаются в зону проводимости лишь при достаточно высоких температурах. При температурах, близких к абсолютному нулю, все полупроводники являются идеальными диэлектриками.

Рассмотрим подробнее классификацию химических элементов и соединений на проводники (металлы) и непроводники (полупроводники и диэлектрики).

К **проводникам** относятся соединения 1, 2, 3 и 8 групп периодической системы Менделеева. Элементы 1 группы имеют один валентный электрон в  $nS$  состоянии, где  $n$  - номер периода. Каждый атом может иметь в этом состоянии 2 электрона. В  $nS$  - зоне, образованной  $N$  атомами кристалла, может разместиться  $2N$  электронов. Число же валентных электронов в кристалле равно  $M$ . Следовательно, валентная зона этих элементов заполнена только наполовину. Так, например, валентный уровень, а следовательно, и валентная зона кристалла натрия заполнена лишь наполовину. Этим определяется металлическая проводимость натрия. Частичное заполнение валентной зоны электронами в кристаллах элементов 2, 3, 8 групп определяет их хорошую электропроводность.

Элементы 2 группы имеют заполненные внешние  $nS$  оболочки и, следовательно, заполненные валентные зоны. Однако перекрытие заполненных  $nS$  зон со следующей свободной  $nP$  зоной приводит к появлению металлических свойств данных элементов. Примером может служить магний ( $Mg$ ), имеющий заполненную  $3S$  зону, которая перекрывается со свободной  $3P$  зоной. Элементы

3 и 8 групп так же, как и элементы 1 группы, имеют частично заполненные валентные зоны.

К *полупроводникам* и *диэлектрикам* относится обширный класс химических элементов 4, 5, 6, 7 групп, многие сложные неорганические и органические соединения. Казалось бы, элементы 4, 5, 6 групп должны иметь частично заполненные валентные зоны и относиться к разряду металлов.

Фактически характер заполнения зон электронами зависит не только от заполнения оболочек, но и от характера образования энергетических зон из атомных уровней. Так, например, при образовании кристаллов классических полупроводников *Ge*, *Si*, *Sn* и др. валентная зона расщепляется на 2 зоны, одна из которых оказывается полностью заполненной, вторая же полностью свободной. Последняя играет роль зоны проводимости. Зона запрещенных энергий имеет ширину, различную для различных элементов: 0,08 эВ для *Sn*; 0,68 эВ для *Ge*; 1,10 эВ для *Si* и 2,1 эВ для *Se*.

Полностью заполненные валентные зоны в сложных соединениях получаются за счет перераспределения электронов между атомами. Так, при образовании химических соединений из 1 и 7 групп (*A<sub>1</sub>B<sub>7</sub>*) валентный электрон элемента 1 группы с *nS* состояния (например, *3S* уровня *Na*) присоединяются к элементу 7 группы (на состояние *3P Cl*), в результате чего оба элемента оказываются с заполненными внешними уровнями (*2P Na* и *3P Cl* в *NaCl*), и, следовательно, валентная зона кристалла этих соединений также будет полностью заполненной. Аналогично образуются зоны сложных соединений *A<sub>1</sub>B<sub>5</sub>*, *A<sub>3</sub>B<sub>5</sub>* и др. Ширина запрещенной зоны сложных веществ колеблется в широких пределах.

### ***3.5. Генерация и рекомбинация носителей заряда***

В результате теплового или какого-либо иного воздействия могут образовываться свободные электроны и дырки. Поведение избыточных носителей в полупроводниках описывается уравнением непрерывности. Рассмотрим кратко содержание этого уравнения.

Пусть в полупроводнике в направлении оси *x* существует положительный градиент концентрации электронов  $dn/dx > 0$ . Предположим далее, что в том же направлении *x* действует электрическое поле напряженности  $\xi_x$ . Выделим в полупроводнике слой толщиной  $dx$ , расположенный перпендикулярно оси *x*, с площадью поперечного сечения  $1 \text{ см}^2$ . Объем этого слоя равен  $dx$ . Обозначим концентрацию электронов в слое в момент времени *t* через  $n(x, t)$ , а в момент  $t + dt$  – через  $n(x, t + dt)$ . Тогда изменение числа электронов в слое за время  $dt$  будет равно:

$$[n(x, t + dt) - n(x, t)]dx = (dn/dt)dtdx \quad (3.11)$$

Изменение числа электронов в слое вызывается протеканием в нем процессов генерации и рекомбинации носителей, а также диффузией и дрейфом носителей, возникающим под действием градиента концентрации и, внешнего поля. Рассмотрим каждый из этих факторов по отдельности.

**Генерация носителей.** За время  $dt$  в слое объемом  $dx$  ионизирующий фактор создает  $gdxdt$  электронов, где  $g$  – скорость генерации электронов.

**Рекомбинация электронов.** Вследствие рекомбинации ежесекундно в единице объема полупроводника рекомбинирует  $R = \frac{n - n_0}{\tau_n}$  электронов. За время  $dt$  в объеме  $dx$  убыль числа электронов составит:  $[(n - n_0) / \tau_n] dxdt$ .

**Диффузия и дрейф электронов.** Наличие градиента концентрации и внешнего поля  $\xi_x$  в направлении оси  $x$  приводят к тому, что поток электронов  $J_n(x)$ , вытекающий в слой  $dx$ , не равен потоку  $J_n(x+dx)$ , вытекающему из слоя. Изменение числа электронов в слое за время  $dt$ , вызвано различием этих потоков, составит:

$$[J_n(x) - J_n(x + dx)]dt = -\frac{dJ_n}{dx} dxdt .$$

Полное изменение числа электронов в слое за время  $dt$  будет равно:

$$\frac{dn}{dt} dt dx = \left( -\frac{dJ_n}{dx} + g - \frac{n - n_0}{\tau_n} \right) dt dx$$

Сокращая правую и левую части на  $dt dx$ , получим уравнение непрерывности для избыточных электронов:

$$\frac{dn}{dt} = \left( -\frac{dJ_n}{dx} + g - \frac{n - n_0}{\tau_n} \right) \quad (3.12)$$

Аналогичное уравнение можно получить для избыточных дырок:

$$\frac{dp}{dt} = \left( -\frac{dJ_p}{dx} + g - \frac{p - p_0}{\tau_p} \right) . \quad (3.13)$$

Преобразуем эти выражения.

Поток электронов  $J_n$  удобно выражать через плотность тока  $i_n$ , переносимого электронами:

$$J_n = -i / e , \quad (3.14)$$

где  $e$  — заряд электрона. При наличии в полупроводнике электрического поля  $\xi_x$  и градиента концентрации электронов ток будет складываться из двух составляющих: из омического тока  $i_{n\xi}$  обусловленного направленным движением электронов под действием внешнего поля  $\xi_x$ , и диффузионного тока  $i_{nD}$ , вызванного диффузией электронов.

Плотность омического тока равна:

$$i_{n\xi} = enu_n \xi_x \quad (3.15)$$

где  $u_n$ —подвижность электронов;  $n$ —их концентрация.

Ток, обусловленный диффузией электронов, пропорционален градиенту их концентрации:

$$i_{nD} = eD_n (dn/dx) \quad (3.16)$$

Коэффициент пропорциональности  $D_n$  называется коэффициентом диффузии.

Полный ток, обусловленный движением электронов, равен:

$$i_n = e \left( nu_n \xi_x + D_n \frac{dn}{dx} \right) \quad (3.17)$$

Аналогичное выражение можно получить для плотности тока, обусловленного движением дырок:

$$i_p = e \left( pu_p \xi_x + D_p \frac{dp}{dx} \right) \quad (3.18)$$

Знак минус у диффузионной составляющей указывает на то, что диффузионный ток дырок направлен противоположно градиенту их концентрации (в сторону уменьшения концентрации дырок).

Заменив в уравнениях (3.12) и (3.13) потоки  $J_n$  и  $J_p$  плотностями тока, получим:

$$\frac{dn}{dt} = D_n \frac{d^2n}{dx^2} + \xi_x u_n \frac{dn}{dx} + g - \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (3.19)$$

$$\frac{dp}{dt} = D_p \frac{d^2p}{dx^2} + \xi_x u_p \frac{dp}{dx} + g - \frac{p - p_0}{\tau_p} . \quad (3.20)$$

Применим уравнение непрерывности (3.19) к решению задачи о распределении неравновесных носителей вдоль полупроводника, на одном конце которого поддерживается постоянная избыточная концентрация  $\Delta n \rightarrow 0$ .

Для стационарного случая при условии, что электрическим полем  $\xi_x$  и генерацией носителей в объеме полупроводника можно пренебречь, уравнение (3.19) приобретает следующий вид:

$$\frac{d^2n}{dx^2} = \frac{n - n_0}{D_n \tau_n} \quad (3.21)$$

Граничными условиями для этого уравнения являются следующие:

$$\text{при } x=0; \quad n - n_0 = \Delta n_0;$$

$$\text{при } x \rightarrow \infty; \quad n - n_0 = 0. \quad (3.22)$$

Решением уравнения (3.21) при граничных условиях (3.22) является:

$$n - n_0 = \Delta n_0 e^{-x / \sqrt{D_n \tau_n}} \quad (3.33)$$

Уравнение (3.33) выражает закон убывания концентрации избыточных носителей вдоль полупроводника в стационарных условиях. Величина  $\sqrt{D_n \tau_n}$

имеет размерность длины, причем на протяжении отрезка  $x = \sqrt{D_n \tau_n}$  концентрация избыточных носителей уменьшается в  $e=2,718...$  раз.

Величину  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$  для электронов и  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$  для дырок называют диффузионной длиной электронов и дырок. Смысл диффузионной длины ясен из предыдущего: это расстояние, на протяжении которого концентрация избыточных носителей уменьшается в  $e$  раз. Или иначе – это среднее расстояние, на которое диффундирует носитель за время своей жизни.

Зная диффузионную длину  $L$  и коэффициент диффузии  $D$ , можно вычислить время жизни носителей  $\tau$ : для германия  $D_n=0,0092 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_p= 0,0044 \text{ м}^2/\text{с}$ ; для кремния:  $D_n= 0,0035 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $D_p=0,0012 \text{ м}^2/\text{с}$ .

### Контрольные вопросы:

- 3.1. Поясните механизм образования энергетических зон в кристаллах.
- 3.2. Что такое эффективная масса электрона? Может ли она быть отрицательной?
- 3.3. Дайте определение и приведите пример закона дисперсии.
- 3.4. Поясните варианты заполнения энергетических зон электронами.
- 3.5. Проведите классификацию металлов, диэлектриков и полупроводников с точки зрения электронной теории.

### Задачи к главе

3.1. Определить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов при  $T \approx 0 \text{ К}$  в металле с простой кубической решеткой, если на каждый атом кристалла приходится один свободный электрон. Период решетки равен  $a$ .  
Решение: В кристалле с простой кубической решеткой на объем каждой элементарной ячейки приходится один атом и соответственно один свободный электрон. Поэтому концентрация свободных электронов определяется по формуле  $n=a^{-3}$ . С учетом этого минимальная волна де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{m u_F} = \frac{h}{\sqrt{2mW_F}} = \frac{h}{\sqrt{2m \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3}{\pi a^3}\right)^{\frac{2}{3}}}} = \frac{2a}{\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}} \approx 2a.$$

3.2. Собственный полупроводник (германий) имеет при некоторой температуре удельное сопротивление  $\rho = 0,48 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Определить концентрацию носителей заряда, если подвижности  $b_n$  и  $b_p$  электронов и дырок соответственно равны  $0,36$  и  $0,16 \text{ м}^2 /(\text{В}\cdot\text{с})$ .

Решение. Удельная проводимость

$$\gamma = qn(b_n + b_p)$$

$$\text{и } \gamma = \frac{1}{\rho} \Rightarrow n = \frac{\gamma}{q(b_n + b_p)} = \frac{1}{pq(b_n + b_p)} = \frac{1}{0,48 \times 1,6 \times 10^{-19} \times (0,36 + 0,16)} = 2,5 \times 10^{-19}$$

3.3. Определить скорость оптической генерации  $g$  неравновесных носителей заряда в пластине кремния на глубине 100 мкм от освещаемой поверхности при фотовозбуждении монохроматическим излучением  $I_0=10^{20} \text{ м}^{-2}\text{с}^{-1}$ , если коэффициент поглощения материала  $\alpha=5 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$ , а коэффициент отражения  $R=0,3$ . Решение. Скорость оптической генерации, т.е. число носителей заряда, возбуждаемых светом в единицу времени в единице объема полупроводника, зависит от показателя поглощения и интенсивности излучения на заданной глубине  $x$ . Изменение интенсивности излучения подчиняется закону Бугера – Ламберта  $I(x) = I_0(1 - R)\exp(-\alpha x)$ .

Число квантов, поглощаемых в слое единичной площади толщиной  $dx$ , определяется выражением  $dI = I(x)\alpha dx$ . Скорость оптической генерации  $g(x) = \frac{dI}{dx} = \alpha I_0(1 - R)\exp(-\alpha x) = 2,36 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}$ .

3.4. Определить минимальную длину волны де Бройля для свободных электронов при  $T \approx 0 \text{ К}$  в металле с простой кубической решеткой, если на каждый атом кристалла приходится  $n$  свободных электронов. Период решетки равен  $a/m$ , где  $m, n$ - целочисленные константы.

3.5. В момент времени  $t_1=10^{-4} \text{ с}$  после выключения равномерной по объему генерации электронно-дырочных пар неравновесная концентрация носителей оказалась в 10 раз больше, чем в момент  $t_2=10^{-3} \text{ с}$ . Определить время жизни  $\tau$ , если уровень возбуждения невелик.

3.6. Определить закон изменения со временем концентрации носителей заряда в материале  $n$ -типа, если после выключения источника генерации в момент  $t=0$  темп рекомбинации  $R = a(np - n_i^2)$ , где  $a$ - константа.

3.7. Вычислить относительное изменение проводимости  $\Delta\sigma/\sigma_0$  при стационарном освещении с интенсивностью  $5 \cdot 10^{15}$  квантов на  $1 \text{ см}^2$  за  $1 \text{ с}$ . Коэффициент поглощения  $\alpha=100 \text{ см}^{-1}$ ; толщина образца мала по сравнению с  $\alpha^{-1}$ ;  $n_0=10^{15} \text{ см}^{-3}$ ;  $\tau=2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ .

3.8. При температуре 300 К для монохроматического света с длиной волны 1 мкм показатель поглощения кремния равен  $10^4 \text{ м}^{-1}$ , а коэффициент отражения 0,3. Определить, какая доля потока излучения пройдет через пластину кремния толщиной 300 мкм при нормальном падении.

3.9. Рассчитайте величину запрещенной зоны полупроводника, при которой длина волны рекомбинационного излучения приходилась бы на видимую область спектра.

3.10. Релаксация неравновесной концентрации наблюдалась с момента времени  $t_1 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}$  до  $t_2$ , причем неравновесная концентрация за этот промежуток времени уменьшилась в 20 раз. Полагая время жизни носителей равным  $5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , найти значение  $t_2$ .

## 4. Статистика носителей заряда в полупроводниках

Концентрация носителей заряда в полупроводниках и поведение этих носителей зависит собственно от полупроводника, наличия примесей и температуры. Поведение носителей определяется совокупной характеристикой – положением уровня Ферми, то есть положением энергетического уровня, вероятность нахождения электрона в котором равна  $\frac{1}{2}$ .

### 4.1. Концентрация носителей заряда в собственных полупроводниках

#### 4.1.1. Понятие собственного полупроводника

Полупроводник будет являться собственным, если влияние примесей для него пренебрежительно мало. В нем свободные носители заряда возникают только за счет разрыва валентных связей. Для собственного полупроводника концентрация электронов равна концентрации дырок

$$n = p = n_i \quad (4.1)$$

где  $n_i$  называют концентрацией собственных носителей заряда

*Собственные и примесные полупроводники. Понятие дырки*

Рассмотрим вначале появление носителей заряда в беспримесном полупроводнике.

Чтобы понять механизм возникновения свободных\* носителей заряда в полупроводниках, остановимся кратко на структуре полупроводниковых кристаллов. Рассмотрим типичный полупроводник - кремний (Si). На внешней оболочке атома кремния имеется четыре электрона, достаточно слабо связанных с ядром, а взаимодействие пары соседних атомов осуществляется с помощью парноэлектронной (ковалентной) связи.

---

\* Под свободными носителями заряда понимаются носители, участвующие в процессе электропроводности.

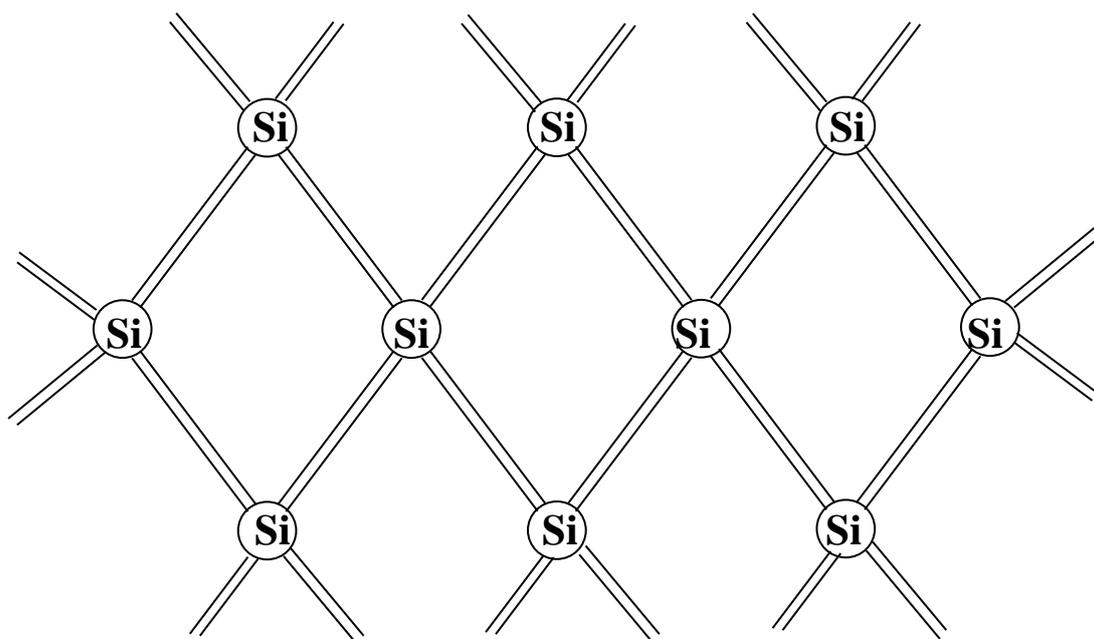


Рис.4.1. Плоская схема структуры кристалла кремния

Число ближайших соседей Si также равно 4, поэтому в образовании связи от каждого атома участвует по одному электрону (рис.4.1). Парноэлектронные связи достаточно прочны и при комнатной температуре не разрываются. Поэтому чистый кремний при комнатных температурах не проводит электрического тока.

При нагревании кремния кинетическая энергия валентных электронов повышается и наступает разрыв отдельных связей. Часть электронов становятся при этом "свободными", подобно электронам в металле. При наличии электрического поля они могут перемещаться, образуя электрический ток. Проводимость полупроводников, обусловленную наличием в них свободных электронов, называют электронной проводимостью. С ростом температуры число разорванных связей увеличивается, следовательно, увеличивается концентрация свободных электронов. Поэтому с ростом температуры сопротивление полупроводников, в отличие от металлов, уменьшается.

#### *Понятие дырки*

Следует также отметить, что при разрыве связи образуется вакантное место - недостаток электрона, которое получило название дырки. Дырка имеет положительный заряд и свою эффективную массу.

Положение дырки в кристалле не является неизменным: электрон, обеспечивающий связь атомов, может перескакивать на место образования дырки и восстанавливает связь, а в том месте, откуда перескочил электрон, образовалась новая дырка. Таким образом, дырка может перемещаться по всему

кристаллу. Ясно, что в абсолютно чистом кристалле количество свободных электронов в точности равно количеству дырок.

Таким образом, в полупроводниках существует два типа носителей заряда: электроны и дырки. Поэтому полупроводники могут обладать не только электронной, но и дырочной проводимостью.

#### 4.1.2. Уровень Ферми в собственном полупроводнике

Для собственных полупроводников справедливы равенства

$$n = N_c \exp \frac{F - E_c}{kT}; p = N_v \exp \frac{E_v - F}{kT}$$

где  $F$  – уровень Ферми,

$E_c$  - нижняя граница (дно) зоны проводимости,

$E_v$  - верхняя граница (потолок) валентной зоны,

эффективная плотность состояний электронов в зоне проводимости:

$$N_c = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_n \cdot kT}{(2\pi\hbar)^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.2)$$

эффективная плотность состояний дырок в валентной зоне:

$$N_v = 2 \left( \frac{2\pi \cdot m_p \cdot kT}{(2\pi\hbar)^2} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.3)$$

**Замечание 1.** Плотность состояний показывает количество состояний (уровней) в зоне, на которых могут находиться электроны. Вероятность нахождения электрона в конкретном состоянии (с конкретной энергией) определяет функция распределения  $f(E, T)$ .

Определим уровень Ферми в собственном полупроводнике. Исходя из (4.2) и (4.3) получим

$$N_c \exp \frac{F - E_c}{kT} = N_v \exp \frac{E_v - F}{kT} \quad (4.4)$$

Преобразуем данное равенство:

$$\frac{N_c}{N_v} = \exp \frac{E_v - F - F + E_c}{kT}$$

$$\ln \frac{N_c}{N_v} = \frac{E_v + E_c}{kT} - \frac{2F}{kT}$$

$$kT \cdot \ln \frac{N_c}{N_v} = E_v + E_c - 2F.$$

Откуда

$$F = \frac{E_v + E_c}{2} - \frac{1}{2} kT \cdot \ln \frac{N_c}{N_v}. \quad (4.5)$$

С учетом выражений для  $N_c$  и  $N_v$  получим

$$F = E_i - \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_n}{m_p} \quad (4.6)$$

где  $E_i = \frac{E_v + E_c}{2}$  - середина запрещенной зоны,  $m_n$  и  $m_p$  - эффективные массы электрона и дырки соответственно.

Анализ выражения (4.6) показывает, что положение уровня Ферми зависит от температуры и эффективных масс носителей.

Графическая зависимость положения уровня Ферми представлена на рис.4.2.

Как правило, в реальных полупроводниках,  $m_p > m_n$  поэтому уровень Ферми смещен вверх к зоне проводимости.

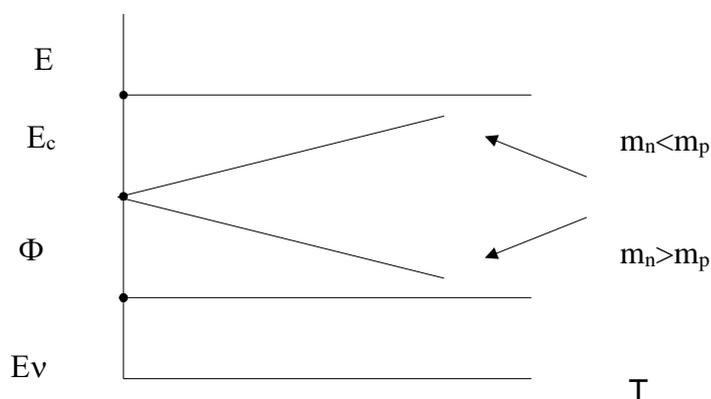


Рис.4.2. Температурная зависимость положения уровня Ферми в собственном полупроводнике

### 4.1.3. Концентрация носителей в собственных полупроводниках

Общее выражение для определения собственных носителей при термодинамическом равновесии записывают в виде

С учетом (4.3) запишем

$$n_i^2 = N_c \exp \frac{F - E_c}{kT} \cdot N_v \exp \frac{E_v - F}{kT} = N_c N_v \cdot \exp \left( -\frac{E_c - E_v}{kT} \right) = N_c N_v \cdot \exp \left( -\frac{E_g}{kT} \right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot \exp \left( -\frac{E_g}{2kT} \right), \quad (4.7)$$

где  $E_g$  - ширина запрещенной зоны.

Выражение (4.7) называют еще законом действующих масс – это зависимость концентрации собственных носителей от ширины запрещенной зоны и температуры.

Замечание 2. С ростом температуры ширина запрещенной зоны уменьшается, так как с ростом температуры возрастает амплитуда тепловых колебаний атомов решетки и увеличиваются межатомные расстояния, что и приводит к уменьшению запрещенной зоны (рис. 4.3).

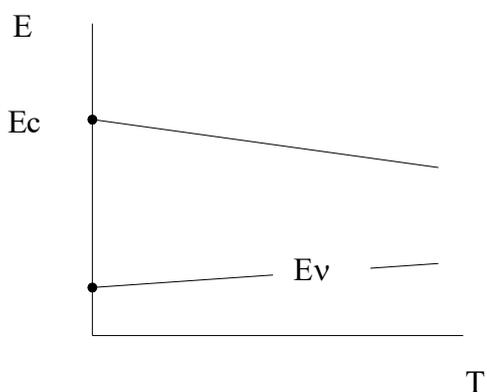


Рис. 4.3. Температурное изменение ширины запрещенной зоны полупроводника

#### 4.1.4. Понятие вырожденного полупроводника

С повышением температуры уровень Ферми отдалеяется от зоны с теплыми носителями и приближается к зоне с легкими носителями заряда. Если расстояние от уровня Ферми до зоны проводимости становится соизмеримо со значениями  $kT$ , то полупроводник вырождается, т.е. становится проводником. Если эффективные массы  $m_n$  и  $m_p$  сильно различаются, к примеру, для антимонида индия  $m_p \approx 10m_n$ , то уровень Ферми может пересечь уровень  $E_c$  и войти в зону проводимости. При этом, если уровень Ферми будет расположен выше дна зоны проводимости на  $5kT$ , то говорят о сильном вырождении.

Для случая сильного вырождения

$$\exp \frac{E_v - F}{kT} \ll 1 \quad (4.8)$$

и концентрация носителей определяется с помощью выражений

$$n = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c \exp\left(\frac{F - E_c}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}, p = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_v \exp\left(\frac{E_v - F}{kT}\right)^{\frac{3}{2}}. \quad (4.9)$$

## 4.2. Концентрация носителей в примесных полупроводниках

### 4.2.1. Доноры

Предположим, что в кристалле кремния часть атомов замещена атомами пятивалентного мышьяка. Для установления связи с этими соседями атом мышьяка расходует 4 валентных электрона. Пятый электрон в образовании связи не участвует. Он продолжает двигаться в поле атомного остатка мышьяка, ослабленном в кремнии в  $\varepsilon$  раз, где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость. Вследствие такого ослабления поля орбита электрона сильно увеличивается, и атом мышьяка становится подобным атому водорода: вокруг атомного остатка с зарядом  $+e$  на значительном расстоянии от него двигается один электрон. Поэтому для определения энергии связи и радиуса орбиты этого электрона можно воспользоваться формулами, выведенными для атома водорода. Они имеют, как известно, следующий вид:

$$E = -\frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13,6 \text{ эВ}^* \quad r = \frac{h^2 \varepsilon_0}{e^2 m \pi} = 0,53 \text{ \AA} \quad (4.10)$$

Для перехода к атому мышьяка в этих формулах  $e^2$  следует заменить на  $e^2/\varepsilon$ , так как сила взаимодействия электрона с атомным остатком, равная в вакууме  $e^2 / 4\pi\varepsilon_0 r^2$ , уменьшается в кремнии в  $\varepsilon$  раз; кроме того, массу свободного электрона  $m$  надо заменить на эффективную массу электрона в германии  $m_n = 0,12m$ . Прделаав это, получим:

$$E = -\frac{13,6}{\varepsilon^2} \left( \frac{m_n}{m} \right) = -0,065 \text{ эВ} \quad r = 0,53\varepsilon \left( \frac{m}{m_n} \right) \approx 70 \text{ \AA}. \quad (4.11)$$

Из (4.11) видно, что энергия связи пятого электрона атома мышьяка, помещенного в решетку германия, должна измеряться примерно сотыми долями электрон-вольта, а радиус орбиты этого электрона во много раз превышает постоянную решетки кремния. В таблице 1 приведены экспериментальные значения энергии ионизации примесных атомов в германии и кремнии. При сообщении электрону такой энергии, он отрывается от атома и приобретает способность свободно перемещаться в кристалле, превращаясь в электрон проводимости. Образующиеся при этом положительные заряды локализуются на неподвижных атомах мышьяка и в электропроводности не участвуют.

Таблица 1

Экспериментальные значения энергии ионизации примесных атомов в германии и кремнии

| E, эВ | Фосфор | Мышьяк | Сурьма | Бор  | Алюминий | Галлий | Индий |
|-------|--------|--------|--------|------|----------|--------|-------|
| Si    | 0,045  | 0,050  | 0,04   | 0,05 | 0,060    | 0,070  | 0,16  |
| Ge    | 0,012  | 0,013  | 0,01   | 0,01 | 0,010    | 0,011  | 0,011 |

\* 1 эВ=1.6·10<sup>-19</sup> Дж

Так как энергия возбуждения примесных электронов  $E$  почти на два порядка ниже энергии возбуждения собственных электронов кремния  $E_g$ , то при нагревании будут возбуждаться в первую очередь электроны примесных атомов, вследствие чего их концентрация может во много раз превосходить концентрацию собственных электронов. В этих условиях кремний будет обладать в основном *примесной электронной проводимостью*. Примеси, являющиеся источником электронов проводимости, называются *донорами*, а энергетические уровни этих примесей — *донорными* уровнями.

#### 4.2.2. Акцепторы

Предположим теперь, что в решетке германия часть атомов замещена атомами трехвалентного индия. Для образования связей с четырьмя ближайшими соседями у атома индия не хватает одного электрона. Его можно «заимствовать» у атома кремния. В таблице 1 приведена энергия, необходимая для обеспечения такого «заимствования» электрона атомами бора, алюминия галлия и индия из валентной зоны кремния и германия. Из данных таблицы 1 видно, что  $E$  имеет тот же порядок величины, что и для донорной примеси. Разорванная связь представляет собой дырку, так как она отвечает образованию в валентной зоне кремния вакантного места.

Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны полупроводника, называются *акцепторными* примесями, а энергетические уровни этих примесей — *акцепторными* уровнями.

Из данных таблицы видно, что донорные и акцепторные уровни располагаются на очень небольшом расстоянии от своих зон. Поэтому их называют *мелкими* уровнями.

Рассмотрим для примера полупроводник n- типа. Пусть  $N_d$  – концентрация доноров, а  $E_d$  – энергия ионизации донорных уровней, т.е. энергия необходимая для перехода электронов в зону проводимости.

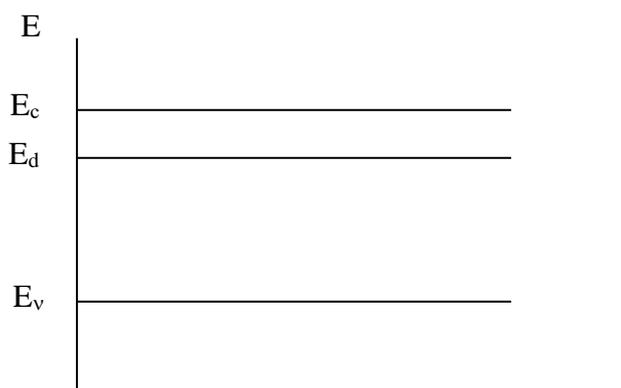


Рис. 4.3. Графическое изображение уровней в полупроводнике n-типа

### 4.2.3. Область низких температур

В области низких температур переходом электронов из валентной зоны в зону проводимости можно пренебречь  $kT \ll E_d$ .

В этом случае уравнение электронейтральности будет иметь вид

$$n + N_d^+ = 0 \quad (4.12)$$

Соответственно получим, что

$$N_c \exp\left(\frac{F - E_c}{kT}\right) = N_d \exp\left(-\frac{F - E_d}{kT}\right) \quad (4.13)$$

Из выражения (4.13) нетрудно получить

$$F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_d}{N_c} - , \quad (4.14)$$

*- положение уровня Ферми, т.е. при низких температурах уровень Ферми находится между  $E_c$  и  $E_d$ , а концентрация электронов проводимости будет определяться выражением*

$$n = \sqrt{N_d \cdot N_c} \cdot \exp\left(-\frac{E_c - E_d}{2kT}\right), \quad (4.15)$$

### 4.2.4. Область высоких температур

По мере повышения температуры концентрация электронов в зоне проводимости увеличивается, концентрация электронов на примесных уровнях уменьшается. При  $n = N_d$  наступит истощение примесных уровней.

Поскольку,  $n = N_d$ , тогда

$$n = N_d \cdot N_c \exp\frac{F - E_c}{kT_s}, \quad (4.16)$$

где  $T_s$  - температура истощения примеси.

С помощью выражений (4.15) и (4.16) можно получить выражения для температуры истощения и уровня Ферми, соответствующего полному истощению примеси.

$$T_s = \frac{E_d - E_c}{\frac{1}{2} k \cdot \ln \frac{N_d}{N_c}}, \quad (4.17)$$

$$F = E_c + kT_s \cdot \ln \frac{N_d}{N_c}, \quad (4.18)$$

Из (4.17) видно, что  $T_s$  ниже для полупроводников с меньшей энергией ионизации примесных электронов и меньшей их концентрацией.

#### 4.2.5. Область перехода к собственной проводимости

При повышении температуры в зону проводимости будут попадать не только примесные электроны, но и электроны из валентной зоны. Состояние, при котором количество собственных электронов становится соизмеримым с количеством примесных электронов в зоне проводимости, называют областью перехода к собственной проводимости. При этом

$$n \approx n_i \approx N_d$$

С учетом закона действующих масс (4.7) получим

$$N_d = \sqrt{N_c \cdot N_v} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT_i}\right), \quad (4.19)$$

Откуда

$$T_i = \frac{E_g}{k \cdot \ln \frac{N_c \cdot N_v}{N_d^2}}, \quad (4.20)$$

температура перехода к собственной проводимости.

Из (4.20) видно, что  $T_i$  выше у полупроводников с более широкой запрещенной зоной  $E_g$  и большей концентрацией примесей  $N_d$ .

Качественная характеристика зависимости концентрации электронов в зоне проводимости от обратной температуры представлена на рис. 4.4

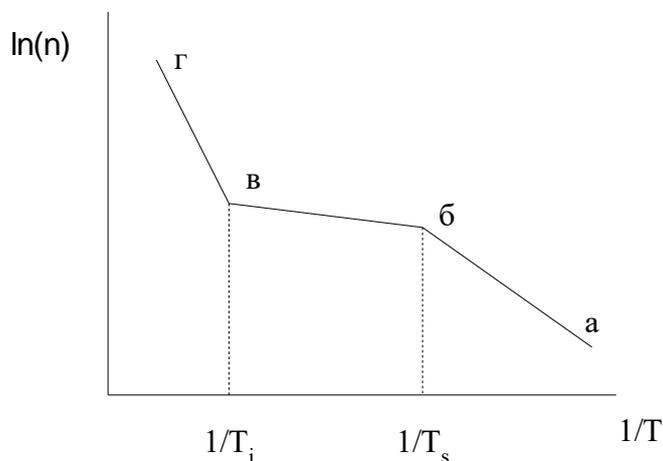


Рис.4.4. Температурная зависимость концентрации свободных носителей заряда в полупроводниках n-типа: аб - примесная проводимость; бв – область истощения; вг – собственная проводимость

#### 4.2.6. Компенсированные полупроводники

В полупроводнике  $n$ - типа в области низких температур уровень Ферми располагается между дном зоны проводимости и донорными уровнями. Введем в такой полупроводник небольшое количество акцепторной примеси  $N_a$ . Так как акцепторные уровни располагаются значительно ниже уровня Ферми, то уже при абсолютном нуле они будут заполнены электронами, перешедшими с донорных уровней. Это вызывает обеднение донорных уровней и ослабление их способности поставлять электроны в зону проводимости, что, в свою очередь, приводит к увеличению степени невырожденности электронного газа в зоне проводимости и смещение уровня Ферми вниз. По мере повышения  $N_a$  смещение уровня Ферми вниз увеличивается, но до тех пор, пока  $N_a < N_d$  уровень Ферми остается в верхней половине запрещенной зоны, и полупроводник сохраняет электронный характер. При  $N_a = N_d$  происходит полная компенсация примесей и уровень Ферми располагается на середине запрещенной зоны, как и в собственных полупроводниках. Такой полупроводник называется полностью компенсированным.

При уменьшении концентрации донорной примеси  $N_d$  полупроводник приобретает дырочный характер, усиливающийся по мере уменьшения  $N_d$ . В соответствии с этим уровень Ферми переходит в нижнюю половину запрещенной зоны и перемещается вниз по мере увеличения разности  $N_a - N_d$ . В чистом полупроводнике  $p$ - типа он располагается между потолком валентной зоны и акцепторными уровнями  $E_a$ .

В компенсированном полупроводнике в общем случае подвижность зарядов ниже за счет рассеяния на примесях, меньше время жизни носителей в свободном состоянии.

#### Контрольные вопросы

- 4.1. Что является причиной образования энергетических зон в твердом теле?
- 4.2. Существует ли принципиальное различие между электронами проводимости в полупроводниках (и металлах) и свободными электронами?
- 4.3. Объясните, какая из дырок обладает большей энергией: в центре валентной зоны или у ее потолка?
- 4.4. Расскажите о температурном изменении концентрации свободных носителей заряда в полупроводнике  $p$ -типа,  $n$ -типа.
- 4.5. Сколько электронов находится на уровне Ферми в собственном полупроводнике? Как влияет температура на положение этого уровня?
- 4.6. Почему при попадании в кристаллическую решетку полупроводника энергия ионизации примесного атома уменьшается в десятки раз.

### Задачи к главе

4.1. Найти положение уровня Ферми в собственном германии при 300 К, если известно, что ширина его запрещенной зоны  $E_g=0,665$  эВ, а эффективные массы плотности состояний для дырок валентной зоны и для электронов зоны проводимости равны:  $m_v=0,388m_0$ ;  $m_c=0,55m_0$ , где  $m_0$ -масса свободного электрона.

Решение. Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике определяется

выражением 
$$F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = E_i + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c},$$
 где  $E_i$ - уровень

соответствующий середине запрещенной зоны; 
$$N_v = \frac{2(2\pi m_p kT)^{\frac{3}{2}}}{h^3},$$

$$N_c = \frac{2(2\pi m_n kT)^{\frac{3}{2}}}{h^3}$$
 - эффективная плотность состояний для дырок в валентной зоне

и для электронов в зоне проводимости соответственно. Подставив имеющиеся данные легко получить  $N_v = 6,04 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_c = 1,02 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . Таким образом

$$F = \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = 0,326 \text{ эВ.}$$

4.2. Определите, на сколько различаются вероятности заполнения электронами нижнего уровня зоны проводимости в собственном германии и собственном кремнии а) при 300К<sup>0</sup>, б) при 100К<sup>0</sup>.

4.2. Вычислить собственную концентрацию носителей заряда в кремнии при  $T=300\text{К}^0$ , если ширина запрещенной зоны Si 1,12эВ, а эффективные массы плотности состояний  $m_c=1,05 m_0$ ,  $m_v=0,56 m_0$ .

4.3. Концентрация электронов проводимости в полупроводнике равна  $10^{18} \text{ м}^{-3}$ .

Определить концентрацию дырок в нем, если собственная концентрация носителей заряда при этой же температуре равна  $10^{16} \text{ м}^{-3}$ .

4.4. Получить температурную зависимость концентрации и положение уровня Ферми в собственном кремнии и найти изменение концентрации электронов при изменении температуры от 300К до 400 К. Температурное изменение ширины запрещенной зоны изменяется по закону  $E_g=1.12-2.84 \cdot 10^{-4} \cdot T$  (эВ), а эффективные массы электронов  $m_n=0.34m_0$  и дырок  $m_p=0.4m_0$ .

4.5. Вычислить удельное сопротивление кристаллов кремния легированных бором до концентрации  $2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$  при  $T=300$  К и концентрацию электронов  $n$ , если энергия ионизации атомов бора 0.1 эВ, ширина запрещенной зоны кремния  $E_g=1.12$  эВ, а подвижности и эффективные массы плотности состояний электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне равны  $\mu_n=0.14 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  и  $\mu_p=0.04 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ ,  $m_n=0.45m_0$  и  $m_p=0.48m_0$ .

4.6. Оценить тепловую и дрейфовую скорости электронов в арсениде галлия n-

типа при  $T=300$  К, если плотность тока через образец  $10^4$  А/м<sup>2</sup>, а эффективная масса электронов  $m_n=0.45m_0$ . Концентрация дырок и собственная концентрация носителей в образце равны  $10^{10}$  м<sup>-3</sup> и  $10^{16}$  м<sup>-3</sup>. Подвижность электронов и дырок равны  $\mu_n=0.2$  м<sup>2</sup>/(В·с) и  $\mu_p=0.05$  м<sup>2</sup>/(В·с).

4.7. Определить ширину запрещенной зоны полупроводника р-типа, если температура перехода к собственной проводимости  $T_s=450$  К. Концентрации электронов и собственных носителей при температуре  $T=400$  К равны  $10^{11}$  м<sup>-3</sup> и  $10^{16}$  м<sup>-3</sup> соответственно. Эффективные массы плотности состояний носителей в зонах  $m_c=0.45m_0$ ,  $m_v=0.35m_0$ .

4.8. Определить как изменится концентрация дырок в германии n-типа, при его нагревании от  $T=300$  К до 400 К. При расчете учесть, что удельное сопротивление полупроводника при  $T=300$  К равно 0.25 Ом·см, эффективные массы плотности состояний  $m_c=0.45m_0$  и  $m_v=0.4m_0$ , подвижности  $\mu_n=0.14$  м<sup>2</sup>/(В·с) и  $\mu_p=0.04$  м<sup>2</sup>/(В·с), ширина запрещенной германия 0.665 эВ, температуры истощения примеси 42 К а температура перехода к собственной проводимости 600 К.

4.9. Определить положение уровня Ферми в собственном кремнии при температуре 1600 К, если ширина запрещенной зоны кремния при  $T=0$  равна 1.12 эВ,  $m_c=0.75m_0$  и  $m_v=0.4m_0$ . Температурным изменением  $m_c$  и  $m_v$  пренебречь.

## 5. Плотность квантовых состояний. Физические свойства кристалла

### 5.1. Плотность электронных состояний в энергетических зонах

Физические свойства кристаллов, прежде всего электрические и магнитные зависят от энергетического состояния валентных электронов. Для того чтобы знать, как распределяются по энергиям электроны в кристалле, необходимо знать, как распределяются по энергиям внутри зон разрешенные квантовые состояния электронов (плотность квантовых состояний  $R(E)dE$ ), т.е. число энергетических уровней, приходящихся на единичный интервал энергий. Тогда число электронов в энергетической зоне можно будет определить

$$N(E) = \int_E^{E+\Delta E} f(E) \cdot R(E) dE, \quad (5.1)$$

где  $f(E)$  - вероятность заполнения электронами энергетических уровней (ее вид будет рассмотрен в следующем параграфе).

Нахождение точного вида  $R(E)dE$  является очень сложной задачей, однако для энергетических состояний у границ разрешенной зоны расчет значительно упрощается.

Рассмотрим так называемое пространство импульсов, т.е. пространство, в котором роль радиуса вектора играет импульс  $P$  (см. рис.5.1), а элементарная ячейка его в соответствии с

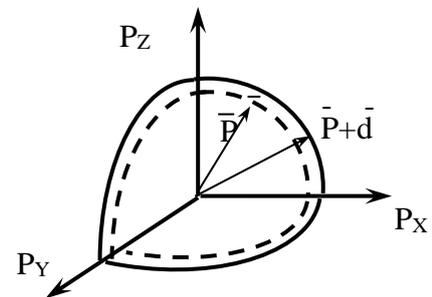


Рис. 5.1. К определению плотности состояний

принципом неопределенностей имеет объем  $\frac{\hbar^3}{V}$

, где  $\hbar$  - постоянная Планка, а  $V$  - объем кристалла. В классической физике предполагается, что элементарная ячейка может иметь бесконечно малый объем.

Если в этом пространстве импульсов провести сферическую поверхность радиуса  $p$ , то эта поверхность будет геометрическим местом состояний, обладающих одной и той же энергией  $E$ . Все состояния в интервале ( $E$  до  $E+dE$ ) в этом пространстве импульсов разместятся в шаровом слое радиуса  $P$  и толщиной  $dp$ .

Объем этого слоя равен  $4\pi p^2 \cdot dp$ . Следовательно, число состояний в интервале импульсов ( $p, p+dp$ ) равно

$$R(p) dp = \frac{2\pi V p^2 \cdot dp}{h^3}. \quad (5.2)$$

Т. к. энергия и импульс электрона связаны соотношением  $E = \frac{p^2}{2m^*}$ , где  $m^*$ -эффективная масса электрона, то

$$dp = \frac{1}{2}(2m^*)^{\frac{1}{2}} E^{-\frac{1}{2}} dE \quad (5.3)$$

Подставляя (5.2) в (5.3) и учитывая принцип Паули (в одном квантовом состоянии не может быть более двух электронов с противоположно направленными спинами), получим

$$R(E) \cdot dE = \frac{2\pi V (2m^*)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} dE}{h^3} \quad (5.4)$$

## ***5.2. Статистика Бозе-Эйнштейна, Ферми-Дирака и Максвелла-Больцмана***

Статистическая физика изучает свойства вещества исходя из того, что оно состоит из очень большого числа частиц. Многочисленные взаимодействия одной частицы с другими не позволяют установить начальное состояние частицы, поэтому ее поведение носит случайный характер (вероятностный характер). Случайные события можно разделить на единичные и массовые (статистические). В системах с большим числом частиц наблюдаются определенные статистические закономерности в распределении этих частиц по энергиям (функция распределения). Конкретный вид этих функций зависит от следующего:

1. Являются ли частицы различимыми;
2. Какое их количество может находиться в данном энергетическом состоянии (подчиняются ли они принципу Паули).

В классической физике предполагается, что частицы, даже одинаковые, например молекулы, можно различить по их координатам и импульсам. Поэтому молекулы идеального газа подчиняются так называемой статистике Максвелла-Больцмана

$$f(E)_{M-B} = Ae^{-\frac{E_i}{kT}} \quad (5.5),$$

где  $A$  - нормировочный множитель, не зависящий от энергии,  $E_i$  - полная энергия частицы,  $k$ -постоянная Больцмана;  $T$ -температура. График этой функции представлен на рисунке 5.2.

В квантовой механике частицы принципиально не различимы. Вид функции распределения определяется тем, подчиняются частицы принципу Паули или нет. Если частицы не подчиняются принципу Паули, то их в данном энергетическом состоянии может быть сколь угодно много. Такие частицы (фотоны, фононы) называют бозонами, а их распределение по энергиям описывается статистикой Бозе-Эйнштейна.

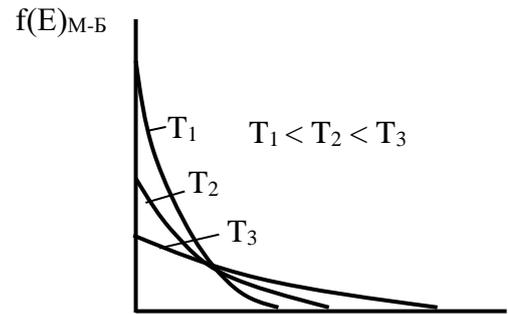


Рис. 5.2. Температурная зависимость  $f(E)_{М-Б}$

$$f(E)_{Б-Э} = \frac{1}{e^{\frac{(E_i - \mu)}{kT}} - 1} \quad (5.6),$$

где  $\mu$  - химический потенциал, равный величине энергии, приходящейся на одну частицу системы в состоянии равновесия. График этого распределения приведен на рисунке 5.3.

Если же частицы подчиняются принципу Паули (частицы с полуцелым спином), то они получили название фермионов (электрон, протон, нейтрон и т.д.), то их распределение по энергиям описывается статистикой Ферми-Дирака.

$$f(E)_{Ф-Д} = \frac{1}{e^{\frac{(E_i - \mu)}{kT}} + 1} \quad (5.7).$$

График этого распределения приведен на рисунке 5.4. Анализ этого распределения позволяет прийти к замечательным выводам относительно свойств электронного газа в металлах. В самом деле, при абсолютном нуле температуры распределение  $f(E)_{Ф-Д}$  становится ступенчатым.

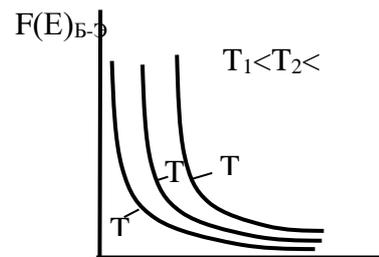


Рис. 5. 3. Температурная зависимость  $f(E)_{Б-Э}$

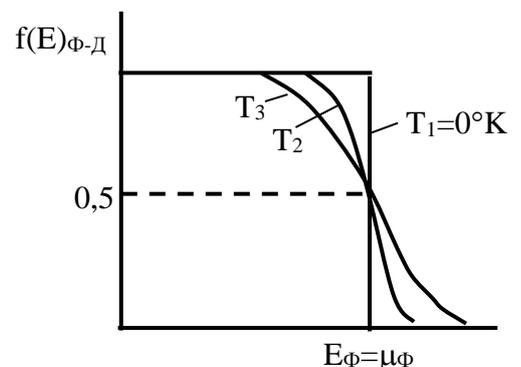


Рис. 5.4. Температурная зависимость распределения Ферми-Дирака

$$\text{При } E_i < \mu \quad f(E)_{\Phi-D} = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = 1$$

$$\text{При } E_i > \mu \quad f(E)_{\Phi-D} = \frac{1}{e^{+\infty} + 1} = 0$$

Это означает, что при абсолютном нуле все высшие уровни энергии до величины  $\mu$  полностью заполнены. Все уровни энергии со значением последней больше  $\mu$  оказываются незаполненными. Скачок соответствует значению  $E_i = \mu = E_\Phi$ . Таким образом, величина  $\mu = E_\Phi$  имеет простой и важный физический смысл. Она представляет собой значение верхней границы энергии или энергию высшего занятого уровня (энергию Ферми)-предельный заполненный уровень при  $T = 0^0\text{K}$ , отсчитанный от дна зоны проводимости. При повышении температуры часть электронов переходит на более высокие уровни, вероятность их заполнения увеличивается, соответственно уменьшается вероятность заполнения уровней, лежащих ниже уровня Ферми (см. рис 5.4). Вероятность же заполнения самого уровня Ферми при любой температуре равна 1/2. Эти обстоятельства существенно отличают статистику Ферми-Дирака от статистик Бозе-Эйнштейна и Максвелла-Больцмана, в которых любое число частиц может иметь одинаковую энергию и импульс.

В заключение заметим, что при условии  $E - E_\Phi \gg kT$  (высокие температуры) статистики Ферми-Дирака, Бозе-Эйнштейна переходят в статистику Максвелла-Больцмана (классическое распределение).

### 5.3. Вычисление энергии Ферми. Вырожденный электронный газ

В общем случае концентрация свободных носителей заряда в кристалле может быть вычислена по формуле  $N(E) = \int_E^{E+\Delta E} f(E) \cdot R(E) dE$ . Для металлов при абсолютном нуле  $f(E)_{\text{МБ}} = 1$ , т. к. все энергетические состояния заполнены до энергетического уровня  $E = E_\Phi$ . Тогда концентрация электронов с энергиями меньшими или равными энергии Ферми, равна

$$n = \frac{4\pi(2m^*)^{3/2}}{n^3} \int_0^{E_\Phi} E^{1/2} \cdot dE = \frac{8\pi(2m^*)^{1/2}}{3n^3} E_\Phi^{3/2} \quad (5.8),$$

откуда энергия Ферми

$$E_\Phi = \frac{n^2}{8m^*} \left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3} \quad (5.9).$$

Из (5.8) видно, что энергия Ферми зависит только от концентрации электронов проводимости в металле. Найдем среднюю кинетическую энергию  $\langle E$

> электронов проводимости в металле при ОК. Для этого суммарную энергию всех электронов в нем, равную

$$E = \int_0^{E_T} ER(E)dE = \frac{8\pi V(2m^*)^{3/2}}{5n^3} E_T^{5/2}, \quad (5.10)$$

разделим на число электронов (см. формулу 5.9) и получим

$$\langle E \rangle = \frac{E}{N} = \frac{3}{5} E_\Phi \quad (5.11)$$

Т. е. средняя кинетическая энергия электронов не зависит от температуры. Согласно классической теории проводимости металлов при  $T=0^0\text{K}$  все электроны должны иметь нулевую энергию, а с ростом температуры все электроны получают энергию равную  $kT$ . Согласно квантовой теории при  $T=0^0\text{K}$  все состояния с энергией меньше  $E_\Phi$  заполнены, а все состояния с энергией больше  $E_\Phi$  свободны. Но по мере увеличения температуры состояния, лежащие ниже уровня Ферми на величину  $kT$  опустошаются, а состояния с энергией, превышающей  $E_\Phi$  на ту же величину, заполняются электронами. Таким образом, влияние температуры на распределение электронов в металле сводится к изменению энергии электронов, расположенных на энергетических уровнях вблизи уровня Ферми. Число этих электронов незначительно и их вкладом в электропроводность и теплопроводность металлов можно пренебречь.

Следовательно, свойства электронного газа в металле принципиально отличается от свойств классического идеального газа. Электронный газ в металле называют вырожденным газом. Основным признаком вырождения является независимость энергии его частиц от температуры. Температуру вырождения (температуру Ферми) можно найти из условия

$$kT \geq E_T, \quad T_\Phi = \frac{E_\Phi}{k}.$$

Расчет показывает, что температуры вырождения для различных металлов порядка  $10^4$  К. Это означает, что электронный газ в металлах практически всегда находится в состоянии сильного вырождения.

В заключение заметим, что энергия Ферми и средняя кинетическая энергия электронов при строгом расчете оказывается незначительно зависящая от температуры (энергия Ферми с повышением температуры уменьшается, а средняя кинетическая энергия электронов увеличивается).

### Контрольные вопросы

5.1. Сколько электронов находится на уровне Ферми в собственном полупроводнике? Как влияет температура на положение этого уровня?

5.2. Дать определение плотности электронных состояний в энергетических

зонах.

5.3. Охарактеризуйте статистики Бозе-Энштейна, Ферми-Дирака, Максвелла-Больцмана.

### Задачи к главе

5.1. Оценить среднее энергетическое расстояние  $\delta W$  между разрешенными энергетическими уровнями зоны проводимости в кристалле серебра объемом  $1 \text{ см}^3$ , если энергия Ферми  $W_F = 5/5 \text{ эВ}$ .

Решение. Концентрация свободных электронов равна концентрации атомов, поэтому (смотри решение задачи 2.2)  $n = \frac{N_A d}{\mu_r}$ , где  $d$ -плотность материала. Отсюда

энергия Ферми  $W_F = \frac{h^2}{8m} \left( \frac{3N_A d}{\pi A} \right)^{\frac{2}{3}} = 5.5 \text{ эВ}$ . Суммарная кинетическая энергия

свободных электронов  $W = V \int_0^{W_F} W dn = \frac{8\pi V}{5h^3} (2m_n)^{\frac{3}{2}} W_F^{\frac{5}{2}} = 3.08 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ .

5.2. Уровень Ферми полупроводника находится на  $0,01 \text{ эВ}$  выше потолка валентной зоны. Рассчитать: а) вероятность появления дырки на верхнем уровне валентной зоны при  $300 \text{ К}^0$  и  $50 \text{ К}^0$ ; б) вероятность нахождения электрона на дне зоны проводимости при  $300 \text{ К}^0$  при ширине запрещенной зоны полупроводника  $0,67 \text{ эВ}$ .

5.2. Определить вероятность заполнения электронами энергетического уровня, расположенного на  $10 \text{ кТ}$  выше уровня Ферми. Как изменится вероятность заполнения этого уровня электронами, если температуру повысить в 2 раза?

## 6. Понятие о работе выхода

### 6.1. Работа выхода из металла

Электроны сами по себе не могут покинуть тело, которому они принадлежат - будь то металл, полупроводник или диэлектрик. Это объясняется тем, что существуют силы, удерживающие электроны, и против этих сил необходимо совершить работу, которая называется работой выхода.

Рассмотрим для простоты работу выхода электронов из металла. Как известно, в металлах валентные электроны свободно движутся между узлами кристаллической решетки в хаотическом тепловом движении с достаточно большими скоростями. Вблизи поверхности металла за счет вылетевших электронов при любой температуре, отличной от  $0^0$  К, всегда имеется облако отрицательного заряда, который с положительным зарядом кристаллической решетки образует двойной заряженный слой (рис. 6.1). Толщина этого приповерхностного слоя  $d$  сравнима с межатомными расстояниями в кристалле.

Для того, чтобы удалить электрон проводимости (свободный электрон) из металла, необходимо совершить работу по преодолению электрического поля двойного заряженного слоя и кулоновских сил, возникающих между удаляемым электроном и оставшимся нескомпенсированным зарядом металла

$$A = e\Delta\varphi_n + A_k \quad (6.1)$$

В этом уравнении  $\Delta\varphi_n$  - разность потенциалов поверхностного двойного заряженного слоя,  $A_k$  - работа по преодолению кулоновских сил.

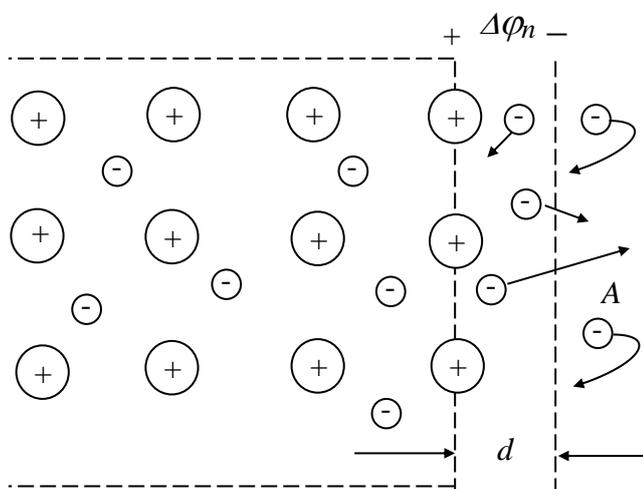


Рис.6.1. К иллюстрации работы выхода электрона

Если металл был электрически нейтрален (не заряжен), то электрическое поле вокруг него отсутствует. Напряженность и потенциал вне металла равны нулю. Внутри металла за счет вылета электронов остается положительный заряд, следовательно, имеется положительный не равный нулю потенциал (рис.6.2).

Работу выхода, как работу по перемещению электрического заряда, можем представить в виде

$$A = -e(\varphi - \varphi_0), \quad (6.2)$$

где  $\varphi_0 = 0$  - потенциал вне металла,  $\varphi$  - потенциал внутри металла,  $e$  - заряд электрона. Из этого следует, что потенциальная энергия электрона вне металла равна нулю, а потенциальная энергия электрона внутри металла будет равна

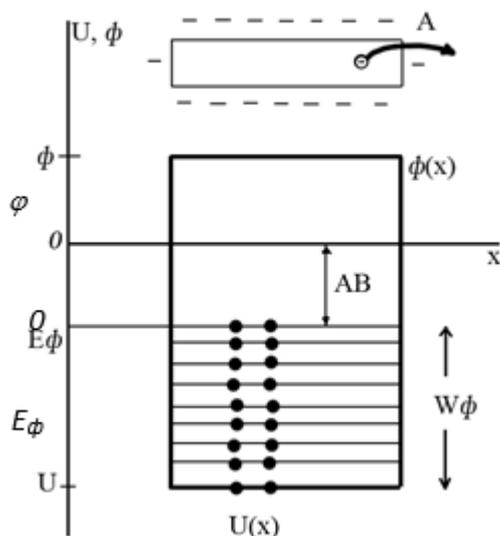


Рис. 6.2. Зависимость потенциальной энергии от координаты внутри и вне проводника

$$U = -e\varphi. \quad (6.3)$$

Зависимость потенциальной энергии  $U(x)$  от координаты внутри и вне металла показана на рис.6.2. Она называется "потенциальной ямой". Внутри потенциальной ямы электроны проводимости распределяются по уровням валентной зоны металла, занимая нижние уровни до уровня Ферми  $E_f$ . Энергия, отсчитанная от дна потенциальной ямы (от дна валентной зоны) до уровня Ферми, называется энергией Ферми  $W_\phi$ .

Работа выхода  $A_B$ , отсчитанная от уровня Ферми, носит название термодинамической работы выхода. Она равна энергии теплового движения электронов, достаточной для того, чтобы электроны верхних энергетических уровней (вблизи уровня Ферми) могли покинуть металл.

Из уравнения 6.2 следует:  $A_B = -e\varphi_B$ , где  $\varphi_B$  носит название потенциала выхода.

Работа выхода, измеренная в электронвольтах, равна потенциалу выхода. На работу выхода большое значение оказывает чистота поверхности. Так, даже мономолекулярные слои различных веществ могут изменить работу выхода в несколько раз.

## 6.2. Термоэлектронная эмиссия с поверхности металла

При рассмотрении распределения электронов по энергиям, оказывается, существуют некоторое число электронов, обладающих кинетической энергией, превышающей высоту потенциального барьера. Такие электроны способны выходить из металла («испаряться»). Поэтому нагретый металл испускает электроны. Это явление получило название *термоэлектронной эмиссии*. В заметной степени оно наблюдается лишь при высоких температурах, когда число термически возбужденных электронов, способных выйти из металла, оказывается достаточно большим.

Поместив вблизи нагретого металла проводник и создав между ним и металлом поле, отсасывающее электроны, можно получить *термоэлектронный ток*. Рассмотрим кратко схему расчета плотности этого тока.

Число электронов в единице объема металла, составляющие импульса которых лежат в интервалах от  $p_x$  до  $p_x + dp_x$ , от  $p_y$  до  $p_y + dp_y$ , от  $p_z$  до  $p_z + dp_z$ , равно

$$n(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z = \frac{2}{h^3} \frac{dp_x dp_y dp_z}{1 + e^{(E-\mu)/kT}} \quad (6.4)$$

Выделим на поверхности металла площадку в  $1 \text{ м}^2$  и построим на ней, как на основании, прямоугольный параллелепипед с боковым ребром, равным составляющей скорости движения электрона в направлении оси  $z$  ( $v_z$ ) (рис. 6.3).

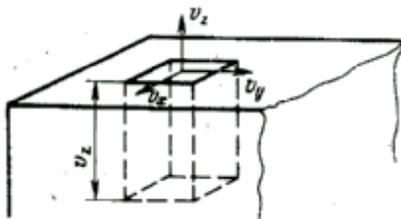


Рис. 6.3. К расчету плотности термоэлектронного тока.

Число электронов в параллелепипеде, составляющие импульса которых заключены в указанных выше пределах, равно:

$$dN = v_z n dp_x dp_y dp_z = \frac{2v_z}{h^3} \frac{dp_x dp_y dp_z}{1 + e^{(E-\mu)/kT}} \quad (6.5)$$

Из этих электронов покинуть металл могут лишь те, у которых кинетическая энергия движения в направлении  $v_z$ , равная  $\frac{p_z^2}{2m_n}$  будет не меньше высоты барьера:

$U_0: \frac{p_z^2}{2m_n} \geq U_0$ . Из этого условия можно определить минимальную величину составляющей импульса, обеспечивающей выход электрона:

$$p_{z_0} = \sqrt{2m_n U_0}. \quad (6.6)$$

Интегрируя (6.5) по  $p_x$  и  $p_y$  в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$  (пределы, в которых могут теоретически меняться  $p_x$  и  $p_y$ ) и по  $p_z$  в пределах от  $p_{z_0}$  до  $+\infty$ , получим число электронов, ежесекундно покидающее единицу площади нагретого металла:

$$N = \frac{2}{h^3 m_n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{p_{z_0}}^{+\infty} \frac{p_z dp_x dp_y dp_z}{1 + e^{(E-\mu)/kT}} \quad (6.7)$$

Вычисление этого интеграла приводит к следующему результату:

$$N = 2 \left( \frac{2\pi m_n k^2}{h^3} \right) T^2 e^{-(U_0-\mu)/kT} \quad (6.8)$$

Умножив  $N$  на заряд электрона  $e$ , получим плотность термоэлектронного тока:

$$i = AT^2 e^{\frac{-\chi}{T}}, \quad (6.9)$$

где  $\chi$  – работа выхода;

$$A = 2 \left( \frac{2\pi m_n k^2 e}{h^3} \right) = 12 \cdot 10^5 \text{ м}^{-2} \text{ град}^{-2}. \quad (6.10)$$

Постоянную  $A$  называют константой Ричардсона. Как следует из выражения (6.10), она не должна зависеть от природы металла. В действительности же у разных металлов она различна, что связано с различной степенью прозрачности их потенциальных барьеров для электронных волн, преломляющихся при вылете электронов из металла в вакуум.

Соотношение (6.9) называется формулой Ричардсона—Дешмена. Из этой формулы видно, что плотность термоэлектронного тока определяется температурой излучающей поверхности и работой выхода. Так как обе эти величины стоят в показателе экспоненты, то зависимость тока от них оказывается очень сильной. Так, повышение температуры вольфрамового катода с  $1000^\circ \text{ К}$  до  $2500^\circ \text{ К}$  вызывает увеличение тока эмиссии примерно в  $10^{16}$  раз. Покрытие поверхности вольфрама одноатомным слоем цезия, уменьшающим работу выхода

с 4,52 до 1,36 эВ, вызывает увеличение плотности термоэлектронного тока при  $T=1000^\circ \text{ K}$  примерно в  $10^{14}$  раз. Поэтому в настоящее время катоды из чистых металлов практически не применяются (кроме катодов специального назначения).

### 6.3. Контактная разность потенциалов

Приведем в соприкосновение два разнородных металла, имеющих различные работы выхода  $A_1 < A_2$  (рис.6.4 а).

Между приведенными в контакт металлами возникает обмен электронами, но так как работы выхода не равны:  $A_1 < A_2$ , то возникает преимущественный поток электронов из металла 1 в металл 2.

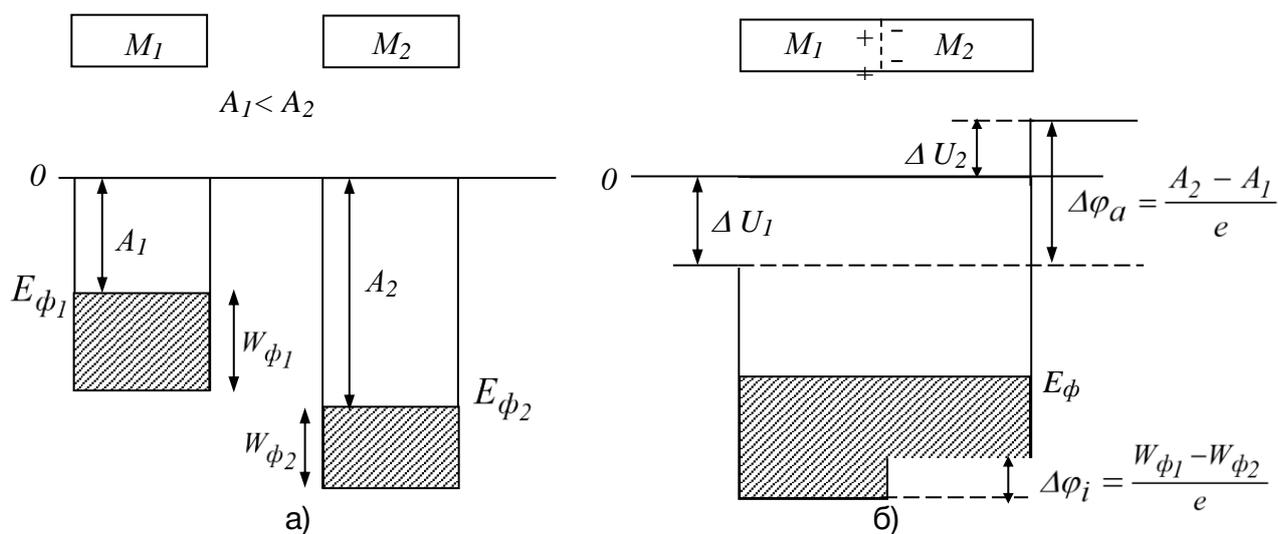


Рис.6.4. К определению контактной разности потенциалов

Таким образом, металл 1, лишаясь части своих электронов, заряжается положительно, до некоторого потенциала  $\Delta\phi_1$ ; металл 2, приобретая избыточные электроны, заряжается отрицательно до потенциала  $-\Delta\phi_2$ . Возникновение этих зарядов вызывает смещение энергетических уровней металлов, соответственно, вниз на  $\Delta U_1 = e\Delta\phi_1$  и вверх на  $\Delta U_2 = e\Delta\phi_2$  относительно своих положений в незаряженном состоянии этих металлов (рис.6.4 б).

Динамическое равновесие в обмене зарядов наступает при выравнивании полных энергий электронов в обоих металлах, т.е. когда уровни Ферми  $E_{\phi_1}$  и  $E_{\phi_2}$  оказываются на одной высоте. Этому состоянию отвечает установившаяся разность потенциалов между внешними концами контактируемых металлов, равная

$$\Delta\varphi_a = \frac{A_2 - A_1}{e}. \quad (6.11)$$

Эту разность потенциалов называют *внешней контактной разностью потенциалов*. Она колеблется по величине для различных пар металлов от десятых долей до единиц вольт и сильно зависит от чистоты и состояния поверхности.

После выравнивания полных энергий электронов в контактируемых металлах кинетическая энергия электронов, располагающихся на уровнях Ферми, неодинакова: у электронов металла 1 она равна  $W_{\phi_1}$ , у электронов второго металла -  $W_{\phi_2}$ . Это создает направленный диффузионный поток электронов из первого металла во второй, приводящий к возникновению внутренней контактной разности потенциалов, равной

$$\Delta\varphi_i = \frac{W_{\phi_1} - W_{\phi_2}}{e}. \quad (6.12)$$

Направление  $\Delta\varphi_i$  может совпадать с направлением внешней контактной разности потенциалов  $\Delta\varphi_a$ , как это показано на рис. 6.4, но может быть и противоположно ей. Если энергия Ферми у обоих металлов одинакова, то после установления равновесия внутренняя контактная разность потенциалов будет равна нулю. В месте контакта металлов возникает двойной электрический слой, на протяжении которого потенциал скачкообразно изменяется на величину  $\Delta\varphi_i$  (рис.6.5).

Принимая во внимание большую концентрацию свободных электронов в металлах, можно считать, что для образования этого двойного заряженного слоя требуется перетекание с контактной поверхности одного металла на контактную поверхность другого незначительной части свободных электронов.

Незначительное изменение концентрации электронного газа в контактном слое и его малая толщина  $d$  по сравнению с длиной свободного пробега электрона не могут привести к сколько-нибудь заметному изменению электропроводности этого слоя по сравнению с проводимостью объема металла. Через контакт двух металлов электрический ток идет так же легко, как и через сами металлы.

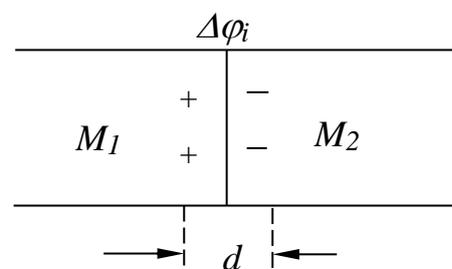


Рис. 6.5

### Контрольные вопросы

- 6.1. Дать определение работы выхода электронов.
- 6.2. Поясните, как меняется потенциальная энергия от координаты внутри и вне проводника?
- 6.3. Дать определение контактной разности потенциалов.

### Задачи к главе

6.1. Вычислить ток термоэлектронной эмиссии от вольфрамовой проволоки длиной 3 см и радиусом 1 мм, нагретой до 2000 °С (работу выхода для вольфрама принять равной 4,5 эВ).

Решение. Электрон, движущийся к поверхности, должен преодолеть потенциальный барьер высотой  $E^* = W_F + \varphi$ , причем  $E^*$  отсчитывается от нижнего края зоны. Если поверхность перпендикулярна к оси  $x$ , то условие выхода электрона  $\frac{p_x^2}{2m} > W_F + \varphi$ . Полное число электронов с  $x$ -компонентой импульса в пределах от  $p_x$  до  $p_x + dp_x$ , проходящих через единичную площадку поверхности за единицу времени равно

$$\frac{2}{h^3} \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - W_F}{kT}\right]} v_x dp_x dp_y dp_z = \frac{2}{h^3} \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - W_F}{kT}\right]} dE dp_y dp_z.$$

Искомый ток равен

$$I = \frac{2e}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - W_F}{kT}\right]} dE dp_y dp_z = \frac{2ekT}{h^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln\left(1 + \exp\left[\frac{\varphi + (p_y^2 + p_z^2)}{kT}\right]\right) dp_y dp_z.$$

Обычно потенциал  $\varphi$  порядка нескольких электрон-вольт, а величина  $kT$  составляет малые доли электрон-вольта. Разлагая логарифм в ряд и сохраняя только первый член, получаем формулу Ричардсона-Дешмана

$$I = \frac{2ekT}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(\frac{\varphi + (p_y^2 + p_z^2)}{kT}\right) dp_y dp_z = 4\pi m \frac{(kT)^2}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right) = AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right).$$

Практически некоторая доля электронов  $r$  отражается от поверхности, поэтому

$$I = (1 - r)AT^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right), \text{ где } A = 4\pi m ek^2 / h^3 = 120 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}\cdot\text{К}^{-2}. \text{ При } T = 2273 \text{ К имеем}$$

$I = 0.13 \text{ А}$ .

6.2. Работа выхода из материала равна 1,5 эВ. Определите температуру, при которой может начинаться термоэлектронная эмиссия.

6.2. Термоэлектронная эмиссия активно начинается при  $T = 2000^\circ\text{C}$ . Определите работу выхода электронов из металла.

## 7. Контакт металл-полупроводник

Контакт металл-полупроводник в полупроводниковой электронике занимает особое место, т.к. любой полупроводниковый элемент в электрическую цепь присоединяется посредством металлических проводников. Выбор материала электродов, обеспечивающих с полупроводником идеальный контакт, не создающий никакого дополнительного сопротивления для тока, не реагирующего химически с исследуемым полупроводником, не меняющего своих свойств при изменении температуры, освещения или величины приложенного поля, все еще во многом остается неопределенным и требует большого искусства. В производстве полупроводниковых приборов применяются напыленные посредством вакуумного напыления контакты, сплавные, электролитические, припаянные и сварные контакты.

По своим электрическим свойствам контакт металл-полупроводник может быть двух типов: **выпрямляющий** (запорный) контакт и **омический** (антизапорный) контакт, не вносящий выпрямительного эффекта.

### 7.1. Омический контакт

Омический контакт получается, когда вступают в контакт  $n$ -полупроводник и металлы, работа выхода, из которых меньше, чем работа выхода электронов из полупроводника, или, когда вступают в контакт  $p$ -полупроводник и металлы, работа выхода из которых больше работы выхода электронов из  $p$ -полупроводника.

Рассмотрим, например, первый случай. Приведем в контакт  $n$ -полупроводник и металл с меньшей работой выхода  $A_m < A_n$  (рис.7.1).

У полупроводника различают две работы выхода: **термодинамическую**  $A_n$ , равную расстоянию от уровня Ферми ( $E_{fn}$ ) до нулевого уровня, и **внешнюю**  $A_o$ , равную расстоянию от дна зоны проводимости до нулевого уровня.

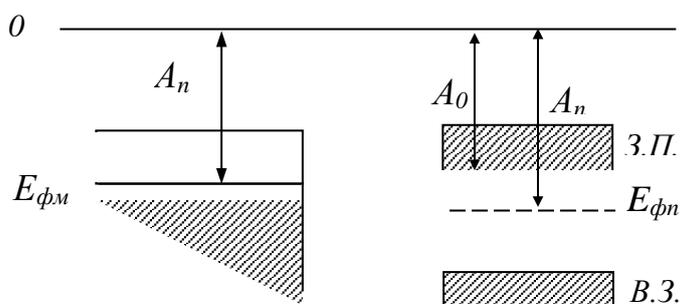


Рис. 7.1. Контакт металл-полупроводник

Процесс установления равновесия между контактируемыми проводниками определяется термодинамическими работами выхода. Поэтому под работой выхода электронов из полупроводника будет подразумеваться именно термодинамическая работа выхода  $A_n$ . Если работа выхода из донорного полупроводника больше работы выхода электронов из металла, то при возникновении контакта между ними поток электронов из металла в полупроводник будет больше потока электронов из полупроводника в металл. В результате электроны перетекают из металла в полупроводник и образуют в его приконтактном слое отрицательный объемный заряд (рис. 7.2).

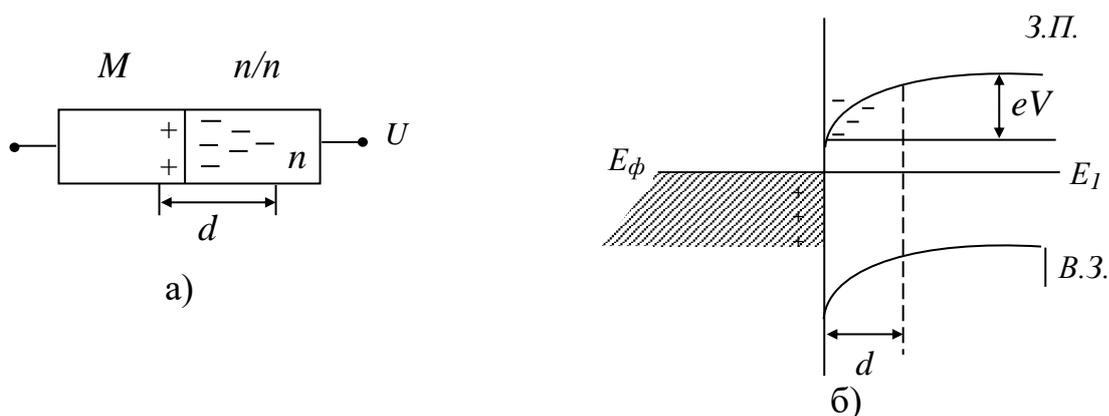


Рис. 7.2. Зонная диаграмма контакта металл-полупроводник

Концентрация основных носителей в приконтактном слое полупроводника увеличивается, увеличивается и его электропроводность. Поэтому при подключении внешнего напряжения  $U$  любой полярности ток свободно проходит через этот контакт. Сила тока ограничивается только омическим сопротивлением материала полупроводника и металла и линейно зависит от приложенного напряжения.

Зонная диаграмма контакта металл-полупроводник для этого случая показана на рис.7.2 б. Электроны, перешедшие в полупроводник, распределяются в приконтактном слое достаточно большой толщины  $d$ , в котором электрическое поле искривляет энергетические уровни, как показано на рис.7.2 б. Величина потенциального барьера в равновесном состоянии определяется работой выхода электронов из металла  $A_m$  и работой выхода электронов из полупроводника  $A_n$  в соответствии с рис.7.1 и рис.7.2б.

$$V = \frac{A_m - A_n}{e} .$$

Потенциальный барьер практически не препятствует прохождению электронов через контакт, поэтому вольтамперная характеристика такого

контакта будет линейной, т.е. подчиняться закону Ома. Поэтому такой контакт называют **ОМИЧЕСКИМ**.

Если создать контакт р-полупроводника с работой выхода  $A_p$  и металла с работой выхода  $A_m > A_p$ , то электроны из приконтактной области полупроводника уйдут в металл, создавая дополнительный приконтактный заряд дырок в полупроводнике. Таким образом, и в этом случае приконтактный слой будет иметь повышенную проводимость, которая не зависит от знака приложенного напряжения. И в этом случае мы будем иметь антизапорный слой, т.е. омический контакт.

Омические контакты (контакты с антизапорным слоем) применяются в качестве выводов с полупроводниковых элементов – (омические контакты) диодов, транзисторов, микросхем и т.д.

## 7.2. Выпрямляющий контакт металла с полупроводником

Пусть полупроводник  $n$ -типа с работой выхода  $A_p$  приведен в контакт с металлом, работа выхода электронов из которого  $A_m < A_p$  (рис.7.3).

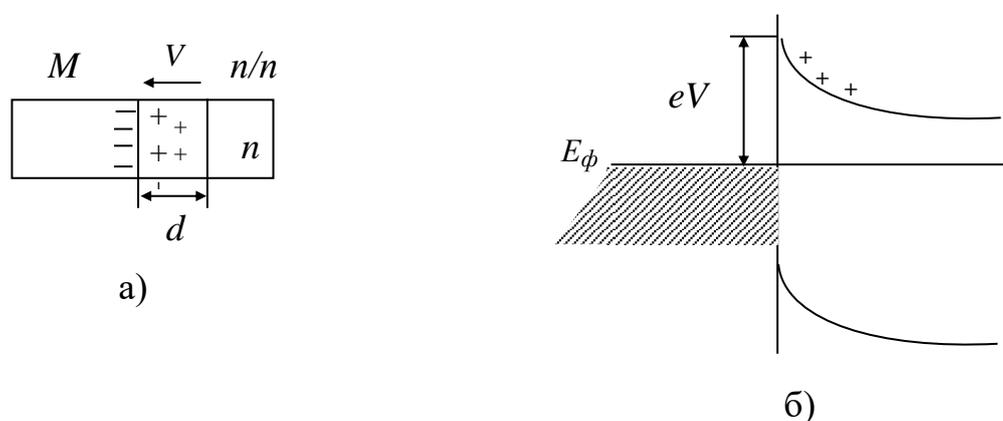


Рис. 7.3. Контакт металл-полупроводник

В этом случае электроны будут перетекать из полупроводника в металл до тех пор, пока не выровняются уровни Ферми и не установится равновесие между потоком электронов из полупроводника в металл и потоком электронов из металла в полупроводник. Между металлом и полупроводником возникает контактная разность потенциалов  $V$ , имеющая порядок величины, что и в случае двух металлов, т.е. единицы вольт. Но так как концентрация свободных электронов в полупроводнике на много порядков меньше, чем в металле, то для создания этой контактной разности потенциалов требуется «опустошение» электронами приконтактной области полупроводника значительной толщины  $d$ . Так при концентрации электронного газа, характерной для полупроводников ( $10^{18}$  -  $10^{24}$  м<sup>-3</sup>), толщина граничного слоя, практически лишённого электронов, может достигать величины  $10^{-5}$  -  $10^{-7}$  м, что значительно превосходит длину свободного

пробега электронов. Поэтому этот слой будет обладать колоссальным сопротивлением. Его называют **запорным** слоем.

Замечательным свойством запирающего слоя является резкое изменение его сопротивления под действием внешнего электрического поля.

Приложим к контакту металла с полупроводником внешнюю разность потенциалов  $U$  в направлении, совпадающем с контактной разностью потенциалов  $V$  (запорное направление), зарядив полупроводник положительно относительно металла (рис.7.4).

Под действием этого напряжения электроны (основные носители  $n$ -полупроводника) уходят из приконтактной области, толщина  $d$  которой увеличивается. Так как сопротивление запирающего слоя на несколько порядков выше сопротивления остальной части цепи, то практически вся приложенная разность потенциалов  $U$  сосредотачивается в этом слое. Энергетические уровни в полупроводнике, заряженном положительно, смещаются вниз на величину  $eU$  относительно начальных своих положений (рис.7.4 б). Это относится и к уровню Ферми  $E_{фл}$ . Изменение происходит не сразу, а на протяжении всей толщины запирающего слоя  $d$ , на которой потенциал повышается на  $U$ .

Внешняя разность потенциалов  $U$ , приложенная в запирающем направлении, вызывает увеличение высоты потенциального барьера для электронов, переходящих из полупроводника в металл. Потенциальный же барьер для электронов, текущих из металла в полупроводник, остается неизменным и равным разности работ выхода ( $A_m - A_n$ ). Поэтому поток электронов, идущих из металла в полупроводник, не компенсируется потоком, текущим в обратном направлении. В цепи возникает ток в направлении от полупроводника к металлу.

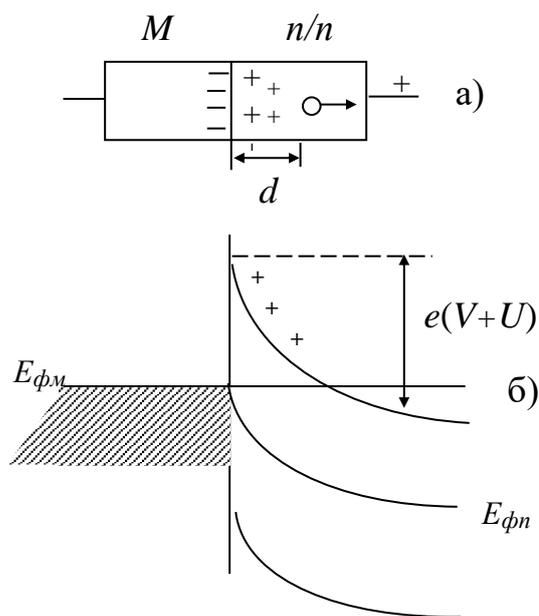


Рис. 7.4. Контакт металл - полупроводник при наличии внешнего электрического поля

Однако вследствие исключительно высокого сопротивления запирающего слоя, расширившегося под действием внешнего поля, сила этого тока не может достигать сколь-нибудь значимой величины.

Иная картина наблюдается в том случае, если к контакту металла с полупроводником приложить внешнее поле в прямом направлении, зарядив полупроводник отрицательно относительно металла (рис.7.5). У отрицательно заряженного полупроводника все уровни, в том числе и уровень Ферми  $E_{fn}$ , смещаются вверх на величину  $eU$ . Это вызовет понижение на  $eU$  величины потенциального барьера, который должны преодолеть электроны, переходящие из полупроводника в металл, и уменьшение толщины этого слоя. Высота же потенциального барьера со стороны металла остается прежней. Поэтому в направлении от полупроводника к металлу устанавливается поток электронов, приводящий к возникновению в цепи электрического тока, направленного от металла к полупроводнику. Т.к. с увеличением внешнего напряжения толщина запирающего слоя уменьшается, то сила тока изменяется быстрее изменения напряжения. Расчеты показывают, что сила тока в этом случае изменяется по экспоненциальному закону

$$i = A \left( e^{\pm \frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (7.1)$$

Знак “ + “ при  $U$  соответствует прямому направлению внешнего поля, знак “ - “ - запирающему. “ $A$ ” представляет собой коэффициент, зависящий от концентрации носителей тока в полупроводнике, контактной разности потенциалов и температуры.

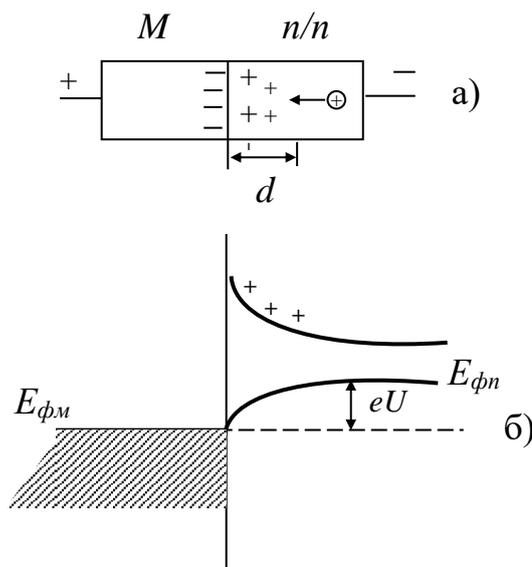


Рис. 7.5. Контакт металл - полупроводник при наличии внешнего электрического поля

На рис.7.6 приведен график

функции (7.1). Видно, что при приложении внешнего поля в прямом направлении ток через контакт резко (по экспоненте) растет с увеличением  $U$  и уже при относительно небольших разностях потенциалов достигает большой величины. При приложении поля в запирающем направлении ток несколько увеличивается с ростом  $U$ , но очень медленно и при  $U \rightarrow \infty$  стремится к определенному значению, численно равному  $A$ .

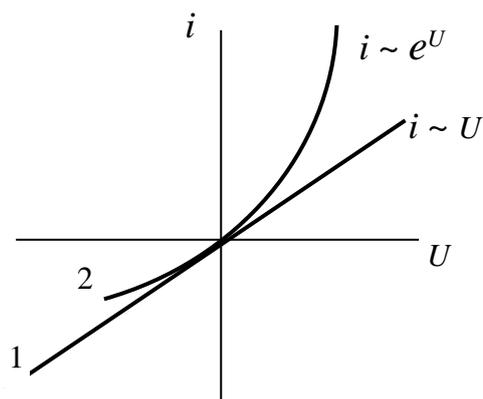


Рис. 7.6. Вольт-амперная характеристика :

1 – омического;

2 – выпрямляющего контактов

Контакт полупроводника с металлом обладает, таким образом, выпрямляющей способностью: он пропускает ток в прямом направлении и практически не пропускает его в обратном направлении. Отношение силы тока в прямом направлении к силе тока в обратном направлении, отвечающее одной и той же разности потенциалов, называется **коэффициентом выпрямления**. Для некоторых контактов коэффициент выпрямления достигает десятков и сотен тысяч.

Контакты металл-полупроводник с запирающим слоем используются для изготовления точечных диодов, широко применяющихся в радиотехнике и технике СВЧ.

На рис.7.6 для сравнения показана вольтамперная характеристика омического контакта, для которого величина тока линейно зависит от приложенного напряжения.

### 7. 3. Контакт металл-диэлектрик-полупроводник. Эффект поля

#### 7.3.1. Поверхностные явления в полупроводниках

Советский физик И.Е. Тамм показал, что все энергетические уровни электрона, разрешенные в неограниченном кристалле, являются разрешенными и в ограниченном кристалле. Обрыв кристаллической решетки приводит лишь к тому, что в ограниченном кристалле появляются разрешенные дискретные уровни в тех областях энергии, которые запрещены для неограниченного кристалла. Поэтому такого рода уровни или состояния получили название **поверхностных уровней** (состояний) или уровней Тамма. Кроме этого на поверхности кристалла имеются не скомпенсированные валентные связи (**уровни Шокли**), адсорбированные молекулы и атомы инородных веществ, поверхностные дислокации (нарушения кристаллической структуры). Так что поверхность любого

кристалла является сложной физической системой, свойства которой до конца не изучены и до настоящего времени.

Поверхностные уровни выполняют у поверхности полупроводника ту же роль, какую выполняют примесные уровни в объеме кристалла. У поверхности полупроводника существует область, электрические свойства которой определяются не объемными концентрациями примесей, а величиной поверхностного заряда. В этой области концентрация носителей тока может существенно отличаться от объемной концентрации. Наличие такой области оказывает значительное влияние на многие свойства полупроводников: электропроводность, работу выхода, фотоЭДС и т.д., а также на параметры полупроводниковых приборов.

Наличие поверхностных уровней разрешенных энергий приводит к появлению поверхностного заряда, образованного заполняющими эти уровни свободными электронами или ионами. Поверхностный заряд в условиях равновесия компенсируется объемным зарядом противоположного знака, простирающимся на некоторое расстояние вглубь полупроводника. В результате этого зонная структура энергетических уровней искажается на поверхности полупроводника – происходит изгиб зон. При заряджении поверхности отрицательным зарядом энергетические зоны изгибаются вверх (рис.7.7а), при заряджении положительным зарядом – вниз (рис.7.7б).

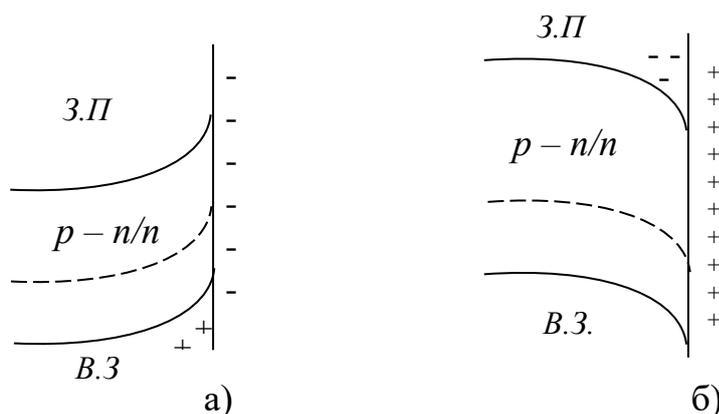


Рис. 7.7. Структура энергетических зон вблизи поверхности полупроводника

В зависимости от типа полупроводника и рода адсорбируемых молекул изгиб зон может привести к созданию поверхностного слоя, обогащенного носителями тока (например, рис.7.7а), или слоя, обедненного основными носителями тока (например, рис.7.7б), и, наконец, слоя инверсии. Когда изгиб зон будет столь велик, что у поверхности образуется слой проводимости, обусловленный неосновными носителями тока.

### 7.3.2. Эффект поля

Контакт металл-диэлектрик-полупроводник обладает уникальными свойствами и может использоваться для исследования энергетического спектра поверхностных состояний, а также для создания полевых транзисторов с изолированным затвором.

Пусть между металлическим электродом (1) (рис.7.8) и полупроводником  $p$ -типа (3) расположена тонкая пластинка диэлектрика (2). Такая система образует конденсатор, одной обкладкой которого является металлическая пластина (1), а второй – слой полупроводника (3).

Если к такому конденсатору приложить напряжение  $U$ , то конденсатор зарядится некоторым зарядом  $Q = C U$ .

На металлической пластине этот заряд локализуется в тонком поверхностном слое на границе с диэлектриком. Заряд в полупроводниковой пластине

распределяется по поверхностным уровням в слое  $d$ , величина которого зависит от накопленного заряда  $Q$ . Если к  $p$ -полупроводнику подключен отрицательный потенциал источника напряжения, то вблизи диэлектрической прослойки в полупроводнике образуется область

повышенного сопротивления толщиной  $d$ , т.к. пришедшие электроны рекомбинируют с дырками и концентрация носителей уменьшается (режим обеднения). Приложение положительного потенциала к полупроводнику приводит к возникновению слоя повышенной проводимости (режим обогащения). Таким образом, изменение напряжения на контакте металл-диэлектрик-полупроводник приводит к изменению поверхностной проводимости полупроводника.

Явление изменения проводимости полупроводника под действием поперечного электрического поля называется **эффектом поля**.

При достаточно большом поперечном напряжении в проводящем канале ( $d$ ) полупроводника концентрация неосновных носителей (электронов в  $p$ -полупроводнике или дырок в  $n$ -полупроводнике) может превысить концентрацию основных носителей. В этом случае в проводящем слое  $d$  происходит инверсия (изменение) типа проводимости. Это явление используется для создания полевых транзисторов с инверсным каналом.

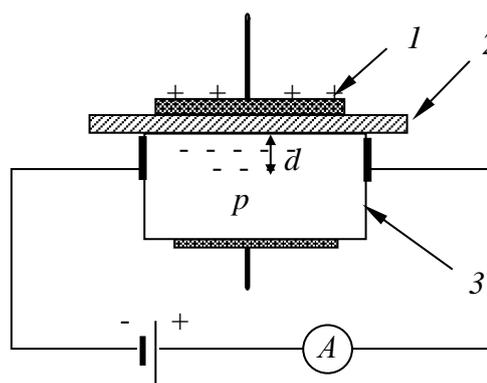


Рис. 7.8. К наблюдению эффекта поля

#### Контрольные вопросы

7.1. Дать определение контакт металл-полупроводник. Привести классификацию контактов.

7.2. Изобразить заданную диаграмму контактов металл-полупроводник.

7.3. Расскажите о физике работы выпрямляющего контакта металл-полупроводник.

7.4. Запишите вольт-амперные характеристики контактов и изобразите их на графике.

### Задачи к главе

7.1. Получить уравнение вольт-амперной характеристики при учете толщины заборного слоя.

Решение. Для получения более точного уравнения вольт-амперной характеристики контакта необходимо учитывать характер движения носителей через заборный слой, определяемый его толщиной. При значительной толщине заборного слоя, а именно, при  $d_n \gg \frac{2\phi_0}{kT} \lambda$ , где  $\lambda$  - длина свободного пробега носителей, движение носителей через заборный слой носит *диффузионный* характер. Теория выпрямления таких слоев была развита Давыдовым и Шоттки и называется *диффузионной* теорией. Она приводит к следующему уравнению вольт-амперной характеристики контакта полупроводника с металлом:

$$i = \sigma_0 \left[ \frac{2n_{n0}(\phi_0 \pm eV)}{\epsilon_0 \epsilon} \right]^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-\phi_0}{kT}} \left( e^{\frac{\pm eV}{kT}} - 1 \right),$$

где  $\sigma$  — удельная проводимость полупроводника в объеме. Из последнего уравнения следует, что при приложении к контакту напряжения в заборном направлении ток с увеличением  $V$  быстро уменьшается, стремясь к предельному

значению  $i_s$ , равному:  $i_s = -\sigma_0 \left[ \frac{2n_{n0}(\phi_0 \pm eV)}{\epsilon_0 \epsilon} \right]^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-\phi_0}{kT}}$ .

При приложении внешнего напряжения в прямом направлении при  $V < kT/e$  ток растет пропорционально  $e^{\frac{eV}{kT}}$ , при  $V \gg kT/e$  ток стремится к бесконечности. Физически это означает исчезновение заборного слоя. Величина тока ограничивается в этом случае объемным сопротивлением полупроводника и металла. При незначительной толщине заборного слоя, именно при  $d_n \ll 2 \frac{\phi_0}{kT} \lambda$ , столкновениями носителей в заборном слое можно пренебречь и считать, что они проходят этот слой как пространство между катодом и анодом обычного диода. Теория выпрямления такого слоя была развита Бете и называется *диодной* теорией. Она приводит к следующему уравнению вольт-амперной характеристики

контакта полупроводника с металлом:  $i = \frac{e}{4} n(0) \langle v \rangle \left( e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right)$ , где  $\langle v \rangle$  — средняя

скорость теплового движения электронов;  $n(0)$  —равновесная концентрация электронов на границе полупроводника с металлом.

При приложении внешней разности потенциалов в запиорном направлении ток быстро достигает постоянного значения  $i = -\frac{e}{4} n(0) \langle v \rangle$ , не зависящего от  $V$ .

Этим отличается обратная ветвь вольтамперных характеристик тонкого и толстого запиорных слоев. При одинаковой концентрации  $n(0)$  толстый запиорный слой обладает более высоким сопротивлением, чем тонкий. Поэтому прямая ветвь характеристики тонкого слоя располагается правее прямой ветви характеристики толстого слоя.

7.2. Построить вольт-амперную характеристику для невыпрямляющего контакта, если  $A = 10 \text{ мА}$ ,  $T = 300 \text{ К}$ .

7.2. Провести аналогичные построения для омического контакта, если контактное сопротивление  $1 \text{ Ом}$ .

## 8. Электронно-дырочный переход (ЭДП)

### 8.1. *p-n* - переход и его получение

Прогресс в технике полупроводников связан с использованием контакта двух примесных полупроводников разного типа проводимости. Такой контакт получил название электронно-дырочного перехода или *p-n* -перехода. Замечательным оказалось то, что переходы обладают не только прекрасным выпрямляющим свойством, но могут быть использованы также для усиления и генерирования высокочастотных токов.

Хотя *p - n* -переход представляет собой контакт двух примесных полупроводников с разными знаками носителей заряда, получить его путем непосредственного соприкосновения таких полупроводников практически невозможно. Поверхность полупроводников, как бы тщательно ни была очищена, содержит всегда огромное количество примесей, загрязнений и всевозможного рода несовершенств, резко меняющих свойства полупроводника. Поэтому успех в освоении *p - n*-переходов был достигнут лишь тогда, когда научились делать их в виде внутренней границы в монокристаллическом полупроводнике.

Как правило, *p - n*-переходы получают тремя способами:

1. На поверхности кристалла германия *n*-типа помещается кусочек индия, и оба они нагреваются в печи в атмосфере водорода до температуры 770 К. Температура плавления германия – 1215 К, индия – 428 К. Индий расплавляется и растворяет в себе германий. При медленном охлаждении из расплава выпадает германий, насыщенный индием. Он кристаллизуется в форме монокристалла, ориентированного одинаково с монокристаллом подложки. Так как германий, содержащий индий, обладает *p*-проводимостью, то на границе закристаллизовавшегося расплава и монокристалла германия, обладающего *n*-проводимостью, образуется *p - n*-переход.

Полученный этим способом переход называют **сплавным**.

2. Второй способ получения *p - n*-перехода в кристалле основан на диффузии примеси в полупроводниках из жидкой или газовой фазы. Такой *p - n* -переход называют **диффузионным**. Он состоит в том, что при выращивании монокристалла в него вводят сначала примесь, сообщающую ему, например, *n*-проводимость, а затем примесь, сообщающую ему *p*- проводимость. Между двумя такими частями кристалла образуется *p - n* - переход.

3. Третий способ получения *p - n* -перехода называется **эпитаксиальный**. Сущность его состоит в том, что на поверхность полупроводникового монокристалла с определенным типом проводимости осаждается тонкий слой того же полупроводника, но с примесями, создающими в нем проводимость противоположного знака. Если кристаллическое строение слоя повторяет

строение кристалла, на которой происходит осаждение, то слой называется эпитаксиальный.

## 8.2. Выпрямляющие свойства $p - n$ -перехода

### 8.2.1. $P - n$ - переход в равновесном состоянии

В процессе формирования  $p - n$  -перехода на границе между частями полупроводникового кристалла с различным типом носителей возникает область, обедненная носителями заряда, рис.8.1а. Это происходит в результате диффузии электронов из  $n$  -полупроводника в область  $p$  -полупроводника, где электроны рекомбинируют с дырками  $p$ -полупроводника. Дырки диффундируют из  $p$ -полупроводника в приконтактную область  $n$ -полупроводника и рекомбинируют с электронами. Таким образом в приконтактном слое толщиной  $d$ , достаточно большой по сравнению с длиной свободного пробега носителей, формируется слой, обедненный носителями заряда и имеющий, в связи с этим, большое сопротивление.

Диффузионные потоки электронов и дырок приводят к появлению объемного нескомпенсированного заряда в виде двойного заряженного слоя в области  $p - n$  -перехода, что приводит к появлению приконтактного поля и возникновению дрейфового потока электронов и дырок под действием этого поля.

Разделение зарядов в результате диффузии происходит до тех пор, пока диффузионный поток не сравняется с дрейфовым потоком.

В этом случае устанавливается равновесное состояние  $p - n$ -перехода.

Приконтактное поле с разностью потенциалов  $V$  приводит к смещению энергетических уровней в полупроводниках (рис. 8.1 б).

В равновесном состоянии полные энергии электронов в  $n$  и  $p$  - полупроводниках выравниваются, т.е. разделение зарядов за счет диффузии приводит к выравниванию *уровней Ферми* в полупроводниках  $n$  - и  $p$  -типа. При этом для электронов  $n$  -полупроводника и дырок  $p$  -полупроводника возникает потенциальный барьер величиной  $eV$ .

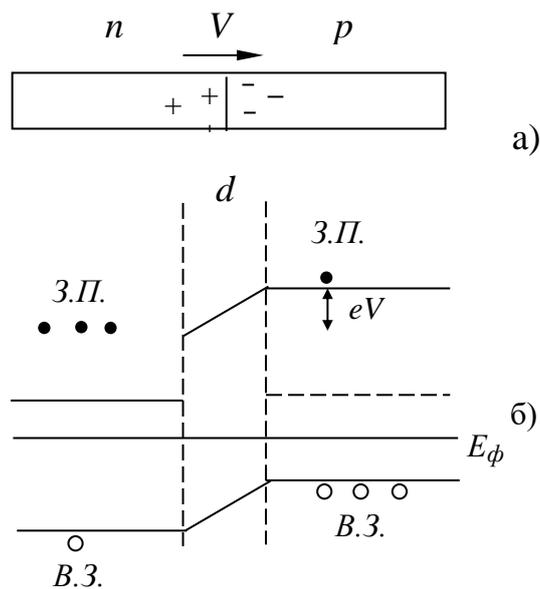


Рис. 8.1. ЭДП в состоянии термодинамического равновесия

### 8.2.2. Прохождение тока через $p - n$ –переход

Если подать на  $p - n$  -переход напряжение  $U$ , противоположное по направлению приконтактному полю  $V$ , то основные носители заряда (электроны в  $n$ -полупроводнике и дырки в  $p$ -полупроводнике) будут двигаться в область  $p - n$  -перехода и рекомбинировать там, создавая электрический ток в цепи (рис. 8.2 а)

Приход основных носителей в область  $p - n$ -перехода уменьшает его толщину ( $d$ ), уменьшает его сопротивление  $R$  и уменьшает высоту потенциального барьера на величину  $eU$ (рис. 8.2 б )

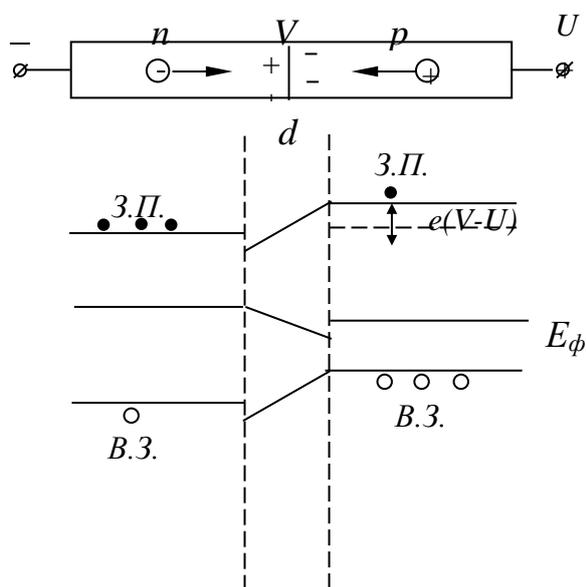


Рис.8.2

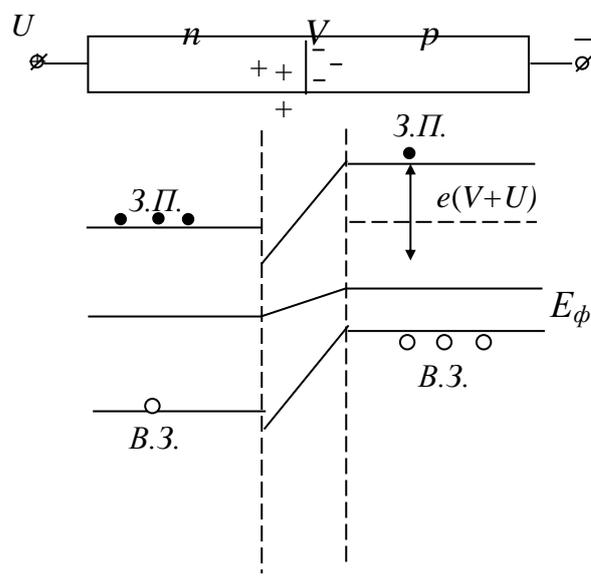


Рис.8.3

Это нарушает равновесие между диффузионным и дрейфовым потоками через  $p - n$  -переход. Разность между диффузионным и дрейфовым токами создает результирующий ток через  $p - n$  -переход.

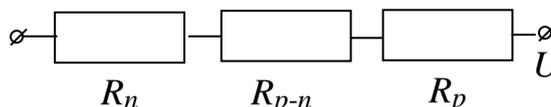
Таким образом, если к  $n$  -полупроводнику подключается отрицательный полюс источника тока, а к  $p$ -полупроводнику - положительный полюс, то ток через  $p - n$  -переход протекает. Такое направление напряжения (и тока) называется **прямым** или **пропускным**.

Если внешнее поле  $U$  совпадает по направлению с контактным полем  $V$   $p - n$  -перехода, то основные носители  $n$  и  $p$  -полупроводников уходят от приконтактной области, что приводит к увеличению толщины ( $d$ ) слоя, обедненного носителями заряда, увеличению его сопротивления  $R$  и увеличивает высоту потенциального барьера на величину  $eU$ (рис.8.3). В этом случае ток идет за счет неосновных носителей заряда. Так как концентрация неосновных носителей на несколько порядков ниже концентрации основных носителей, то обратный ток во много раз меньше прямого тока.

Следовательно, если приложить к  $n$ -полупроводнику положительный потенциал, а к  $p$ -полупроводнику отрицательный потенциал источника тока, то такое направление внешнего напряжения (и тока) будет **обратным**, и ток через  $p$ - $n$ -переход практически не проходит.

### 8.2.3. Вольтамперная характеристика $p$ - $n$ -перехода

Контакт двух полупроводников с различным типом носителей заряда можно рассматривать как три последовательно соединенных резистора



(рис.8.4):  $R_n$  - сопротивление  $n$ -области,  $R_{p-n}$  - сопротивление  $p$ - $n$ -перехода,  $R_p$  - сопротивление  $p$ -области. Сопротивления  $R_n$

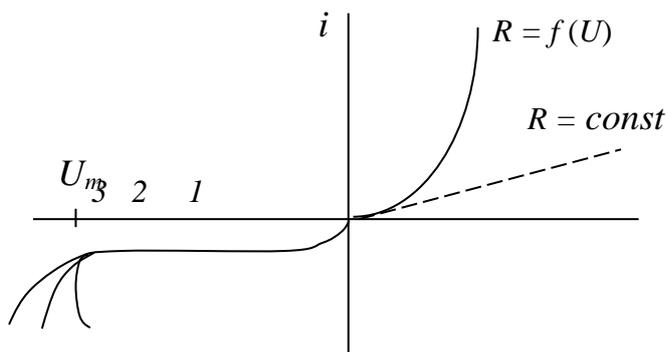
Рис. 8.4

и  $R_p$  при изменении напряжения  $U$  практически не изменяются. Сопротивление же  $R_{p-n}$  очень сильно зависит от величины и направления приложенного напряжения  $U$ . Поэтому сила тока

$$i = \frac{U}{R_n + R_{p-n} + R_p}$$

сложным образом зависит от напряжения  $U$  (рис.8.5).

Расчеты показывают, что зависимость  $i = f(U)$  для прямого тока приближенно имеет экспоненциальный характер



$$i = I \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (8.1)$$

Обратный ток при малых напряжениях (десятые вольта) экспоненциально зависит от приложенного напряжения

Рис.8.5. Вольт-амперная характеристика  $p$ - $n$ -перехода

$$i = I \left( e^{-\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (8.2)$$

При напряжениях в несколько вольт обратный ток обусловлен только неосновными носителями заряда и до некоторого предела  $U_m$  практически не зависит от приложенного напряжения.

#### Контрольные вопросы

8.1. Что такое электронно-дырочный переход ( $p$ - $n$ -переход)? Какие

электронно-дырочные переходы называют симметричными, а какие несимметричными? Какие электронно-дырочные переходы называют резкими, а какие плавными?

8.2. Изобразите пространственное распределение зарядов и энергетические диаграммы симметричного резкого  $p$ - $n$ -перехода для следующих случаев: а) внешнее напряжение отсутствует; б) прямое смещение перехода; в) обратное смещение перехода. При построениях по горизонтальной оси откладывать расстояние  $x$ . Укажите направление диффузионного электрического поля и высоту потенциального барьера  $p$ - $n$ -перехода.

8.3. Выполнить такие же построения, как в предыдущей задаче, для несимметричного  $p$ - $n$ -перехода ( $N_a > N_d$ ), где  $N_a$  – концентрация акцепторных примесей в  $p$ -области;  $N_d$  – концентрация донорных примесей в  $n$ -области (примеси считать ионизированными).

8.4. Почему термодинамическая работа выхода для полупроводника  $n$ -типа меньше, чем для  $p$ -типа?

8.5. Можно ли использовать контактную разность потенциалов, возникающую в  $p$ - $n$ -переходе, в качестве источника напряжения?

### Задачи к главе

8.1. Рассмотреть зависимость толщины слоя объемного заряда от внешней разности потенциалов.

Решение. Приложим к  $p$ - $n$  переходу внешнюю разность потенциалов  $V$  в запиорном, а затем в прямом направлении. Приложение внешней разности потенциалов в запиорном направлении вызывает повышение потенциального барьера до величины  $\varphi = \varphi_0 + eV$ , приложение  $V$  в прямом направлении понижает барьер до величины  $\varphi = \varphi_0 - eV$ . В соответствии с этим изменяется и толщина слоя объемного заряда. Для практически наиболее распространенного случая, когда  $n_{n0} \ll p_{p0}$ , можно получить следующее выражение для толщины барьерного слоя:

$$d = \left( \frac{12 \varepsilon_0 \varepsilon (\varphi_0 \pm eV)}{e^2 n_{n0}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{резкие переходы}) \quad (8.3)$$

$$d = \left( \frac{12 \varepsilon_0 \varepsilon (\varphi_0 \pm eV)}{e a} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (\text{плавные переходы}) \quad (8.4)$$

Из формул (8.3) и (8.4) видно, что приложение внешней разности потенциалов в запиорном направлении вызывает увеличение толщины барьерного слоя, приложение  $V$  в прямом направлении вызывает уменьшение толщины этого слоя. В первом случае электроны и дырки, вытолкнутые полем из перехода, уходят вглубь  $n$ - и  $p$ - областей и далее во внешнюю цепь, вследствие чего нескомпенсированный объемный заряд  $n$ - и  $p$ - областей увеличивается. Во втором случае переход сужается и объемный заряд уменьшается.

Таким образом, изменение внешней разности потенциалов на р-п переходе вызывает изменение объемного заряда перехода: переход работает как емкость  $C_6$ , которую называют барьерной или зарядовой. Расчет показывает, что

$$C_6 = \frac{\epsilon_0 \epsilon \cdot S}{d}, \quad (8.5)$$

где  $S$  – площадь перехода,  $d$  – его толщина.

Подставив в (8.5) величину и из (8.4) и (8.3), получим следующие выражения для емкости резкого и плавного переходов:

$$C_{\ddagger} = S \left[ \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot e n_{p0}}{2(\phi_0 \pm eV)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad C_{\ddagger} = S \left[ \frac{(\epsilon_0 \cdot \epsilon)^2 \cdot e a}{12(\phi_0 \pm eV)} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (8.6)$$

Зависимость барьерной емкости р-п перехода от приложенной разности потенциалов позволяет применять переход в качестве управляемой емкости. Диоды, используемые для этой цели, называются варикапами. Изготавливаются они как в виде точечных, так и в виде плоскостных структур и характеризуются относительно высокой добротностью, малым температурным коэффициентом и низким уровнем собственных шумов.

8.2. Покажите, что высота потенциального барьера *р-п*-перехода, сформированного в невыраженном полупроводнике, определяется выражением

$$e\phi_k = kT \ln \frac{p_p \cdot n_n}{n_i^2}, \quad \text{где } p_p \text{ и } n_n \text{ – областях; } n_i \text{ – собственная концентрация}$$

носителей заряда.

8.3. Имеется германиевый *р-п*-переход с концентрацией примесей  $N_d = 10^3 N_a$ , причём на каждые  $10^8$  атомов германия приходится один атом акцепторной примеси. Определить контактную разность потенциалов при температуре  $T = 300$  К. Концентрация атомов германия  $N$  и ионизированных атомов  $n_i$  принять равными  $4,4 \cdot 10^{22}$  и  $2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  соответственно.

8.4. Определить контактную разность потенциалов в *р-п*-переходе из арсенида галлия при комнатной температуре, если концентрация основных носителей заряда в областях *р*- и *п*-типа одинакова и равна  $10^{23} \text{ м}^{-3}$ . Сравните полученный результат с контактной разностью потенциалов в кремниевом *р-п*-переходе с аналогичным распределением примесей. Собственную концентрацию носителей заряда при  $T = 300$  К принять равной  $1,7 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3}$  для арсенида галлия и  $10^{16} \text{ м}^{-3}$  для кремния.

8.5. Концентрация доноров и акцепторов в *п*- и *р*-областях резкого *р-п*-перехода соответственно равны  $5 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$  для арсенида галлия и  $10^{17} \text{ м}^{-3}$ . Определить контактную разность потенциалов и плотность обратного тока насыщения, полагая, что при комнатной температуре коэффициенты диффузии для неосновных электронов и дырок составляют 100 и 50  $\text{см}^2/\text{с}$  соответственно, а диффузионная длина  $L_n = L_p = 0,8$  см. Собственную концентрацию носителей

заряда считать равной  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

8.6. Вычислить для температуры 300 К контактную разность потенциалов р-п-перехода, сформированного в фосфиде галлия, если равновесные концентрации основных носителей заряда в р- и п- областях одинаковы и равны  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , а собственная концентрация носителей  $n_i=10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

8.7. Определить ширину запрещенной зоны и идентифицировать полупроводник, если р-п переход на его основе при  $T=300 \text{ К}$  имеет контактную разность потенциалов 0.05 В. Удельное сопротивление п-области  $\rho_n=1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , а р-области  $\rho_p=5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , времена жизни и диффузионные длины основных носителей в зонах равны  $\tau_n=5 \text{ мкс}$ ,  $\tau_p=10 \text{ мкс}$  и  $L_n=1.3 \text{ мкм}$ ,  $L_p=1.2 \text{ мкм}$ , а эффективные массы плотности состояний носителей в зонах  $m_c=0.6m_0$ ,  $m_v=0.4m_0$ .

8.8. Вычислить собственную концентрацию носителей в германии при комнатной температуре ( $T=300 \text{ К}$ ), если высота потенциального барьера р-п перехода, созданного в образце равна 0.4 В. Удельные сопротивления р-области и п-области равны  $\rho_p=2 \text{ Ом}\cdot\text{см}$   $\rho_n=5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , подвижности электронов и дырок равны  $\mu_n=0.4 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и  $\mu_p=0.2 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , эффективные массы плотности состояний электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне равны  $m_n=0.45m_0$  и  $m_p=0.48m_0$ .

8.9. Определить ширину запрещенной зоны полупроводника, если р-п переход на его основе при  $T=320 \text{ К}$  имеет контактную разность потенциалов 0.08 В. Удельное сопротивление п-области  $\rho_n=0.9 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , а р-области  $\rho_p=2.1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , времена жизни и диффузионные длины основных носителей в зонах равны  $\tau_n=5 \text{ мкс}$ ,  $\tau_p=10 \text{ мкс}$  и  $L_n=1.3 \text{ мкм}$ ,  $L_p=1.2 \text{ мкм}$ , а эффективные массы плотности состояний носителей в зонах  $m_c=0.6m_0$ ,  $m_v=0.4m_0$ . По результатам расчета указать предполагаемый полупроводник.

## 9. Типы пробоев в ЭДП. Емкости ЭДП

### 9.1. Типы пробоев в ЭДП

При увеличении обратного напряжения свойства  $p-n$ -перехода могут резко измениться за счет различных физических процессов, которые приводят к резкому возрастанию обратного тока и так называемому пробоему  $p-n$ -перехода. В зависимости от природы физических процессов, обуславливающих резкое возрастание обратного тока, различают тепловой, лавинный и туннельный пробой.

**Тепловой пробой** происходит в том случае, если при протекании тока температура  $p-n$ -перехода повышается. Увеличение температуры вызывает увеличение обратного тока, что в свою очередь приводит к росту температуры и т.д. Результатом такого нарастающего процесса и является тепловой пробой, для которого вольтамперная характеристика имеет вид, показанный на рис.9.1 (кривая б).

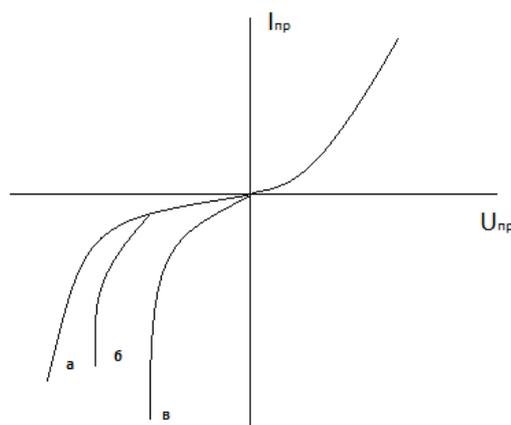


Рис.9.1. Виды пробоев ЭДП

При достаточно высокой температуре, когда наступает генерация собственных носителей в полупроводниках  $n$ - и  $p$ -типа, уровень Ферми перемещается в середину запрещенной зоны и  $p-n$ -переход вообще исчезает.

Для исключения теплового пробоя полупроводниковые приборы снабжаются теплоотводами, а в отдельных случаях осуществляется их термостабилизация.

**Лавинный пробой** возникает в результате ударной ионизации полупроводников, которая приводит к резкому возрастанию концентрации свободных носителей заряда. Характер нарастания обратного тока при этом

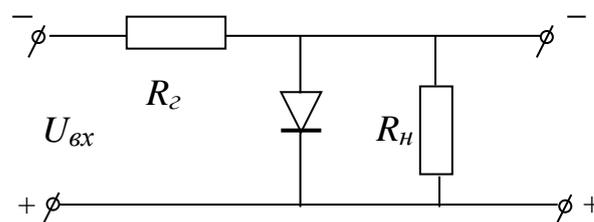


Рис. 9.2. Схема простейшего стабилизатора напряжения

виде пробоя показан на рис.9.1 кривой а. Лавинообразный пробой не опасен, если последовательно с  $p$ - $n$ -переходом подключено гасящее сопротивление  $R_r$ . Такая схема (рис.9.2) используется для создания полупроводниковых стабилизаторов напряжения - *стабилитронов*.

При увеличении входного напряжения  $U_{вх}$  выше критического  $U_T$  сопротивление стабилитрона резко уменьшается, ток в цепи гасящего сопротивления  $R_r$  увеличивается и падение напряжения на нем растёт. Напряжение же на сопротивлении нагрузки  $R_H$  (выходное напряжение  $U_{вых}$ ) сохраняется при этом в пределах  $U_T$  практически неизменным.

**Туннельный пробой** происходит в тонком  $p$ - $n$ -переходе уже при невысоком обратном напряжении и обусловлен интенсивным туннельным просачиванием электронов сквозь  $p$ - $n$ -переход (рис.9.1 кривая в).

Явление туннельного эффекта в  $p$ - $n$ -переходе используется для создания туннельных диодов.

## 9.2. Ёмкость $p$ - $n$ -перехода.

$P$  -  $n$  - переход представляет собой слой полупроводника, обеднённый носителями заряда. Поэтому его можно представить как конденсатор, обкладки которого составляют  $n$ - и  $p$ - полупроводники, разделённые высокоомным  $p$ - $n$  - переходом (рис.9.3.).

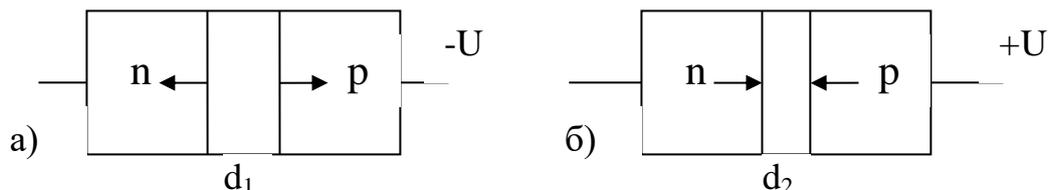


Рис. 9.3. К иллюстрации емкости  $p$ - $n$  перехода

Ёмкость такого конденсатора  $C_{зар} = \epsilon \epsilon_0 S/d$ , где  $S$  - площадь  $p$  -  $n$  - перехода а  $d$  его толщина. Эта ёмкость называется *зарядовой ёмкостью*.

Толщина  $d$ , следовательно и ёмкость  $C$ , сильно зависят от концентрации примесей в  $n$ - и  $p$ - полупроводниках и изменяются при наложении напряжения. Увеличение обратного напряжения (рис. 9.1.а) увеличивает  $d$ , а увеличение прямого напряжения (рис. 9.1.б) её уменьшает.

Ёмкость  $p$  -  $n$  - перехода состоит не только из зарядовой ёмкости. Она связана ещё с инжекцией (введением) неравновесных носителей заряда в полупроводник. При наложении, например, прямого напряжения электроны и дырки устремляются к  $p$  -  $n$  - переходу, нарушая электрическую нейтральность в смежных с  $p$  -  $n$  - переходом областях. Это можно рассматривать как процесс зарядки ёмкости, величина которой  $C_{диф} = \Delta q / \Delta U$ , где  $\Delta q$  - изменение заряда в

прилегающих к р - n - переходу областях под действием изменения напряжения  $\Delta U$ . Ёмкость  $C_{\text{диф}}$  называется *диффузионной ёмкостью*.

Полная ёмкость р - n - перехода, таким образом,  $C = C_{\text{зар}} + C_{\text{диф}}$ .

Эту ёмкость иногда называют *барьерной ёмкостью*, т.к. она обусловлена потенциальными барьером р - n - перехода.

Изменение толщины р - n - перехода под действием внешнего напряжения приводит к изменению его ёмкости. На рис. 9.4 показано изменение ёмкости р - n - перехода для двух различных полупроводниковых диодов в зависимости от приложенного обратного напряжения.

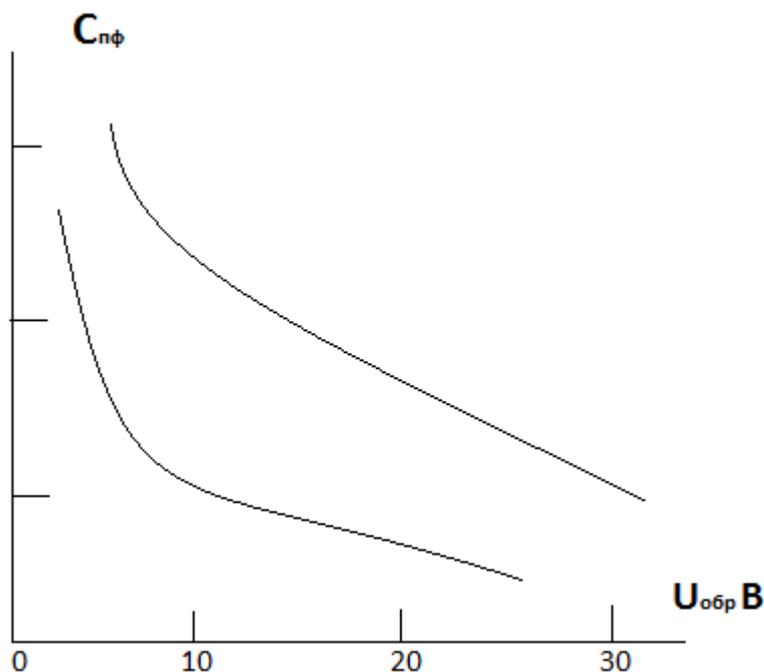


Рис. 9.4. Зависимость емкости р-п – перехода от приложенного обратного напряжения

Поэтому р - n - переход можно использовать как управляемую ёмкость в различных радиотехнических цепях. Приборы, работающие на основе переменной ёмкости р - n - перехода носят название «варикапы» и используются в качестве параметрических усилителей.

### ***9.3. Понятие о гетеропереходах.***

Гетеропереходы – это переходы между полупроводниками с различной шириной запрещенной зоны, например, между германием ( Ge ) и арсенидом галлия (GaAs). Можно изготовить переход между полупроводниками с различным типом проводимости ( р - n - переход ), но можно изготовить переход и между полупроводниками с одинаковым типом проводимости, например n - n - переход. Рассмотрим гетеропереход р – n -, представленный на рис. 9.5.

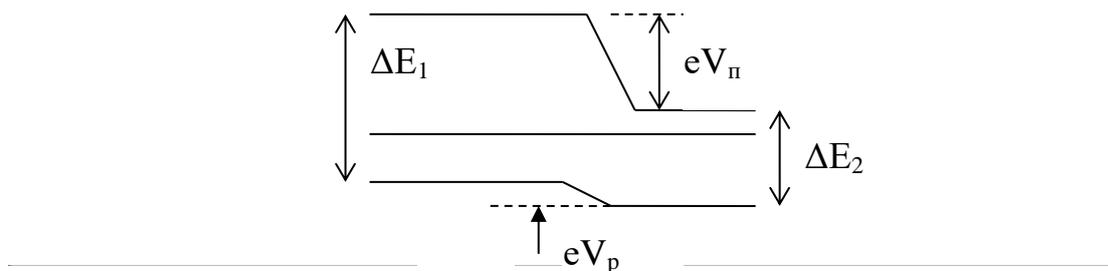


Рис. 9.5. Структура простейшего гетероперехода

Если ширина запрещённой зоны  $p$ -полупроводника  $\Delta E_1$  больше ширины запрещённой зоны  $n$ -полупроводника  $\Delta E_2$ , то электроны, текущие из  $n$ - в  $p$ -полупроводник, вынуждены преодолевать потенциальный барьер  $eV_n$ , а дыркам, текущим из  $p$ - в  $n$ -полупроводник, приходится преодолевать потенциальный барьер  $eV_p$ , несколько меньший по сравнению с  $eV_n$ .

Поэтому величина инжекции носителей заряда будет разной, А величина инжекции (коэффициент инжекции  $\gamma$ ) носителей заряда является важной характеристикой  $p-n$ -перехода.

### Контрольные вопросы

9.1. От какого параметра полупроводникового материала зависит высота потенциального барьера  $p-n$ -перехода при одинаковой концентрации примесей в  $n$ - и  $p$ -областях? В каком из полупроводниковых материалов – арсениде галлия или фосфиде галлия – больше контактная разность потенциалов? Параметры материалов указаны в приложении 3.

9.2. Почему для изготовления большинства полупроводниковых приборов требуются монокристаллические материалы и не могут быть использованы поликристаллические образцы?

9.3. Поясните необходимость и преимущества гетеропереходов.

9.4. Перечислите виды пробоев ЭДП.

### Задачи к главе

9.1. Рассмотреть процессы накопления заряда в  $p-n$  переходе при приложении разности потенциалов в прямом направлении.

Решение. При изменении внешней разности потенциалов в прямом направлении, приложенной к  $p-n$  переходу, изменяется концентрация инжектированных носителей вблизи границ перехода и величина накопленного заряда, обусловленного этими носителями. Внешней цепью это воспринимается как емкость  $C_D$ , которую называют диффузионной емкостью  $p-n$  перехода. Расчет показывает, что

$$C_D = \frac{eS}{2kT} [(i_p + i_{sp})\tau_p + (i_n + i_{sn})\tau_n], \quad (9.1)$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения перехода. Пренебрегая  $i_{sp}$  и  $i_{sn}$  по сравнению с  $i_p$  и  $i_n$ , получим:

$$C_D = \frac{eS}{2kT} (i_p \tau_p + i_n \tau_n). \quad (9.2)$$

Отношение

$$\gamma = \frac{i_p}{i_p + i_n} = \frac{i_p}{i} \quad (9.3)$$

называется коэффициентом инжекции. Очевидно, что  $i_p = \gamma i$  и  $i_n = (1 - \gamma)i$ . Подставляя это в (9.1), находим:

$$C_D = \frac{ei}{2kT} (\gamma \tau_p + (1 - \gamma) \tau_n). \quad (9.4)$$

9.2. Во сколько раз изменится барьерная ёмкость резкого  $p$ - $n$ -перехода при увеличении обратного напряжения от 20 до 80 В?

9.2. Барьерная ёмкость резкого  $p$ - $n$ -перехода равна 200 пФ при обратном напряжении 2 В. Какое требуется обратное напряжение, чтобы она уменьшилась до 50 пФ, если контактная разность потенциалов  $\varphi_k = 0,82$  В?

9.3. В резком  $p$ - $n$ -переходе площадью  $S = 10^{-6}$  м<sup>2</sup> концентрация акцепторной примеси в  $p$ -области  $N_a = 10^{24}$  м<sup>-3</sup>, концентрация донорной примеси в  $n$ -области  $N_d = 10^{22}$  м<sup>-3</sup>. Подвижность дырок  $\mu_p = 0,2$  м<sup>2</sup>/(В·с), подвижность электронов  $\mu_n = 0,4$  м<sup>2</sup>/(В·с), диффузионные длина неосновных носителей заряда:  $L_p = 2 \cdot 10^{-4}$  м,  $L_n = 3 \cdot 10^{-4}$  м, относительная диэлектрическая проницаемость материала  $\epsilon = 16$ , собственная концентрация носителей заряда  $n_i = 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. Вычислить для температуры  $T = 300$  К.: а) концентрации основных и неосновных носителей заряда; б) удельную проводимость  $p$ - и  $n$ - областей; в) контактную разность потенциалов; г) коэффициенты диффузии для носителей заряда обоих типов; д) обратный ток насыщения  $I_0$ ; е) ширину области объёмного заряда  $p$ - $n$ -перехода при обратном напряжении 10 В; ж) барьерную ёмкость  $p$ - $n$ -перехода при обратном напряжении 10 В; з) отношение дырочной составляющей тока через  $p$ - $n$ -переход к электронной.

9.4. В кремниевом резком  $p$ - $n$ -переходе с концентрациями примесей  $N_a = 10^{20}$  м<sup>-3</sup> и  $N_p = 10^{22}$  м<sup>-3</sup> лавинный пробой наступает при напряжённости электрического поля  $6 \cdot 10^7$  В/м. Вычислить ширину  $p$ - $n$ -перехода и обратное напряжение, необходимое для начала возникновения пробоя. Относительная диэлектрическая проницаемость кремния  $\epsilon = 12$ .

9.5. Определить ширину запрещенной зоны, если время жизни электронов в собственном полупроводнике при  $T = 800$  К равно 8.8 нс, если удельное сопротивление полупроводника при этой температуре  $\rho = 0.02$  Ом·м,  $L_n = 1.5$  мм, эффективная масса плотности состояний носителей в соответствующих зонах  $m_c = 0.55m_0$ ,  $m_v = 0.32m_0$ , подвижность дырок равна  $\mu_p = 0.005$  м<sup>2</sup>/(В·с).

9.6. Определить удельное сопротивление кристаллов CdS p-типа и концентрацию  $n$  при  $T=600$  К, ниже температуры перехода к собственной проводимости, если коэффициенты диффузии дырок и электронов при этой температуре  $D_p=1.2 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с и  $D_n=4 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с, энергия ионизации акцепторного уровня  $E_a=0.1$  эВ. Эффективные массы плотности состояний носителей в зонах  $m_c=0.7m_0$ ,  $m_v=0.6m_0$ , а концентрация атомов примеси  $N_a= 1 \cdot 10^{21}$  м<sup>-3</sup>. Ширину запрещенной зоны полупроводника считать равной 2.5 эВ.

9.7. Определить ширину запрещенной зоны полупроводника, если p-n переход на его основе при  $T=360$  К имеет контактную разность потенциалов 0.1 В. Удельное сопротивление n-области  $\rho_n=0.5$  Ом·см, а p-области  $\rho_p=2.5$  Ом·см, времена жизни и диффузионные длины основных носителей в зонах равны  $\tau_n=5$  мкс,  $\tau_p=10$  мкс и  $L_n=1.3$  мкм,  $L_p=1.2$  мкм, а эффективные массы плотности состояний носителей в зонах  $m_c=0.6m_0$ ,  $m_v=0.4m_0$ . По результатам расчета указать на предполагаемый полупроводник.

## 10. Кинетические явления в твердых телах

Кинетическими явлениями называются физические процессы, обусловленные движением носителей заряда под действием внешних и внутренних полей или разности температур. К ним относятся электропроводность и теплопроводность, гальваномагнитные, термомагнитные и термоэлектрические явления. Кинетические явления лежат в основе фотоэлектрических и фотомагнитных эффектов.

Под действием электрического поля, магнитного поля или градиента температуры (теплого поля) нарушается равновесное состояние в системе, что приводит к появлению электрических или тепловых потоков.

При решении задачи о кинетических явлениях обычно используют кинетическое уравнение Больцмана, которое описывает изменение состояния частиц в результате действия различных факторов. Не вдаваясь в детали решения уравнения Больцмана, рассмотрим некоторые кинетические явления, имеющие важное практическое значение.

### 10.1. Термоэлектрические явления

Термоэлектрическими явлениями называются совокупность физических явлений, обусловленных взаимосвязью между тепловыми и электрическими процессами в твердых телах. К ним относятся эффект Зеебека, эффект Пельтье и эффект Томсона.

#### 10.1.1. Явление Зеебека (Термо-ЭДС)

Сущность явления термоЭДС (эффект Зеебека), открытого немецким физиком Т.И. Зеебеком в 1821 г. заключается в том, что в электрической цепи, состоящей из последовательно соединённых разнородных материалов, возникает электродвижущая сила (термоЭДС), если контакты этих материалов поддерживаются при разных температурах.

Если составить замкнутую цепь из двух разнородных металлов  $M_1$  и  $M_2$  (рис.10.1) и поддерживать спаи при разных температурах, то в цепи возникает ЭДС, равная разности внутренних контактных разностей потенциалов

$$\varepsilon_k = \Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = \alpha (T_2 - T_1) \quad (10.1)$$

Эта ЭДС называется контактной термоЭДС. Величина  $\alpha$  называется удельной термоЭДС и зависит от природы взятых металлов.

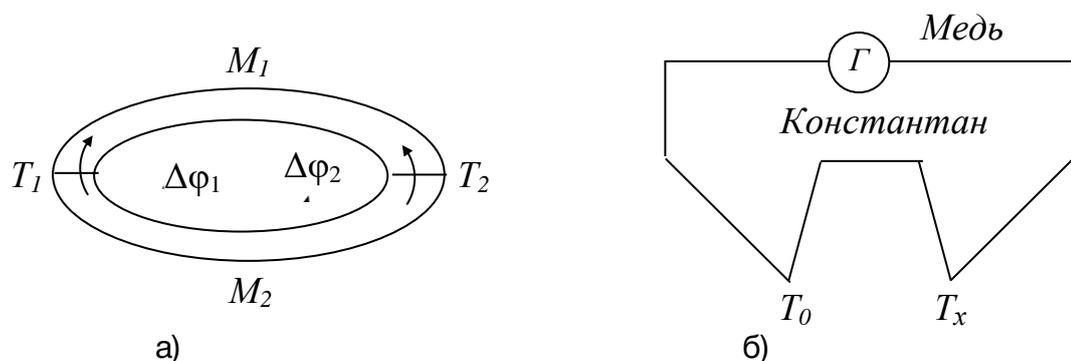


Рис.10.1. К иллюстрации явления термоЭДС

Кроме контактной разности потенциалов, возникновение термоЭДС обусловлено потоком электронов от горячего конца металла к холодному за счет разности кинетических энергий электронов и за счет увлечения электронов колебаниями кристаллической решетки (фононами). Назовём эту ЭДС объёмной ( $\alpha_o$ ). Результирующая ЭДС  $\alpha = \alpha_k + \alpha_o$  в достаточно большом интервале температур пропорциональна разности температур спаев проводников.

$$U = \alpha_{12}(T_2 - T_1) \quad (10.2)$$

Коэффициент термоЭДС  $\alpha_{12}$  определяется в первую очередь материалами ветвей термоэлемента, но зависит также и от интервала температур. Во многих случаях с изменением температуры он даже меняет знак.

Явление термоЭДС широко применяется для измерения температур. Для этого в замкнутую цепь из разнородных металлов, например, меди и константана, подключают гальванометр (рис.10.1б). Один спай поддерживают при известной температуре  $T_0$ , а второй помещают в объем, где необходимо определить температуру  $T_x$ . Предварительно проградуйровав гальванометр по известной разности температур, можно найти  $T_x = U/\alpha_{12} + T_0$ .

Система из двух разнородных металлов, используемая для измерения температур, называется **термопарой**. Термопары можно соединить последовательно и получить целую термобатарейку, ЭДС и мощности которой будет достаточно для питания радиоаппаратуры.

В настоящее время разработаны термоэлектрогенераторы, преобразующие тепловую энергию в электрическую, с мощностью в несколько киловатт. Термоэлектрогенераторы, использующие теплоту, выделяемую при радиоактивном распаде, применяются для питания радиоаппаратуры искусственных спутников, автоматических радиометеорологических станций и т.д.

Коэффициент полезного действия таких генераторов пока не превышает 10%.

### 10.1.2. Эффект Пельтье

В 1834 году Ж.Пельтье обнаружил, что при пропускании тока через контакт двух разных проводников происходит выделение или поглощение тепла, т.е. контакт либо нагревается, либо охлаждается в зависимости от направления тока через контакт.

Это объясняется тем, что в разных металлах средняя энергия электронов проводимости различна. Пусть электрон переходит из металла с большей энергией электронов  $W_1$  в металл с меньшей энергией  $W_2$  (рис. 10.2). В этом случае электроны, попадая во второй металл, будут обладать избыточной по сравнению с равновесной в этом металле энергией, которую отдают кристаллической решетке. Как показывает опыт, количество выделенной теплоты пропорционально количеству протекающего заряда, т.е. пропорционально току  $I$  и времени  $t$ :

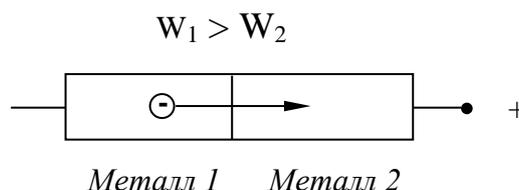


Рис. 10.2. К иллюстрации эффекта Пельтье

$$Q = \Pi \cdot I \cdot t \quad (10.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $\Pi$  называется коэффициентом Пельтье. Его значение зависит от рода соприкасающихся проводников и температуры.

***При прохождении тока в противоположном направлении электроны переходят из металла с меньшей энергией в металл с большей энергией.***

Недостающую энергию в этом случае они получают от кристаллической решетки. Поэтому контакт охлаждается. Количество поглощаемого тепла определяется также уравнением 10.3.

Эффект Пельтье используется для устройства различного рода охлаждающих приборов - домашних холодильников, приборов для охлаждения бортовой радиоэлектронной аппаратуры, микрохолодильников для биологических целей и т.д. Особенностью таких приборов является то, что их легко сделать нагревателями, если поменять направление тока.

## 10.2. Гальваномагнитные явления

Гальваномагнитными явлениями называются явления, которые возникают при одновременном воздействии на проводник электрических и магнитных полей. Так, например, если проводник (или полупроводник), по которому протекает электрический ток, поместить в магнитное поле, то в нём возникает ряд эффектов: уменьшается его электропроводность и теплопроводность; в направлении, перпендикулярном магнитному полю и току, возникает разность потенциалов и температур.

Наиболее простым и имеющим важное практическое значение является эффект Холла – явление возникновения разности потенциалов на боковых гранях проводника (или полупроводника) с током, помещённого в магнитное поле.

### 10.2.1. Эффект Холла

Эффект Холла состоит в следующем.

Пусть по пластинке полупроводника, имеющей длину  $L$ , толщину  $d$  и ширину  $b$ , течет ток плотности  $j$ , как показано на рис. 10.3.

Если пластинку внести в магнитное поле, то на каждый движущийся электрон в пластинке полупроводника будет действовать сила Лоренца

$$F_L = e B v, \quad (10.4)$$

где  $e$  - величина элементарного заряда,  $B$  - индукция магнитного поля и  $v$  - скорость направленного движения электрона. Под действием этой силы движущиеся электроны будут отклоняться к левой боковой грани. На правой боковой грани возникнет нескомпенсированный положительный заряд. В результате чего возникает электрическое поле и разность потенциалов (ЭДС), которая называется *холловской разностью потенциалов*  $U_x$  (или ЭДС Холла).

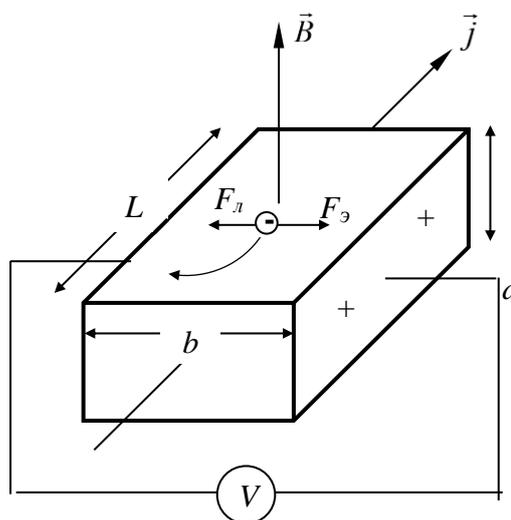


Рис. 10.3. Эффект Холла

Это электрическое поле действует на движущийся заряд с силой  $F_q = e E = e U_x / b$ , направленной противоположно силе Лоренца.

Из условия равновесия, когда сила Лоренца уравновешивается силой возникшего электрического поля, легко определить ЭДС Холла

$$U_x = (1/ne) V j b = R_x V j b. \quad (10.5)$$

Величина  $R_x = (1/ne)$ , где  $e$  - заряд, а  $n$  - концентрация электронов, носит название постоянной Холла.

Рассмотренный вывод для  $U_x$  не является строгим. Он предполагает, что все электроны проводимости имеют одну и ту же скорость теплового движения, вследствие чего время свободного движения между двумя последовательными столкновениями электронов с центрами рассеяния должно быть одинаковым. В этом случае электроны приобретают одинаковую скорость  $v$ .

Такое приближение справедливо лишь в некоторых случаях для металлов и сильно вырожденных полупроводников. В общем же случае следует учитывать

распределение носителей тока по скоростям и характер рассеяния электронов в кристаллической решетке.

Более строгий расчет, учитывающий эти обстоятельства, приводит к следующему выражению для постоянной Холла:

$$R_x = A/en, \quad (10.6)$$

где  $A$  - постоянная, зависящая от механизма рассеяния носителей. Для полупроводников, обладающих решёткой типа алмаза (германий, кремний, серое олово, InSb, GaSb, AlAs и др.) и имеющих носители одного знака,

$$A = 3\pi/8 = 1,17$$

Для полупроводников, имеющих два вида носителей (электроны и дырки) расчет, подобный изложенному выше, приводит к следующему выражению для постоянной Холла:

$$R_x = \frac{A}{e} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}, \quad (10.7)$$

где  $n$  и  $p$  - концентрация электронов и дырок,  $\mu_n$  и  $\mu_p$  - их подвижности и  $A$  - так же, как и в случае одного знака носителей, определяется механизмом рассеяния. Для собственных полупроводников, в которых  $n = p$ , формула (10.7) приобретает следующий вид:

$$R_x = \frac{A}{ne} \cdot \frac{\mu_p - \mu_n}{\mu_p + \mu_n}. \quad (10.8)$$

Таким образом при равенстве подвижностей электронов и дырок в собственном полупроводнике ЭДС Холла будет равна нулю.

Постоянную Холла  $R_x$  можно легко определить экспериментально, используя зависимость (10.5)

$$R_x = \frac{U_x}{Bjb}.$$

Эффект Холла используется для определения концентрации и знака носителей заряда в полупроводниках. Для чисто примесной области проводимости концентрацию электронов (или дырок) можно определить из (10.6) по формуле

$$n = \frac{A}{R_x e} = \frac{U_x}{Bjbe}. \quad (10.9)$$

По направлению ЭДС Холла можно установить знак носителей.

При температуре перехода от примесной проводимости к собственной концентрация электронов (или дырок) равна концентрации доноров (или акцепторов) в полупроводнике, поэтому можно определить концентрацию примеси

$$n = N_d \quad \text{или} \quad p = N_a.$$

В случае компенсированных примесей определение концентрации атомов доноров и акцепторов выполняется более сложно.

Эффект Холла широко используется для измерения индукции магнитного поля (измерители магнитной индукции), сверхсильных токов (тысячи Ампер), для модуляции электрических сигналов и т.д.

### ***10.3. Электрический разряд в газах***

**Газовым разрядом** называется прохождение электрического тока через газы. Однако при не очень высокой температуре и при давлениях, близких к атмосферному, газы являются хорошими изоляторами, так как состоят из электрически нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов (электронов и ионов). Газ становится проводником, когда некоторая часть его молекул **ионизируется**, то есть расщепляется на ионы и свободные электроны.

Ионизация газов может происходить под действием различных **ионизаторов**: сильный нагрев, корпускулярное излучение (потоки электронов, протонов,  $\alpha$ -частиц), коротковолновое электромагнитное излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское и  $\gamma$ -излучения) и т.д. Энергия, которую необходимо затратить для того, чтобы выбить из атома (или молекулы) один электрон, называется **энергией ионизации**. Значения энергии ионизации для атомов различных веществ лежат в пределах  $4 \div 25$  эВ.

При ионизации газов под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание электронов из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны.

Одновременно с процессом ионизации газа идет и обратный процесс – **процесс рекомбинации**: образование нейтральных молекул при объединении зарядов противоположных знаков. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет процесс рекомбинации.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Вольт-амперная характеристика для газового разряда (газового промежутка между двумя электродами) в целом имеет нелинейный характер (рис. 10.4). На участке OA сила тока возрастает пропорционально напряжению, то есть выполняется закон Ома. При дальнейшем увеличении напряжения закон Ома нарушается: рост силы тока замедляется (участок AB) и, наконец, прекращается совсем (участок BC). Это достигается в том случае, когда ионы и электроны,

создаваемые внешним ионизатором за единицу времени, за этот же время достигают электроды. В результате получаем ток насыщения  $I_{нас}$ , значение которого определяется мощностью ионизатора.

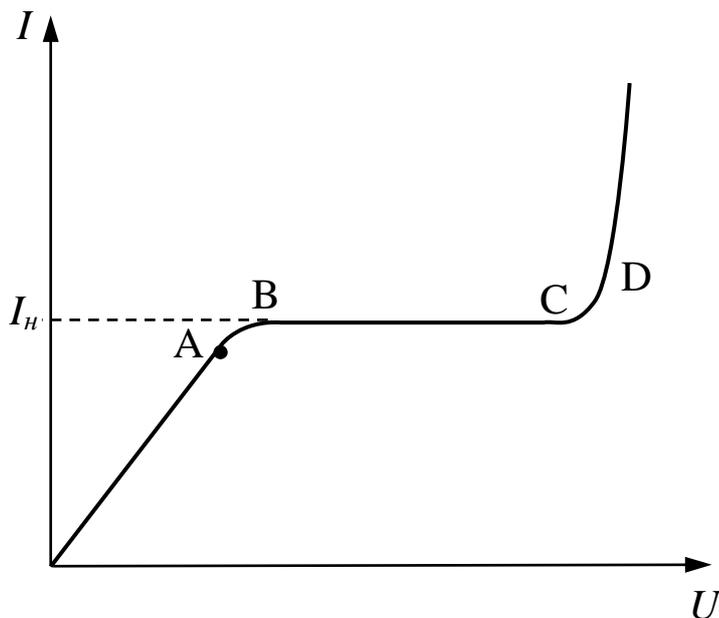


Рис. 10.4. Вольт-амперная характеристика для газового разряда

Если при любом напряжении, соответствующему участку OC, прекратить действие ионизатора, то прекращается и разряд. Разряд, существующий только под действием внешних ионизаторов, называется **несамостоятельным газовым разрядом**.

При дальнейшем увеличении напряжения между электродами, разделенных газовым промежутком, сила тока вначале медленно (участок CD), а затем резко (участок DE) возрастает. При столь больших напряжениях протекание тока через газ сопровождается рядом процессов (ударная ионизация, фотоионизация, вторичная электронная эмиссия), приводящих к лавинообразному возрастанию числа носителей тока (ионов и электронов), и как следствие газовый разряд сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Разряд, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется **самостоятельным газовым разрядом**. Напряжение, при котором возникает самостоятельный газовый разряд, называется **напряжением пробоя**. В зависимости от давления газа, конфигурации электродов и параметров внешней цепи различают четыре типа самостоятельного газового разряда: *тлеющий, искровой, дуговой и коронный*.

Сильно ионизованный газ, в котором концентрации положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы, называется **плазмой**. Плазма обладает следующими основными свойствами: высокой степенью ионизации газа;

большой электропроводностью; свечением; равенством нулю результирующего заряда; сильным взаимодействием с электрическим и магнитными полями и др. Эти своеобразные свойства плазмы позволяют считать ее особым, *четвертым* состоянием вещества. Плазма – наиболее распространенное состояние вещества во Вселенной. Солнце и другие звезды состоят из полностью ионизованной высокотемпературной плазмы. Низкотемпературная газоразрядная плазма, образующаяся при тлеющем и других разрядах в газах, широко используется в различных источниках света, газовых лазерах и индикаторах.

### Контрольные вопросы

10.1. Опишите термоэлектрические явления в твёрдых телах. Укажите возможные области их применения.

10.2. Поясните методику регистрации эффекта Холла. Какие параметры с их помощью можно регистрировать?

10.3. Что такое самостоятельный и несамостоятельный газовый разряд?

10.4. Объясните, при каких условиях и в каких полупроводниковых материалах ЭДС Холла может обращаться в нуль. Изобразите (качественно) температурные зависимости коэффициента Холла для полупроводников с электропроводностью  $p$ - и  $n$ -типов и объясните, почему они отличаются.

### Задачи к главе

10.1. Полупроводник в виде тонкой пластины шириной  $l = 1$  см и длиной  $L = 10$  см помещен в однородное магнитное поле а индукцией  $B = 0,2$  Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости пластины. К концам пластины (по направлению  $L$ ) приложено постоянное напряжение  $U = 300$  В. Определить холловскую разность потенциалов на  $U_H$  на гранях пластины, если постоянная Холла  $R_H = 0,1$  м<sup>3</sup>/Кл, удельное сопротивление  $\rho = 0,5$  Ом·м

Решение:

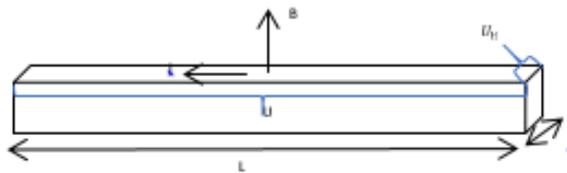
$$U_H = R_H \times B \times j \times l \text{ где } j\text{-плотность тока.}$$

$$R = \rho \frac{L}{lh}, \text{ } h \text{ – высота пластины.}$$

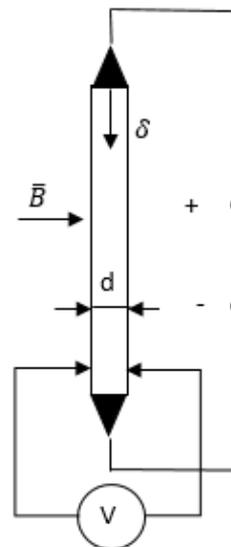
$$I = \frac{U}{R} = \frac{Ulh}{\rho L} \Rightarrow j = \frac{I}{lh} = \frac{Uln}{\rho pL} = \frac{U}{\rho L} \Rightarrow U_H =$$

$$R_H * B * \frac{U}{\rho L} * l \Rightarrow$$

$$U_H = 0,1 \times 0,2 \times \frac{300 \cdot 0,1}{0,5 \cdot 0,1} = 1,2 \frac{(\text{кг} \cdot \text{м}^2)}{(\text{с}^3 \cdot \text{А})} = 1,2 \text{ В}$$



10.1. Тонкая пластина из кремния шириной  $b=0,02$  м помещена перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ( $B=0,5$  Тл). При плотности тока  $\delta=2$  А/м<sup>2</sup>, направленного вдоль пластины, холловская разность потенциалов  $U_H$  оказалась равной 2,8 В. Определить концентрацию  $n$  носителей тока.



$$R_H = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{en}$$

$$U_H = R_H B \delta b = \frac{3\pi B \delta b}{8en} \Rightarrow n = \frac{3\pi B \delta b}{8eU_H}$$

$$n = \frac{3\pi \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,02}{8 \cdot 1,8 \cdot 10^{-19} \cdot 2,8} = 5,26 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$$

10.3. Прямоугольный образец полупроводника  $n$ -типа с размерами  $a = 50$  мм,  $b = 5$  мм и  $\delta = 1$  мм помещён в магнитное поле с индукцией  $B = 0,5$  Тл. Вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости образца. Под действием напряжения  $U_a = 0,42$  В, приложенного вдоль образца, по нему протекает ток  $I_a = 20$  мА. Измерения показывают ЭДС Холла  $U_H = 6,25$  мВ. Найти удельную проводимость, подвижность и концентрацию носителей заряда для этого полупроводника, полагая, что электропроводимость обусловлена носителями только одного знака.

10.4. Плоский прямоугольный образец фосфида индия с удельным сопротивлением  $\rho = 2 \cdot 10^{-3}$  Ом·м и подвижностью электронов  $\mu_n = 0,4$  м<sup>2</sup>/(В·с) помещён в магнитное поле ( $B = 1$  Тл), вектор индукции которого перпендикулярен плоскости кристалла. Вдоль образца пропускают ток  $I = 20$  мА. Определить силу Лоренца, действующую на электроны, если площадь поперечного сечения образца  $S = 2$  мм<sup>2</sup>.

10.5. Образец арсенида галлия с удельным сопротивлением  $5 \cdot 10^{-4}$  Ом·м характеризуется коэффициентом Холла  $3 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>/Кл. Определить: а) напряжённость холловского поля, возникающего при пропускании через образец тока плотностью  $10$  мА/мм<sup>2</sup> и воздействии магнитного поля с индукцией  $2$  Тл; б) напряжённость внешнего электрического поля для создания заданной плотности тока.

10.6. Определить направление термоЭДС в полупроводнике, обусловленное тем, что его концы находятся при разных температурах, если известно, что основными носителями заряда в полупроводнике являются дырки.

10.7. При перепадах температуры  $\Delta T = 3$  К по толщине кремниевой пластины  $n$ -типа между плоскостями образца возникает термоЭДС  $\Delta U_T = 2,5$  мВ. Определить концентрацию доноров в материале, если средняя температура образца  $T = 500$  К.

10.8. Имеется два кристалла германия  $p$ -типа с концентрацией акцепторов  $N_{a1} = 10^{20}$  м<sup>-3</sup> и  $N_{a2} = 10^{22}$  м<sup>-3</sup>. Во сколько раз различаются значения дифференциальной термоЭДС этих кристаллов при комнатной температуре?

## 11. Оптические и фотоэлектронные явления в полупроводниках

В данной главе будут рассмотрены процессы поглощения и испускания оптического излучения однородными полупроводниками и структурами на их основе.

### *11.1. Поглощение света полупроводниками. Механизмы поглощения*

Процессы поглощения света классифицируют, как правило, по тому, на что непосредственно расходуется энергия поглощенных фотонов.

1. Решеточное поглощение: поглощенный фотон непосредственно возбуждает колебания кристаллической решетки.

2. Поглощение свободными носителями заряда: энергия расходуется на создание тока высокой (оптической) частоты и, в конечном счете, переходит в джоулево тепло.

3. Примесное поглощение: энергия поглощается носителями заряда, локализованными на примесных уровнях. Она расходуется либо на перевод носителей с основного уровня примесного центра на возбужденный, либо на ионизацию примеси. В последнем случае электроны (дырки) попадают в зону проводимости (валентную зону), т.е. имеет место внутренний фотоэффект.

4. Межзонное поглощение. Энергия фонона расходуется на образование электронно-дырочной пары. Для реализации этого механизма энергия фонона должна быть не меньше ширины запрещенной зоны полупроводника.

Рассмотрим более подробно последний механизм поглощения.

#### *Прямые и непрямые переходы*

Рассмотрим поглощение света в идеальной решетке, связанное с межзонными переходами. Если оптические переходы происходят практически в одной и той же точке зоны Бриллюэна, то такие переходы называются прямыми (вертикальными).

На рис. 11.1. схематично изображены законы дисперсии для электронов и дырок для прямозонных и непрямозонных полупроводников. Если минимум зоны проводимости не смещен по оси квазиимпульсов (ось X, рис.11.1.) относительно максимума валентной зоны, то полупроводник, обладающий таким законом дисперсии, называется прямозонным (рис. 11.1а). Отличная ситуация (рис.11.1б) свойственна прямозонным полупроводникам. Ширина запрещенной зоны - энергетическое расстояние между минимумом зоны проводимости и максимумом валентной зоны.

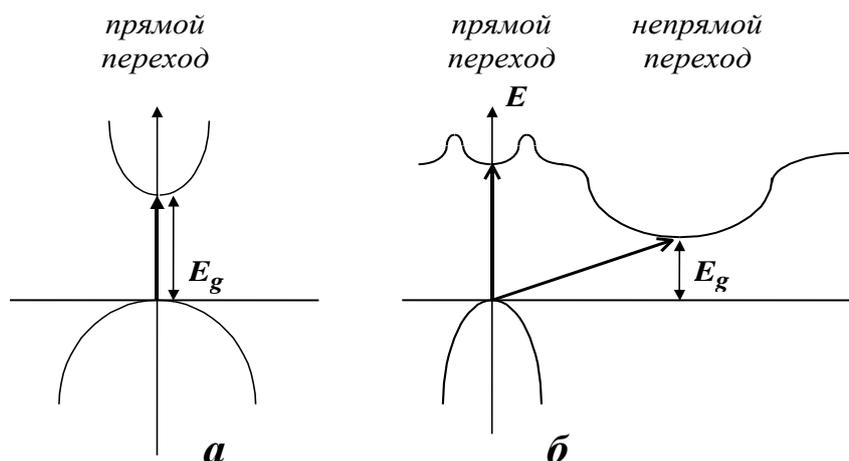


Рис.11.1. Схема прямых и не прямых переходов в прямозонном (а) непрямоzonном (б) полупроводниках

Очевидно, что электронные переходы с участием оптического кванта в прямозонном полупроводнике будут происходить без изменения квазиимпульса. Переход носителя в непрямоzonном полупроводнике (рис.11.1б) сопровождается изменением квазиимпульса и может происходить лишь при участии третьей частицы, например фонона. Поэтому оптическое поглощение в прямозонных полупроводниках более вероятно.

## 11.2. Фото ЭДС

При освещении полупроводника не только изменяется его электропроводность, но и возникают электродвижущие силы. Общая причина возникновения фотоЭДС заключается в диффузии фотоэлектронов и фотодырок. Диффундируя от места своего возникновения, неравновесные носители заряда создают направленные потоки, что эквивалентно появлению сил некулоновского происхождения, или, иначе, сторонних сил.

### 11.2.1. ФотоЭДС в однородных полупроводниках

Рассмотрим однородный полупроводник прямоугольной формы, одна из граней которого освещается сильно поглощаемым светом. Будем считать, что генерация носителей осуществляется за счет межзонных переходов ( $\delta p = \delta n$ ) и

освещение не очень интенсивное, а удельная проводимость при освещении в любой точке проводника не отличается от темновой проводимости. Тогда

$$U_0 = -\frac{e}{\sigma_0} \frac{D_n - D_p}{D_p} L g_s. \quad (11.1)$$

Здесь  $\sigma_0$  - темновая удельная проводимость образца;  $D_n$ ,  $D_p$  - коэффициенты диффузии электронов и дырок;  $L$  - длина свободного пробега носителей;  $g_s$  - темп поверхностной генерации. На рис. 11.2. показаны знаки заряда граней для случая  $D_n > D_p$ . Электроны, диффундирующие быстрее, заряжают нижнюю поверхность отрицательно, а на освещенной грани появляется положительный заряд.

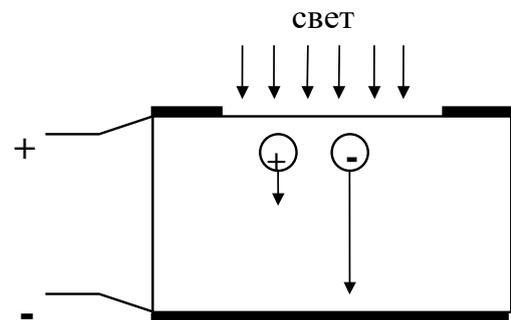


Рис. 11.2. Происхождение фотоЭДС

Таким образом, при освещении полупроводника светом с энергией кванта, превышающей ширину запрещенной зоны:

$$E = \hbar \cdot \omega = h \cdot c / \lambda \geq E_g, \quad (11.2)$$

происходят межзонные электронные переходы, вызванные поглощением света. Каждый такой переход можно рассматривать состоящим из двух этапов:

а) Связанный электрон валентной зоны, не являющийся носителем тока, при поглощении кванта света изменяет своё состояние так, что его энергия увеличивается на величину  $h\nu$ , и переходит в зону проводимости, если  $h\nu > E_g$ . Это означает, что при поглощении света возникают два носителя тока: электрон в зоне проводимости и дырка в валентной зоне.

б) Возникшие электрон и дырка термализуются, т. е. в результате каскада столкновений быстро (по сравнению с процессами рекомбинации или переноса во внешних полях) переходят из состояния вблизи краёв соответствующих зон. Быстрый процесс термализации носителей позволяет описывать кинетику генерированных носителей, используя метод эффективной массы.

Оптическая генерация электронно-дырочных пар характеризуется внутренним квантовым выходом  $\eta$ , равным вероятности рождения одной пары при поглощении одного кванта. При небольшом превышении энергии фотона над шириной запрещенной зоны  $\eta < 1$  из-за возможных других процессов поглощения, а также из-за конечной вероятности рекомбинации пары в процессе термализации.

### 11.2.2. Вентильная фотоЭДС

Вентильный фотоэффект возникает при оптической генерации электронно-дырочных пар вблизи  $p$ - $n$ -перехода. Если электронно-дырочная пара оказывается в электрическом поле  $p$ - $n$ -перехода, то под действием поля электроны и дырки движутся в противоположных направлениях вызывая дополнительный ток  $\Delta J$  через  $p$ - $n$ -переход. При этом возможны два режима работы  $p$ - $n$ -перехода.

В режиме фотоэлемента внешняя цепь фотодиода либо разомкнута, либо в нее включен нагрузочный резистор  $R_H$ . Под действием электрического поля  $p$ - $n$ -перехода возникшие электроны и дырки движутся к границам обедненного слоя, нарушая установившееся равновесие диффузионного и дрейфового токов, существовавшее в  $p$ - $n$ -переходе. В случае разомкнутой внешней цепи на зажимах фотодиода возникает *фотоЭДС*, величину которой можно определить, пользуясь формулой для вольтамперной характеристики  $p$ - $n$ -перехода:

$$J(V) = J_S \cdot \left( e^{eV/kT} - 1 \right). \quad (11.3)$$

При освещении возникает такая величина фотоЭДС  $V_\Phi$ , которая полностью компенсирует вызванный освещением фототок  $\Delta J$ :

$$V_\Phi = \left( \frac{k \cdot T}{e} \right) \cdot \ln \left( 1 + \frac{\Delta J}{J_S} \right), \quad (11.4)$$

при этом положительный знак фотоЭДС возникает на  $p$ -области фотодиода. При замыкании внешней цепи фотодиод работает как источник тока (во внешней цепи ток течет от  $p$ - к  $n$ -области).

В режиме фотодиода во внешней цепи находится источник напряжения, создающий обратное напряжение  $E$  на  $p$ - $n$ -переходе. И в этом случае ток во внешней цепи течет от  $p$ - к  $n$ -области фотодиода, но его изменение под действием оптически генерированных носителей намного больше, чем в режиме фотоэлемента, что обуславливает большую чувствительность фотодиода к падающему свету.

Основные источники потерь, определяющие КПД фотоэлемента:

1. Отражение света от поверхности полупроводника.
2. Сквозное прохождение света без поглощения, тем больше, чем больше ширина запрещенной зоны полупроводника.
3. Диссипация энергии электронов и дырок, созданных высокоэнергетическими фотонами при их релаксации в зоне проводимости и валентной зоне. Величина фотоЭДС тем ниже, чем меньше ширина запрещенной зоны.

4. “Выход из игры” фотоэлектронов и фотодырок за счет рекомбинации на облучаемой поверхности и в объеме.

5. Джоулевы потери на внутреннем последовательном и шунтирующем  $p$ - $n$ -переход сопротивлениях.

### 11.3. Излучение света полупроводниками

В данном разделе будет рассмотрено излучение света полупроводником исключительно при межзонной рекомбинации электронно-дырочных пар.

В основе работы всех приборов квантовой и оптической электроники лежат процессы взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Основополагающее значение для светоизлучающих приборов имеют такие процессы как испускание и поглощение света атомными системами.

Согласно квантовой теории, энергетическое состояние атома, молекулы, а также любой атомной системы характеризуется определенными дискретными значениями энергии  $E_1, E_2, E_3 \dots$ . Возьмем для определенности два энергетических состояния  $E_m$  и  $E_n$ , в которых может находиться квантовая система, например, атом. Пусть  $E_m > E_n$ . Согласно закону сохранения энергии атом может изменить свое энергетическое состояние, то есть перейти с одного уровня на другой, если он излучит или поглотит фотон с энергией  $\hbar\omega = E_m - E_n$ , где  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

При переходе атома на более высокий уровень фотоны поглощаются (рис.11.3). Такие переходы обуславливают **поглощение** излучения веществом.

При переходе атома на более низкий уровень фотоны испускаются.

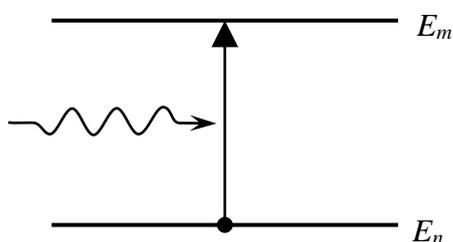


Рис. 11.3. Квантовый переход с поглощением фотона.

Существует два вида переходов между энергетическими уровнями с испусканием фотонов: спонтанный и вынужденный (или индуцированный). Возникающее в результате таких переходов электромагнитное излучение называется **СПОНТАННЫМ** и **ВЫНУЖДЕННЫМ** (индуцированным), соответственно (рис. 11.4).

### **Спонтанное излучение**

Если атом находится в возбужденном состоянии  $E_m$ , то имеется определенная вероятность того, что он *спонтанно* (без внешних воздействий) перейдет в состояние с более низкой энергией  $E_n$ , отдавая избыточную энергию в виде электромагнитного излучения, то есть испуская фотон с энергией  $\hbar\omega = E_m - E_n$  (рис.11.4, а). Спонтанный переход квантовой системы на более низкий энергетический уровень в определенном смысле закономерен, поскольку любая система стремится к состоянию с наименьшей потенциальной энергией. Однако управлять таким процессом или предсказать точно момент его наступления невозможно, и в этом смысле спонтанный переход происходит самопроизвольно, случайно во времени. Случайность спонтанных переходов приводит к тому, что различные атомы излучают несогласованно. Поэтому спонтанное излучение некогерентно, ненаправленно, неполяризовано, и немонохроматично. Такое естественное излучение в оптическом диапазоне испускают все известные “классические” источники света (лампы накаливания, газоразрядные лампы, люминесцентные лампы).

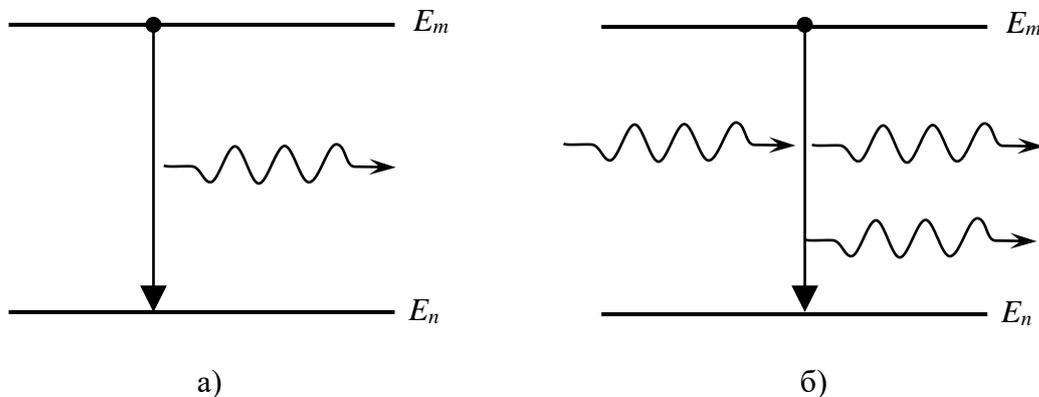


Рис. 11.4. Квантовые переходы с испусканием фотона:  
а) спонтанный переход; б) вынужденный (индуцированный) переход.

### **Вынужденное излучение**

Если на атом, находящийся в возбужденном состоянии  $E_m$ , действует электромагнитное излучение с частотой  $\omega = (E_m - E_n)/\hbar$ , то это излучение способствует переходу атома в нижнее состояние  $E_n$  (рис. 11.4, б). В результате такого *вынужденного* перехода атом излучает фотон той же энергии  $\hbar\omega = E_m - E_n$  дополнительно к тому фотону, под действием которого произошел этот переход. Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызвавший переход атома в состояние с более низкой энергией, и вторичный фотон, испущенный атомом. Существенно, что вторичные фотоны неотличимы от первичных, являясь их точной копией. Таким образом, вынужденное излучение (вторичные фотоны) тождественно вынуждающему

(первичные фотоны): оно имеет такую же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, то есть вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим. Такое излучение в оптическом диапазоне испускают оптические квантовые генераторы – лазеры.

### **11.3.1. Излучение света однородным полупроводником**

Устойчивое излучение света однородным полупроводником можно получить, если поддерживать постоянным процесс излучательной рекомбинации. В зависимости от вида внешнего воздействия излучение (люминесценция) подразделяется на: фотолюминесценцию (излучение света определенного спектрального состава при облучении полупроводника светом другого спектрального состава); сонолюминесценцию (излучение света при пропускании через полупроводник ультразвуковой волны высокой мощности порядка  $1 \text{ Вт/см}^2$ ); триболюминесценцию (излучение света при механическом разрушении образца, этот вид люминесценции является необратимым) и т.д. Следует отметить, что для практического применения используются, как правило, прямозонные полупроводники.

### **11.3.2. Излучение света p-n-переходом. Светодиоды**

Светоизлучающие диоды (СИД) относятся к электролюминесцентным приборам оптоэлектроники, преобразующим электрическую энергию в световую. СИД представляет собой *p-n*-переход, смещенный в прямом направлении, в котором инжектированные неосновные носители рекомбинируют с излучением света. В различных СИД происходит либо межзонная излучательная рекомбинация (СИД на основе прямозонных полупроводников, например GaAs и сложные соединения типа: GaAlAs или InGaAlP, в которых ширина запрещенной зоны зависит от состава), либо примесная рекомбинация (СИД на основе непрямозонных полупроводников, например GaP).

1. Межзонная излучательная рекомбинация. Для определенности рассмотрим СИД, в котором происходит инжекция электронов в базу *p*-типа проводимости (базой обычно называют менее легированную и, следовательно, более высокоомную область *p-n* перехода). В результате инжекции в *p*-области вблизи границы обедненного слоя появляются квазиравновесные электроны, энергетически находящиеся у дна зоны проводимости (рис.11.1а). Поскольку в базе имеются основные носители - дырки у потолка валентной зоны, то появляется возможность рекомбинации с излучением света. Однако вероятность такой рекомбинации зависит от типа разрешенных зон полупроводника.

При излучательных переходах электронов должны выполняться законы сохранения энергии и импульса. Импульсом фотона  $\hbar \cdot q$  при этом можно пренебречь, поскольку:

$$q = \omega / c \approx \frac{E_g}{\hbar \cdot c} \ll \Delta k, \quad (11.5)$$

где  $\Delta k$  - изменение волнового вектора электрона при рекомбинации. Поэтому для прямозонных полупроводников, в которых квазиимпульсы равновесных электронов и дырок близки, закон сохранения энергии при излучательном переходе имеет вид:

$$E_c(k) - E_v(k) = \hbar \cdot \omega. \quad (11.6)$$

В непрямозонных полупроводниках, где квазиимпульсы равновесных электронов и дырок сильно отличаются, в излучательном переходе кроме электрона и фотона должна обязательно участвовать третья частица, например квант колебаний кристаллической решетки (фонон):

$$E_c(k) - E_v(k') = \hbar \cdot \omega \pm \hbar \cdot \omega_s(k-k'), \quad (11.7)$$

где  $\omega_s(k-k')$  описывает закон дисперсии колебаний решетки. При этом вероятность не прямых излучательных переходов значительно меньше, чем прямых (участвуют три частицы вместо двух), и практически она намного меньше вероятности других, безызлучательных процессов рекомбинации (например с участием примесей). Поэтому в СИД с межзонной излучательной рекомбинацией используются только прямозонные полупроводники.

Эффективность СИД определяется внутренним квантовым выходом излучения  $\eta_{\text{кв}}$  (отношение темпов излучательной и полной рекомбинации) и внешним выходом  $\eta$  (отношение световой мощности светодиода к электрической мощности).

Известные СИД из прямозонных полупроводников работают в инфракрасной части спектра; они играют большую роль в оптоэлектронике и бытовой технике. Для СИД из GaAs вероятность излучательных переходов (обратное время жизни неосновных носителей) составляет  $\approx 10^9 \text{ с}^{-1}$ , а внутренний выход излучения равен при комнатной температуре 7%, а с понижением температуры возрастает до 40% (при 20K<sup>0</sup>). Длина волны излучения GaAs СИД составляет 840÷850 нм при 77K<sup>0</sup> и 900÷930 нм при 300K<sup>0</sup>. В настоящее время, однако, такие СИД используются редко по причине технических трудностей, связанных с инфракрасной оптикой и спектроскопией.

2. Примесная излучательная рекомбинация. Рекомбинация с участием примесей свойственна большинству полупроводников. Однако обычно такая рекомбинация идет без излучения; для эффективной работы СИД необходимо, чтобы наиболее эффективно примесная излучательная рекомбинация шла с некоторыми специально вводимыми примесными центрами.

В отличие от межзонной рекомбинации, в сохранении квазиимпульса электрона нет необходимости, поскольку примесь нарушает периодичность кристалла. Но искажение решетки вблизи зависит от того, свободна ли примесь, или на ней захвачен носитель. Поэтому и энергия излученного кванта света не точно равна разности энергий донорного и акцепторного уровней; она имеет дополнительный разброс из-за неопределенности начальных и конечных энергетических состояний решетки вблизи примесей, а также зависит от температуры.

Помимо указанных донорных и акцепторных уровней в полупроводнике при легировании могут возникать и другие центры рекомбинации. В частности, в GaP важную роль играет комплекс Cd-O (кислород попадает в исходный материал при выращивании кристаллов). Этот комплекс работает для электронов как ловушка; последующая рекомбинация с участием акцептора приводит к излучению красного света.

Положение и ширина полос излучения СИД зависят от многих факторов: материала полупроводника, типа контролируемых и неконтролируемых примесей и дефектов, температуры, времени (при длительной работе происходит деградация излучения, связанная с накоплением дефектов).

При проектировании и изготовлении СИД необходимо решить целый ряд проблем:

- найти материал с высоким внутренним квантовым выходом излучательной рекомбинации в требуемой цветовой полосе;
- создать р-п переход с высокой эффективностью инжекции неосновных носителей заряда в область излучательной рекомбинации;
- обеспечить высокий процент выхода излучения из СИД (высокий внешний выход излучения).

Основные материалы, используемые сегодня в СИД видимого света и некоторые их свойства приведены в таблице.

Таблица 11.1

Материалы, используемые для изготовления СИД

| Материал  | $E_g$ , эВ  | Тип излучательной рекомбинации                                   |
|---|---|--|
| GaAs <sub>x</sub> P <sub>1-x</sub><br>$x \leq 0.55$ | 1.98<br>(прямая)  | Межзонная<br>(красный).  |
| GaP: Cd, S, O, N                                    | 2.4<br>(непрямая)   | Примесная: донор-акцептор (зеленый)                              |
| SiC: N, Al, B                                       | 2.2÷3.1<br>(в зависимости от кристаллической модификации, непрямая) | Примесная: желтый, голубой, в зависимости от сочетания примесей. |

Для получения эффективной инжекции и минимального поглощения света в полупроводнике необходим резкий р-п переход и прозрачная область светодиода. Обычно это достигается методом эпитаксиального наращивания. Вначале готовят

подложку, оптически прозрачную для длин волн излучения СИД. Такая подложка играет роль эмиттера и, одновременно, прозрачного окна, через которое выводится излучение, возникающее в базе.

Если в СИД используется межзонная рекомбинация, а подложка выполнена из материала с той же шириной запрещенной зоны, что и у базы, то излучение будет поглощаться в материале. В этом случае эффективность СИД значительно повышается при использовании гетеропереходов, когда эмиттер выполнен из полупроводника с большей шириной запрещенной зоны.

Если в СИД используется примесная рекомбинация, то главное требование к материалу подложки - быть свободным от примесей, участвующих в излучении, и содержать только примесь, необходимую для инжекции.

### Вопросы к главе

- 11.1. Приведите классификацию процесса поглощения.
- 11.2. Каковы источники потерь, определяющие КПД фотоэлемента?
- 11.3. В чем отличие спонтанного и вынужденного излучения?
- 11.4. Поясните, за счет каких процессов происходит преобразование электрической энергии в световую в светодиодах?
- 11.5. Чем определяется цвет излучения светодиода?

### Задачи к главе

- 11.1 Нарисуйте и объясните характеристики фотодиода в вентильном режиме для нескольких световых потоков. Укажите на характеристиках режимы холостого хода и короткого замыкания. Приведите схему включения фотодиода, работающего в этом режиме.
- 11.2. Какими физическими явлениями можно объяснить уменьшение фототока с ростом частоты модуляции светового потока?
- 11.3. Фотодиод ФД-1, вольт-амперные характеристики которого изображены на рис. 11.5, используется в схеме по рис. 11.6. Напряжение источника  $U = 100$  В. Построить графики зависимости фототока от светового потока при сопротивлениях резисторов нагрузки  $2$  МОм,  $100$  кОм и  $0$ . Размер светочувствительной поверхности  $S = 5$  мм<sup>2</sup>.

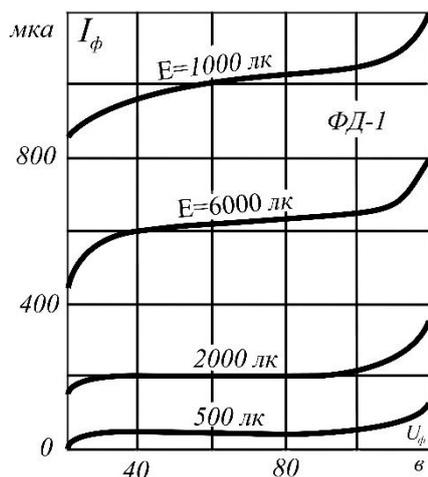


Рис. 11.5.

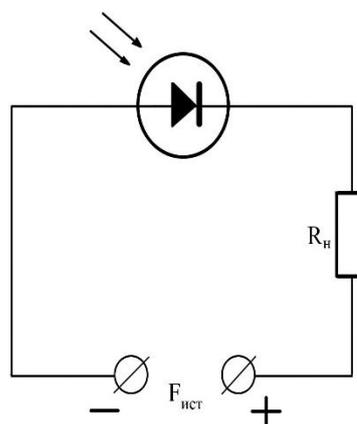


Рис. 11.6.

11.4. Чем ограничена максимальная фотоЭДС фотодиода, работающего в вентильном режиме?

11.5. Определить скорость оптической генерации  $g$  неравновесных носителей заряда в пластине кремния на глубине 100 мкм от освещаемой поверхности при фотовозбуждении монохроматическим излучением интенсивностью  $I_0=10^{20} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , если показатель поглощения материала на длине волны излучения  $\alpha=5 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$ , а коэффициент отражения излучения  $R=0,3$ .

11.6. Определить избыточную концентрацию носителей заряда в эпитаксиальном слое кремния толщиной  $b=20 \text{ мкм}$  при оптическом возбуждении монохроматическим излучением с интенсивностью  $I=10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , если время жизни неравновесных носителей заряда  $\tau=10 \text{ нс}$ , а показатель собственного поглощения кремния на длине волны излучения  $\alpha=2000 \text{ м}^{-1}$ . Квантовый выход внутреннего фотоэффекта  $\eta$  принять равным единице.

## Приложение

### Приложение 1

#### Физические константы

|                                    |   |                      |
|------------------------------------|---|----------------------|
| 1.3807·10 <sup>-23</sup> Дж/К      | Постоянная Больцмана                      | <i>k</i>             |
| 6.022·10 <sup>23</sup> Дж/(К·моль) | Постоянная Авогадро                       | <i>N<sub>a</sub></i> |
| 9.81 м/с <sup>2</sup>              | Ускорение свободного падения              | <i>g</i>             |
| 9.1095·10 <sup>-31</sup> кг        | Масса покоя электрона                     | <i>m<sub>e</sub></i> |
| 1.6749·10 <sup>-27</sup> кг        | Масса покоя протона                       | <i>m<sub>p</sub></i> |
| 1.602·10 <sup>-19</sup> Кл         | Заряд электрона                           | <i>e</i>             |
| 2.9979·10 <sup>8</sup> м/с         | Скорость света в вакууме                  | <i>c</i>             |
| 6.626·10 <sup>-34</sup> Дж·с =     | Постоянная Планка                         | <i>h</i>             |
| 4.136·10 <sup>-15</sup> эВ·с       |   |                      |
| 1.055·10 <sup>-34</sup> Дж·с       | Постоянная Планка для циклической частоты | <i>ħ</i>             |

### Приложение 2

#### Приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

| Кратные   |             |                  | Дольные   |             |                   |
|-----------|-------------|------------------|-----------|-------------|-------------------|
| приставка | обозначение | множитель        | приставка | обозначение | множитель         |
| экса      | Э           | 10 <sup>18</sup> | атто      | а           | 10 <sup>-18</sup> |
| пета      | П           | 10 <sup>15</sup> | фемто     | ф           | 10 <sup>-15</sup> |
| тера      | Т           | 10 <sup>12</sup> | пико      | п           | 10 <sup>-12</sup> |
| гига      | Г           | 10 <sup>9</sup>  | нано      | н           | 10 <sup>-9</sup>  |
| мега      | М           | 10 <sup>6</sup>  | микро     | мк          | 10 <sup>-6</sup>  |
| кило      | к           | 10 <sup>3</sup>  | милли     | м           | 10 <sup>-3</sup>  |
| гекто     | г           | 10 <sup>2</sup>  | санتي     | с           | 10 <sup>-2</sup>  |
| дека      | д           | 10 <sup>1</sup>  | деци      | д           | 10 <sup>-1</sup>  |

## *Литература*

1. Антипов Б. Л., Сорокин В. С., Терехов В. А. Материалы электронной техники: Задачи и вопросы. 3-е изд., стер./Под ред. В. А. Терехова. – СПб.: Издательство «Лань», 2003. – 208 с.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. – М.: Наука. – Москва, 1977. – 670 с.
3. Орлов А.М., Костишко Б.М., Скворцов А.А. Физические основы технологии полупроводниковых приборов и интегральных микросхем. Учебное пособие. – Ульяновск. УлГУ, 2001. – 370 с.
4. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твердого тела. – Изд-во: Нижегородского гос. университета, 1993. – 491 с.
5. Пасынков В.В., Сорокин В.С. Материалы электронной техники. Учебник. 5-е изд., стер. - СПб.: Издательство «Лань». 2003. - 368 с.
6. Пасынков В.В., Чиркин Л.К. Полупроводниковые приборы. Учебник для вузов. 7-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань». 2003. - 480 с
7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.–М.: «Физматлит», 2009. – 496 с.
8. Шалимова К.В. Физика полупроводников. Учебник. 4-е изд., стер. – СПб.: Лань, 210. – 400 с.

ISBN 978-1-716-03102-1



9 781716 031021

Усл. печ. л. 5.3.

Объем издания 5.8 МВ

Оформление электронного издания:

НОО Профессиональная наука, [mail@scipro.ru](mailto:mail@scipro.ru)

Дата размещения: 25.10.2021 г.

URL: <http://scipro.ru/conf/physics.pdf>