ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ

Сборник научных трудов
по материалам
Международного симпозиума

www.scipro.ru

НАУЧНАЯ ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАУКА

Фундаментальные основы и практические перспективы

Сборник научных трудов
по материалам Международного симпозиума

15 ноября 2023 г.

www.scipro.ru
Самара, 2023

УДК 001
ББК 72

Главный редактор: Н.А. Краснова
Технический редактор: Ю.О.Канаева

Фундаментальные основы и практические перспективы: сборник научных трудов по материалам Международного симпозиума, 15 ноября 2023 г., Самара: Профессиональная наука, 2023. – 38 с.

ISBN 978-1-4466-6093-5

В сборнике научных трудов рассматриваются актуальные вопросы развития экономикики, политологии, юриспруденции, технических наук и т.д. по материалам Международного симпозиума **«Фундаментальные основы и практические перспективы»**, состоявшейся 15 ноября 2023 г. в г. Самара.

Сборник предназначен для научных и педагогических работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов с целью использования в научной работе и учебной деятельности.

Все включенные в сборник статьи прошли научное рецензирование и опубликованы в том виде, в котором они были представлены авторами. За содержание статей ответственность несут авторы.

Электронная версия сборника находится в свободном доступе на сайте www.scipro.ru.

При верстке электронной книги использованы материалы с ресурсов: PSDgraphics

УДК 001

ББК 72

9 781446 660935

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. ОБРАЗОВАНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ: НОВЫЕ ПУТИ СИНТЕЗА ЗНАНИЙ

УДК 37.013

Юрьева А.В. Путь студента в познании себя как личности

Way of the student in cognition itself as personalities

Юрьева Алёна Викторовна,
кандидат социологических наук,
преподаватель СПО
Yuryeva Alyona Victoriana

Аннотация. *В данной статье, мы постарались доказать, что саморазвитие и самореализация студента требует от него сознательного выбора и определенных усилий, предпринимаемых в нужном для этого направлении. Так же мы заострили внимание на том, что саморазвитие выступает как основной способ, механизм самореализации. Постарались доказать, что очень важно, то, что в ходе профессиональной практики студенты приобретают первоначальный опыт самореализации в будущей профессиональной деятельности.*
Ключевые слова: *студенты, сознание, развитие, деятельность, контроль*
Abstract. *In given to article, we tried to prove that development itself and realization itself student requires from it conscious choice and determined effort, undertaken in necessary for this direction. In the same way we have sharpened attention on that that development itself emerges as the main way, mechanism to realization itself. Tried to prove that much it is important that in the course of professional practical persons students gain the initial experience to realization itself itself in future professional activity.*
Keywords: *students, consciousness, development, activity, checking*

Мы думаем, чтобы понять себя, познать себя, свои недостатки, оценить уровень своих возможностей и способностей, свое место и роль в жизни надо начать действовать: развивать культуру мышления. Нам кажется, что только человек с развитой культурой мышления, овладевший компетенциями будущей профессиональной деятельности способен своевременно оценить процессы, происходящие в обществе, принять на себя ответственность за принимаемое нестандартное решение.

При этом, исходя из вышесказанного, мы можем утверждать, что надо обязательно осознать степень своей ответственности, зависимость от мира и связи с ним, так как, только осознавая эту ответственность, человек не совершит действий, наносящих вред ближнему, обществу, природе, Вселенной.

На важность понимания человеком своей ответственности за свои деяния перед обществом указывали Н. А. Бердяев и В. В. Розанов, рассуждая о важности формирования духовно развитого и свободного человека, способного к культурному творчеству и социальной активности. Вопрос этики для человека должен быть главным всегда [4].

Мы все прекрасно знаем, что каждый человек имеет свои индивидуальные особенности, склонности, поэтому, чтобы строить свою жизнь человеку будет значительно легче, если у него будут четкие представления о своих способностях и возможностях, по достижению цели, которую он ставит перед собой, а также будет запас знаний о способах организации своего движения к цели.

Следовательно, мы можем сделать вывод, чтобы усовершенствовать себя и свою жизнь, каждый должен осознавать свои особенности и возможности, осуществить «психоанализ», т.е. определить состояние и уровень развития сознания и самосознания.

Развитие сознания человека происходит в процессе познания им окружающего мира. Познавая мир, человек стремится воздействовать на него и преображать его. А чтобы достичь этого, сознание должно развить такие функции, как программирование деятельности, выработка решений и их реализация. При этом человек изучает и себя, т.е. его сознание направляется внутрь самого себя как субъекта, оценивает свои способности и акты деятельности. При этом формируется самосознание человека, т.е. знание человека о самом себе и своих возможностях.

По утверждению философов, самосознание — это «выделение человеком себя из объективного мира, осознание и оценка своего отношения к миру, себя как личности, своих поступков, действий, мыслей и чувств, желаний и интересов» [9].

Потребность человека в осознании своих способностей служит толчком в развитии его самосознания. Мы согласны с определение самосознания Н. М. Борытко, который утверждает следующее: «Самосознание — это осознание человеком себя как личности и индивидуальности, своей способности принимать самостоятельные решения и вступать на этой основе в сознательные отношения с людьми и природой, неся ответственность за принятые решения и действия»[6, с. 45].

Исходя из данного определения, мы делаем вывод, что сознание и самосознание призваны совершенствовать деятельность человека, т.е. повышать эффективность и надежность его как системы, действующей во внешнем мире.

«Самосознание как вершина человеческой психики включает следующие три тесно взаимосвязанных компонента: самопознание, самоконтроль, самосовершенствование» [7, с. 294].

Обратим внимание на рис. 1. на нем мы постарались представить взаимосвязь понятий «самосознание», «самопознание», «самоконтроль», «самосовершенствование».

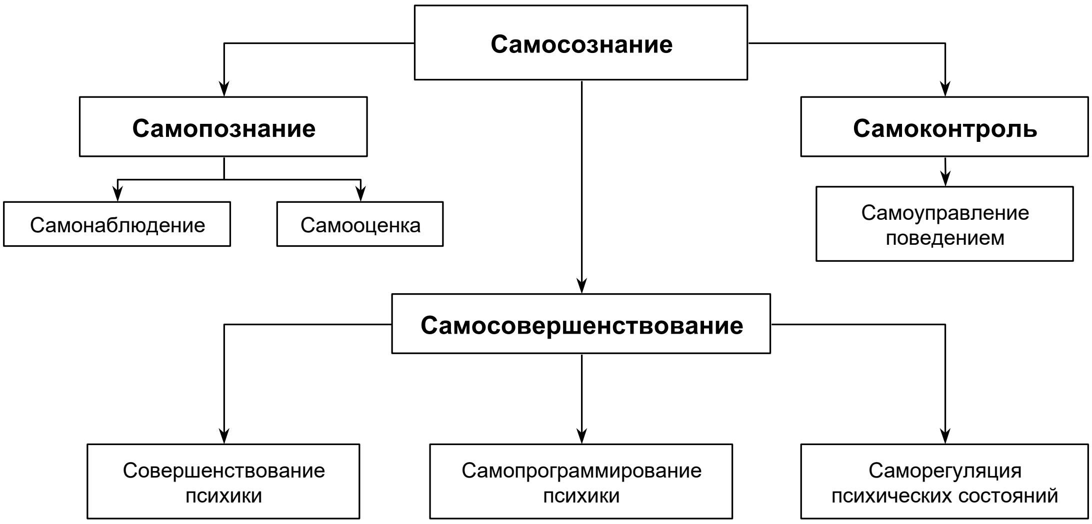

Рис. 1. Представлена взаимосвязь понятий «самосознание», «самопознание», «самоконтроль», «самосовершенствование».

Мы видим, что самопознание начинается с самоосознания своих потребностей, сил и возможностей, своих умений и способностей. И мы вполне согласны с этим утверждением, так как самопознание приводит к пересмотру своих целей и ценностей, т.е. к осуществлению самоанализа своего поведения и своих поступков [3].

Самопознание включает самонаблюдение и самооценку.

Самонаблюдение позволяет человеку соотнести результаты своей деятельности со своими целями, а также с интересами общества. Кроме того, в процессе самонаблюдения человек познает собственную психику, ее индивидуальные особенности, ее нацеленность на решение задач, поставленных собой или обществом.

Далее в своих рассуждениях, нам бы хотелось обратиться к работам В. И. Андреева. Он рекомендует постоянно заниматься самонаблюдением, подчиняя этот процесс особым правилам. Интересно, то , что он обращает внимание на то, что «в методе самонаблюдения имеются некоторые особенности. Без правильного понимания и применения их метод самонаблюдения или не срабатывает, или крайне неэффективен» [3, с. 102-112].

Мы поддерживаем эту точку зрения автора, ведь, чтобы процесс самопознания протекал эффективно, надо ощутить «в себе Я как бы двух человек. Одно Я — это бесстрастный регистратор, наблюдающий вас как бы со стороны, второе Я — активная, действующая в прежнем режиме личность, то есть вы сами» [3, с. 113-118].

В процессе самонаблюдения человек выделяет свои типичные недостатки, например, неумение, поддерживать диалог в процессе общения в коллективе. Далее анализирует особенности характера, другие личностные качества, которые не позволяют ему быть успешным в общении, отстаивать свою точку зрения в диалоге. Вывод, к которому приходит человек после анализа результатов самонаблюдения – это самооценка.

Самооценка — это оценка человеком своего духовного и физического состояния и своего отношения к другим людям[6, с.23].

Осуществляя самооценку, человек оценивает, прежде всего, результаты своей деятельности, т.е. дает оценку достигнутого им при движении к запланированной цели. Затем он оценивает свои возможности и способности и определяет, насколько успешным будет его дальнейшее продвижение к цели. Одним из факторов развития личности можно считать низкую самооценку результата в сочетании с высокой самооценкой потенциала. В ходе самооценки человек соотносит свои поступки и действия с общепринятыми в обществе принципами и убеждениями.

Мы думаем, что углубленному проведению самопознания могут способствовать тесты, позволяющие получить информацию об уровне развития способностей и личностных качеств, так как в процессе самотестирования человек получает новую информацию о самом себе и далее размышляет о том, на развитие каких способностей ему необходимо обратить внимание и как обеспечить их развитие. И только на основании этих выводов, мы считаем, он разрабатывает программу саморазвития своих личностных качеств. Таким образом, человек, давая верную оценку, способен осуществить управление своим поведением, т.е. самоконтроль и самосовершенствование.

Самоконтроль — это самоуправляемое поведение. Осуществляя самоконтроль, человек держит себя в рамках общественных требований, моральных норм, принятых в данном обществе. Самоконтроль является главным условием самосовершенствования. Чувство ответственности и долга является своеобразной формой самоконтроля. Трезвый взгляд на самого себя заставит каждого задуматься над самосовершенствованием[8, с.33-38].

Только, на наш взгляд, определив для себя цели и смысл жизни, каждый человек творит и наполняет событиями свою настоящую жизнь и при этом постоянно самосовершенствуется, поэтому мы полностью согласны с В. И. Андреевы, который рассматривает самосовершенствование личности как процесс: «Самосовершенствование личности — это процесс прогрессивных количественных и качественных изменений личности под воздействием внешних факторов, а главным образом, внутренних личностно значимых мотивов, потребностей, целей и планов» [1, с. 134].

Изучая научную литературу, мы видим, что самосовершенствование личности связано и с совершенствованием психики. Выделяют три вида формирования психики: стихийное, целенаправленное, самоформирование.

«Основная задача сводится здесь к тому, чтобы регулировать стихийное формирование психики различными общественными методами, обеспечивая ее развитие в нужном обществу направлении. Целенаправленное формирование психики осуществляется с помощью повседневной учебной и воспитательной работы» [7, с. 303].

Самопрограммирование психики начинается с формирования цели действия. Оно помогает решить задачи: приобретать новые знания, вырабатывать новые навыки и привычки, повышать уровень самосознания и его регулирующее влияние на поведение и деятельность.

Выдающийся психолог Л. П. Гримак считает, и мы вполне, согласны с ним, что человека надо с детства учить пользоваться своим собственным мозгом, и прививать навыки управления своим состоянием, самочувствием, мышлением. А для этого предстоит разработать методы тренировки памяти, внимания, развития наблюдательности, способности к сосредоточению и манипуляции образами. [7, с. 347].

Поэтому на наш взгляд, уместно вспомнить высказывание известного врача-психолога Норбекова: «Извне поменять человеческую природу невозможно. Она переплавляется изнутри, самим человеком, его желанием, стремлением и железной волей» [8, с. 57].

Осуществив трезвую оценку своей деятельности, индивиду необходимо совершить следующие шаги:

- оценить свои возможности и способности, выделить главные устремления;
- сформировав главную цель, сосредоточиться на ее достижении;
- разработать детализированный план своих действий, обозначить этапы движения к цели;
- поэтапно решать поставленные задачи;
- добиться гармоничных отношений с окружающими, давая им понять, что его цели не ущемляют их интересов.

Какой бы деятельностью человек ни занимался, он стремится к самосовершенствованию. Таким образом, мы можем сделать вывод, что только постоянно работая над развитием своего интеллекта, своих творческих способностей, человек наиболее полно самореализуется в жизни. Хочешь преуспеть в современном мире — работай над собой, над развитием своих интеллектуальных, профессиональных, общекультурных способностей. Необходимо иметь профессиональные притязания, стремиться реализовать свои творческие способности. Иметь свой идеал, достичь уровня его творческого потенциала.

Необходимо приучить себя к постоянной рефлексии собственной деятельности для того, чтобы выяснить:

а) причину своих неудач;

б) что необходимо сделать, чтобы предупредить неудачу;

в) какие ошибки не следует повторять впредь;
г) что необходимо сделать, чтобы стойко пережить неудачу.

Чтобы процесс самосовершенствования протекал эффективно, мы думаем, необходимо руководствоваться правилами творческого саморазвития. А также опираться на принципы: системности, творческой рефлексии или самопознания, периодической мобилизации и релаксации, информативности, самоуправления саморазвитием, индивидуализации учебно-творческой деятельности, оптимизма [2, с. 170–235].

Поэтому, опираясь на принципы и правила творческого саморазвития, каждый человек лично разрабатывает программу самосовершенствования, так как каждому предстоит развивать разные личностные качества и проектировать стратегию своего развития.

Изучая научную литература, по нашей теме, мы можем утверждать, что успешность в самосовершенствовании зависит от мотивированности личности, то есть от внутренней установки на развитие необходимых личностных качеств, позволяющих стать успешным в профессиональной деятельности. Исходя из этого высказывания, прогрессивные количественные и качественные изменения приведут к развитию творческих способностей личности, охватывающих все ее сферы (интеллектуальную, волевую, эмоциональную).

Таким образом, мы пришли к выводу, что только постоянно работая над развитием своего интеллекта, своих творческих способностей, студент наиболее полно самореализуется в жизни. Необходимо чтобы студент имел свои притязания, стремился реализовать свой творческий потенциал. «Недовольство собой лежит в самом основании самореализации» [2].

Самореализация – это раскрытие потенциальных способностей индивида в процессе его целенаправленной деятельности, в процессе саморазвития [3].

Хотелось бы заострить своё внимание на том, что В. В. Байлук в своей книге «Человекознание» подчеркивает очень важную мысль, что у многих россиян «пока еще не сформировалась потребность, установка на самореализацию, ориентирующая полагаться в жизни своей, прежде всего на самого себя, на способность самостоятельно принимать решения и отвечать за них» [2, с. 57].

Поэтому только объективная самооценка студентами собственных возможностей, умений и навыков, методов деятельности и ее результатов будет способствовать развитию их самосознания.

На наш взгляд, важно, чтобы студенты осознали, что они смогут добиться результатов в самореализации, если достаточно глубоко осознают и дадут внутреннюю установку на то, чтобы непременно стать лучше, реализовать свои творческие способности.

Исходя из вышеизложенного, мы можем смело утверждать о том, что педагогическая среда должна способствовать самореализации, студента, способствовать его творческой самореализации.

«Творческая самореализация — это процесс осуществления творческих замыслов для достижения намеченных целей в решении лично значимых проблем, позволяющих личности максимально полно реализовать свой творческий потенциал» [1, с. 132].

Развитие творческой самореализации студентов, происходит при включении в научно-исследовательскую личностно значимую для них творческую деятельность, в процессе которой они максимально полно реализует свой творческий потенциал».

Из своего педагогического опыта, мы видим, что образование — это лишь базис, основа для саморазвития, самосовершенствования и самореализации студента в будущей профессиональной деятельности.

Таким образом, мы приходим к выводу, что саморазвитие и самореализация студента требует от него сознательного выбора и определенных усилий, предпринимаемых в нужном для этого направлении. Причем «...саморазвитие выступает как основной способ, механизм самореализации» [3, с. 34]. И очень важно, на наш взгляд, то, что в ходе профессиональной практики студенты приобретают первоначальный опыт самореализации в будущей профессиональной деятельности.

Библиографический список

1. Азаров, Ю. П. Тайны педмастерства [Текст]: учеб. метод. пособие /Ю. П. Азаров. – Воронеж: МОДЭК, 2018. – 432 с.

2. Акулова, О. А., Радионова Н. Ф., Тряпицына А. П. Компетентностный подход как ориентир модернизации педагогического образования [Текст] / О. А. Акулова, Н. Ф. Радионова, А. П. Тряпицына // Академические чтения. – СПб., 2020. – Вып. 6. – С. 12

3. Власова, Е. А. Профессиональное саморазвитие будущих социальных педагогов как аспект становления конкурентоспособности личности [Текст] / Е. А. Власова // Становление творческой личности в условиях развивающей среды. Современные педагогические технологии в аспекте формирования конкурентоспособности личности: материалы восьмой региональной научно-практической конференции. – Балашов: Фомичев, 2019. – С. 20-22.

4. Вульфов, Б. З., Основы педагогики [Текст]: Учеб. пособие / Б. З. Вульфов, В. Д.Иванов. Ун-т Рос. Акад. образования. – М. : Изд-во УРАО, 2020. – 616 с.

5. Дремова, Н. Б. Совершенствование педагогического мастерства [Текст] / Н. Б. Дремова // Высшее образование в России. - 2021. - №1. – с. 117 – 120.- Из жизни вуза.

6. Заводчиков, Д. П. Технологии определения состава ключевых компетенций работников [Текст] / Д. П. Заводчиков // Современные проблемы организационной психологии [Текст]: Мат. Всерос. науч.-практ. конференции / Рос. гос. проф.-пед. ун-т– Екатеринбург, 2018. – С. 10-22.

7. Лазуткина, Л. Н. Основы педагогического мастерства преподавателя [Текст] / Л. Н. Лазуткина // Наука и шк. – 2017. - №5. – с. 36-37.

8. Лобанов, А. А. Основы профессионального – педагогического общения [Текст] : Учеб. пособие для студентов вузов / А. А. Лобанов. – М. : Академия, 2020. – 192 с.

9. Морева, Н. А. Основы педагогического мастерства [Текст]: учебное пособие для студентов вузов по спец.030900 Дошк. пед. психол. / Н. А. Морева. - М.. : Просвещение, 2019. - 320 с.

10. Парамонова, М. Е. Основы и сущность педагогического мастерства преподавателя [Текст] / М. Е. Парамонова // Педагогические системы творчества: материалы 6-ой Междунар. науч. - практ. конф., 10 -12 дек. 2017г., Екатеринбург; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, – ч. 3. – с.179 -182.

11. Шабалкина, С. Е. Образование и общество [Текст] / С. Е. Шабалкина // Научный информационно-аналитический журнал – 2020. – № 3. Режим доступа: http: //jeducation.ru/3_2020/52/html.

_

СЕКЦИЯ 2. ЭКОНОМИКА И ЭКОЛОГИЯ: УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ

УДК 330.4; 338.12

Мамонова М.О., Сироткина Л.Н. Отношение предпочтения выпуска двух видов продукции в задаче об использовании ресурсов. Часть 2

The ratio of preference for the output of two types of products in the problem of resource use. Part 2

Мамонова Мария Олеговна
Сироткина Людмила Николаевна
1. Ученица, муниципальное автономное общеобразовательное учреждение города Новосибирска "Гимназия № 11 "Гармония"
Новосибирск, Россия
2. Учитель математики, Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение города Новосибирска "Средняя общеобразовательная школа №11",
Новосибирск, Россия
Mamonova Mariya Olegovna
Sirotkina Lyudmila Nikolaevna
1. schoolgirl, Municipal autonomous educational institution of the City of Novosibirsk 'Gymnasium No. 11 "Harmony"
Novosibirsk, Russia
2. math teacher, Municipal budgetary general educational institution " Secondary school No. 11",
Novosibirsk, Russia

Аннотация. *Введение. Одним из инструментов анализа выпуска продукции и использования ресурсов является задача об оптимальном использовании ресурсов, являющаяся задачей линейного программирования. В статье рассматривается задача об оптимальном использовании трёх ресурсов при выпуске двух видов продукции. Для этой задачи выделяется вопрос исследования условий производства, при которых предприятию выгодно выпускать только один вид продукции. Постановка задачи. Рассматривается экономико-математическая модель задачи об оптимальном использовании ресурсов в виде пары двойственных задач линейного программирования, для которых определяется отношение предпочтения выпуска продукции. Целью исследования является поиск условий на показатели модели, при которых наблюдается отношение предпочтения одного вида продукта над другим. Методика и методология исследования. Для исследования используется методика анализа теории двойственности в линейном программировании. Определяются показатели пары задач, их связь с коэффициентами модели. Результаты. Рассматриваются все случаи полноты расхода ресурсов в оптимальном плане. Для каждого случая определяются границы для показателя относительной эффективности производства для двух видов продукции. Также для каждого случая определяются оптимальные решения двойственной задачи, статусы ресурсов и границы их оценок. Выводы. В выводах представляются границы изменения относительной эффективности производства для двух видов продукции.*

Ключевые слова: *задача линейного программирования, задача об оптимальном использовании ресурсов, двойственная задача, отношение предпочтения выпуска, предельная оценка использования ресурса, теорема равновесия*

Abstract. *Introduction. One of the tools for analyzing output and resource utilization is the optimal use of resources, which is a linear programming problem. The article discusses the problem of the optimal use of three resources in the production of two types of products. For this task, the question of studying the production conditions under which it is profitable for the enterprise to produce only one type of product is allocated. Purpose setting. An economic-mathematical model of the problem of optimal use of resources is considered in the form of a pair of dual linear programming problems, for which the ratio of preference for output is determined. The purpose of the study is to find the conditions for model indicators in which the ratio of preference for one type of product over another is observed. Methodology and methods of the study. For the study, the author uses the method of analyzing the theory of duality in linear programming. The indicators of a pair of tasks and their relationship with the coefficients of the model are determined. Results. All cases of completeness of resource expenditure in optimal terms are considered. For each case, the boundaries for the relative efficiency of production for the two products are determined. Also, for each case, the optimal solutions to the dual problem, the status of resources, and the boundaries of their estimates are determined. Conclusion. The conclusions present the limits of the change in the relative efficiency of production for the two types of products.*
Keywords: *the problem of optimal use of resources, linear programming problem, dual task, Release Preference Attitude, marginal estimation of resource usage, equilibrium theorem*

Введение. Одним из инструментов анализа использования ресурсов в производстве продукции является одна из задач линейного программирования – «Задача об оптимальном использовании ресурсов» (ЗОИР). В работе [1] ЗОИР была представлена в виде пары двойственных задач линейного программирования, определён экономический смысл переменных обеих задач и указаны связи оптимальных решений этой пары. Поиск оптимальных планов и их анализ с помощью ЗОИР уже был рассмотрен в частных случаях. Так в статье [2] ЗОИР рассматривалась для двух ресурсов и двух видов продукции, а в статье [3] результаты анализа были представлены в виде таблицы. Исследование использования трёх ресурсов в производстве двух видов продукции было проведено в статьях [4-8].

Среди вопросов использования ресурсов в производстве продукции рассматривается вопрос поиска таких условиях, при которых предприятию не выгодно производить тот или иной вид продукции, в частности, когда предприятию из двух видов продукции выгодно производить только один.

В статье [4] такая задача рассматривалась при использовании двух ресурсов. В ней было определено отношение предпочтения выпуска одного вида над другим. Это отношение определяет для предприятия приоритетный выпуск продукции. В статье [5] рассматривался вопрос приоритетного выпуска для двух видов продукции с использованием трёх ресурсов. Эта статья является второй частью исследования, проведённой в [5].

1. Постановка задачи. Целью работы является поиск условий в производстве двух видов продукции с использованием трёх ресурсов, когда наблюдается предпочтение выпуска одного из двух видов продукции над другим, а конкретно второго вида над первым. Предпочтение выпуска первого вида над вторым был рассмотрен в первой части, статье [5].

Как и в [5] сначала сформулируем ЗОИР для двух видов продукции с использованием трёх ресурсов. Эта задача так же рассматривалась в статьях [1] и [5-8]. И в них тоже формулировалась ЗОИР выпуска двух видов продукции с использованием трёх ресурсов.

Предприятие производит два вида продукции A_1 и A_2, используя три ресурса R_1, R_2 и R_3 запасы которых соответственно равны: b_1 ед. ресурса R_1, b_2 ед. ресурса R_2, b_3 ед. ресурса R_3. На единицу продукции A_1 требуется: a_{11} ед. ресурса R_1, a_{21} ед. ресурса R_2 и a_{31} ед. ресурса R_3. На единицу продукции A_2 расходуется: a_{12} ед. ресурса R_1, a_{22} ед. ресурса R_2 и a_{32} ед. ресурса R_3. Предполагаем, что для предприятия определён показатель эффективности производства. Для единицы продукции видов A_1 и A_2 значение показателя эффективности равно: c_1 руб. и c_2 руб. Требуется составить такой план выпуска продукции предприятия видов A_1 и A_2, чтобы показатель эффективности производства для всей выпущенной продукции был максимальным.

Далее сформулируем экономико-математическую модель, как и в статьях [1], [5-8].

Для этого определим переменные задачи: x_1 – количество продукции A_1, произведённое предприятием, x_2 – соответственно, количество продукции A_2. Целевой функцией ЗОИР выбираем показатель эффективности производства предприятия, который обозначим Z. Ограничениями в системе условий задачи будут ограничения на расход каждого ресурса и условие положительности переменных, так как объёмы выпускаемой продукции не могут быть отрицательными.

В результате получается экономико-математическая модель ЗОИР, которая была рассмотрена в [1] и [5-8]:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & \le & b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & \le & b_2 \\ a_{31}x_1 & +a_{32}x_2 & \le & b_3 \end{cases} \quad . \qquad (1.1)$$
$$x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0$$
$$Z = c_1x_1 \quad +c_2x_2 \quad \to \quad max$$

Отметим, что для модели ЗОИР все коэффициенты в системе неравенств и целевой функции положительные.

Для каждого неравенства задачи (1.1) определяются дополнительные переменные y_1, y_2 и y_3:

$$y_1 = b_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2), \qquad (1.2)$$
$$y_2 = b_2 - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2), \qquad (1.3)$$
$$y_3 = b_3 - (a_{31}x_1 + a_{32}x_2). \qquad (1.4)$$

Дополнительные переменные являются остатками ресурсов.

Как в [1] и [5-8] определяются переменные в двойственной задаче. Определим через u_i – оценку единицы ресурса R_i, используемого в производстве продукции A_1 и A_2, i=1, 2, 3. Оценку единицы ресурса также будем называть двойственной оценкой или просто оценкой ресурса, а их оптимальные значения предельными оценками, предельной эффективностью или предельной полезностью. Как и в статьях [1], [5-8] через *W* обозначим суммарную оценку используемых предприятием ресурсов R_1, R_2 и R_3. Тогда , как и в [5-8], экономико-математическая модель оценок ресурсов, используемых в производстве, будет иметь вид:

$$\begin{cases} a_{11}u_1 + a_{21}u_2 + a_{31}u_3 \geq c_1 \\ a_{12}u + a_{22}u_2 + a_{32}u_3 \geq c_2 \end{cases} \\ u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0 \quad u_3 \geq 0 \\ W = b_1u_1 + b_2u_2 + b_3u_3 \rightarrow min \quad . \qquad (1.5)$$

Дополнительные переменные v_1 и v_2 в двойственной задаче определяются формулами:

$$v_1 = a_{11}u_1 + a_{21}u_2 - c_1, \qquad (1.6)$$

$$v_2 = a_{12}u_1 + a_{22}u_2 - c_2. \qquad (1.7)$$

Переменная v_j равна превышению суммарной полезности ресурсов, расходуемых для производства единицы продукции A_j над показателем эффективности этой единицы, [5]. Переменную v_j также называют двойственной оценкой способа производства продукции A_j или просто оценкой производства.

Для оптимальных решений сформулированной задачи условие предпочтения выпуска продукции A_2 над выпуском продукции A_1 определяется следующим образом:

Определение. Выпуск продукции A_2 предпочтителен выпуску продукции A_1, если существуют оптимальные планы пары задач (1.1) и (1.5), в которых

$$x_2^* > 0, \; v_1^* > 0. \qquad (1.8)$$

Таким образом, целью данной статьи является поиск условий, при которых оптимальные планы пары двойственных задач (1.1) и (1.5) удовлетворяют условиям (1.8).

2. Методика и методология исследования. Так как ЗОИР является задачей линейного программирования, то методами её исследования являются методы линейного программирования. Для поиска условий наличия предпочтения используется методика анализа с помощью теории двойственности, а именно, следствий второй теоремы двойственности (теоремы равновесия). В статьях [1-8] такой анализ проводился с использований системы показателей, которые можно разбить на пять групп.

В первую группу входят показатели, определяющиеся отношениями удельных расходов ресурсов для продукции видов A_2 и A_1.

Показатель k_i равен отношению удельного расхода ресурса R_i на производство продукции A_2 к его удельному расходу на продукцию A_1, (i=1, 2, 3):

$$k_i = \frac{a_{i2}}{a_{i1}}. \qquad (2.1)$$

К первой группе также отнесём показатель k, равный отношению показателей эффективности производства продукции A_2 и продукции A_1:

$$k = \frac{c_2}{c_1}. \qquad (2.2)$$

Для удобства анализа полагаем, что

$$k_1 < k_2 < k_3. \qquad (2.3)$$

и

$$a_{11} > 0, a_{12} > 0,\ a_{21} > 0,\ a_{22} > 0, a_{31} > 0, a_{32} > 0. \qquad (2.4)$$

Во вторую группу входят показатели, которые равны отношениям затрат двух ресурсов в производстве единицы продукции одного вида. Эти показатели были рассмотрены в статьях [5, 7-8].

Показатель $\beta_{im}^{(j)}$ равен отношение затрат ресурсов R_m и R_i в производстве единицы продукции A_j:

$$\beta_{im}^{(j)} = \frac{a_{im}}{a_{ij}}, \qquad (2.4)$$

где i=1, 2, 3; j=1, 2; s=1, 2, 3, i≠m.

Ко второй группе также отнесём показатель β_{im}, равный отношению запасов ресурсов R_m и R_i:

$$\beta_{im} = \frac{b_m}{b_i}, \qquad (2.5)$$

где i=1, 2; m=2, 3, i≠m.

В третью группу входят показатели, каждый из которых равен максимальному объёму продукции вида A_j , который можно произвести при полном использовании ресурса R_i:

$$n_{ij} = \frac{b_i}{a_{ij}}. \qquad (2.6)$$

где i=1, 2, 3; j=1, 2.

Также в третью группу включим показатель n_j, равный максимальному объёму продукции A_j, который можно выпустить, используя все ресурсы предприятия. Он равен

$$n_j = \min_{1 \le i \le 3} n_{ij}, \qquad (2.7)$$

где j=1, 2.

К четвёртой группе отнесём оценки, каждая из которых равна максимальной оценке ресурса в производстве единицы продукции:

$$p_{ij} = \frac{c_j}{a_{ij}}, \qquad (2.8)$$

где i=1, 2; j=1, 2, 3.

В пятую группу входят показатели, каждый из которых равен отношению удельных расходов ресурсов для продукции видов A_1 и A_2.

Показатель k_i' равен отношению удельного расхода ресурса R_i на производство продукции A_2 к удельному расходу ресурса R_i на продукцию A_1, (i=1, 2, 3):

$$k_i' = \frac{a_{i1}}{a_{i2}} = \frac{1}{k_i'}. \quad (2.9)$$

К пятой группе отнесём показатель k', равный отношению показателей эффективности производства продукции A_1 и продукции A_2:

$$k' = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{k}. \qquad (2.10)$$

Согласно двойному неравенству (2.3) и определениям (2.10) для показателей k_i' выполняется двойное неравенство

$$k_1' > k_2' > k_3'. \qquad (2.11)$$

3. Результаты исследования. Полагаем, что выпуск продукции A_2 имеет предпочтение в задачах (1.1) и (1.5), выполняется условие (1.8). По теореме равновесия справедливы соотношения:

$$v_2^* = 0 \text{ и } x_1^* = 0. \qquad (3.1)$$

Тогда второе ограничение двойственной задачи выполняется как равенство

$$a_{12}u_1^* + a_{22}u_2^* + a_{32}u_3^* = c_2, \qquad (3.2)$$

а первое ограничение двойственной задачи согласно (1.8) выполняется как строгое неравенство

$$a_{11}u_1^* + a_{21}u_2^* + a_{31}u_3^* > c_1. \qquad (3.3)$$

Найдём оптимальное решение прямой задачи, когда выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1.

В прямой задаче оптимальные значения переменных удовлетворяют условиям

$$x_1^* = 0 \text{ и } x_2^* > 0. \qquad (3.4)$$

Так как продукция A_1 не выпускается, то оптимальный объём выпуска продукции равен максимально возможному объёму, удовлетворяющему всем трём ограничениям прямой задачи (1.1). Это объём n_2. Поэтому

$$x_2^* = n_2. \qquad (3.5)$$

Определяем оптимальные остатки ресурсов из равенств (1.2)-(1.4):

$$y_1^* = b_1 - a_{12}n_2, \qquad (3.6)$$

$$y_2^* = b_2 - a_{22}n_2, \qquad (3.7)$$

$$y_3^* = b_3 - a_{32}n_2, \qquad (3.8)$$

Учитывая выражения (2.6), можно записать, что остатки ресурсов равны:

$$y_1^* = a_{12}n_{12} - a_{12}n_2 = a_{12}(n_{12} - n_2), \qquad (3.9)$$

$$y_2^* = a_{22}n_{22} - a_{22}n_2 = a_{22}(n_{22} - n_2), \qquad (3.10)$$

$$y_3^* = a_{32}n_{32} - a_{32}n_2 = a_{32}(n_{32} - n_2). \qquad (3.11)$$

Из (1.1) находим максимальное значение целевой функции Z

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2. \quad (3.12)$$

Найдём решение двойственной задачи при предпочтении выпуска A_2. Оптимальные значения переменных двойственной задачи будем искать в виде:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 = p_{12}t_1, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 = p_{22}t_2, \ u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 = p_{32}t_3, \qquad (3.13)$$

где параметры t_1, t_2, t_3 больше либо равны нуля.

Тогда оптимальные значения дополнительных переменных равны

$$v_1^* = a_{11} \cdot \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \quad + a_{21} \cdot \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \quad + a_{31} \cdot \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \quad - \quad c_1 > 0, \qquad (3.14)$$

$$v_2^* = a_{12} \cdot \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \quad + a_{22} \cdot \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \quad + a_{32} \cdot \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \quad - \quad c_2 = 0. \qquad (3.15)$$

Учитывая равенство (2.10), получаем, что

$$c_1 = k'c_2. \qquad (3.16)$$

Из соотношений (2.9), (3.14)-(3.16) записываем выражения для оптимальных оценок способов производства:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k_1' t_1 + k_2' t_2 + k_3' t_3 - k') > 0, \qquad (3.17)$$

$$v_2^* = c_2 \cdot (t_1 + t_2 + t_3 - 1) = 0. \qquad (3.18)$$

Из соотношений (3.17) и (3.18) определяем условия на параметры t_1, t_2, t_3:

$$k_1' t_1 + k_2' t_2 + k_3' t_3 > k', \qquad (3.19)$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 1, \qquad (3.20)$$

параметры t_1, t_2, t_3 положительные.

Минимальное значение целевой функции двойственной задачи равно согласно (1.5):

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t_1 + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}} t_2 + b_3 \cdot \frac{c_2}{a_{32}} t_3 = c_2 \cdot \left(\frac{b_1}{a_{12}} t_1 + \frac{b_2}{a_{22}} t_2 + \frac{b_3}{a_{32}} t_3\right) = c_2 n_2.$$

(3.21)

Минимальное значение целевой функции двойственной задачи равно согласно (1.5) можно представить следующим образом:

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t_1 + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}} t_2 + b_3 \cdot \frac{c_2}{a_{32}} t_3 = c_2 \cdot (n_{12} t_1 + n_{22} t_2 + n_{32} t_3). \qquad (3.22)$$

Кроме поиска оптимальных решений ЗОИР будем проводить их анализ. Для анализа оптимальных решений прямой задачи будем использовать свойство ресурсов быть «дефицитным» и «избыточным», [1].

Определение. Полагаем, что ресурс R_i является *дефицитным*, если его предельная оценка u_i^* строго больше нуля, [1].

Определение. Полагаем, что ресурс R_i является *избыточным*, если его остаток при оптимальном плане y_i^* строго больше нуля ($y_i^* > 0$), [1].

Отметим, что дефицитный ресурс при оптимальном плане расходуется полностью, а избыточный ресурс нет.

Рассмотрим возможные варианты полного расхода ресурсов для оптимальных планов при выполнении отношения предпочтения выпуска продукции A_2 над продукцией A_1. Полностью расходуются:

1) только ресурс R_1;

2) только ресурс R_2;

3) только ресурс R_3;

4) ресурсы R_1 и R_2;

5) ресурсы R_1 и R_3;

6) ресурсы R_2 и R_3;

7) все три ресурса.

Сначала рассмотрим варианты, когда полностью расходуется ресурс R_1 (варианты 1, 4, 5, 7), потом ресурс R_2 (варианты 2, 6), и в конце – ресурс R_3 (вариант 3).

3.1. *Предпочтение выпуска продукции A_2 в случае, когда полностью расходуется ресурс R_1.*

Полагаем, что выполняются условия (1.8) и полностью расходуется ресурс R_1. Тогда объём выпуска продукции A_2 равен n_{12}, так как

$$n_{12} = \min_{1 \le i \le 3} n_{ij} = n_2. \quad (3.1.1)$$

Значит

$$x_2^* = n_{12}, \quad (3.1.2)$$

остаток ресурса R_1 равен нулю

$$y_1^* = 0. \quad (3.1.3)$$

Оптимальные остатки ресурсов R_2 и R_3 равны

$$y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2), \quad (3.1.4)$$

$$y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2). \quad (3.1.5)$$

Из (3.12) максимальное значение целевой функции Zпри полном расходе ресурса R_1 равно

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{12}. \quad (3.1.6)$$

Вместе с ресурсом R_1 полностью могут расходоваться и ресурсы R_2, и R_3. Поэтому найдём оптимальные планы и проведём анализ для разных вариантов расхода ресурсов в оптимальном плане прямой задачи: 1) полностью расходуется только ресурс R_1, 2) ресурсы R_1 и R_2, 3) ресурсы R_1 и R_3, 4) все три ресурса R_1, R_2 и R_3.

3.1.1. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется только ресурс R_1.* Пусть при оптимальном плане полностью расходуется только ресурс R_1. Тогда при оптимальном плане остатки ресурсов R_2 и R_3 будут строго больше нуля. Это означает, что

$$y_1^* = 0,\ y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0,\ \ y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0, \quad (3.1.1.1)$$

так как

$$n_{22} > n_2, \qquad (3.1.1.2)$$

$$n_{32} > n_2. \qquad (3.1.1.3)$$

Найдём оптимальный план в двойственной задаче. Из оптимальных значений остатков ресурсов (3.1.1.1) следует, что в оценки ресурсов в двойственной задаче

$$u_1^* \geq 0, u_2^* = 0, \ u_3^* = 0. \qquad (3.1.1.4)$$

Тогда для плана (3.19) параметры t_1, t_2, t_3 должны быть равны:

$$t_1 = 1, t_2 = 0, \ t_3 = 0. \qquad (3.1.1.5)$$

Оптимальные значения переменных u_1, u_2, u_3 равны:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} = p_{12}, u_2^* = 0, \ u_3^* = 0. \qquad (3.1.1.6)$$

Оптимальные значение оценок производства v_1 и v_2 согласно (3.17)-(3.20) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k_1' - k') > 0, \ v_2^* = 0. \qquad (3.1.1.7)$$

Минимальное значение целевой функции W из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_2 = b_1 \cdot p_{12}. \qquad (3.1.1.8)$$

Условия (3.1.1.7) выполняются, когда

$$k' < k_1', \qquad (3.1.1.9)$$

что равносильно условию

$$k > k_1. \qquad (3.1.1.10)$$

Таким образом, при (3.1.1), (3.1.1.2) и (3.1.1.3) выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k строго больше k_1.

В этом случае оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_{12}), \quad (3.1.1.11)$$

$$Y^* = \big(0; a_{22}(n_{22} - n_2); a_{32}(n_{32} - n_2)\big), \qquad (3.1.1.12)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{12}. (3.1.1.13)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(\frac{c_2}{a_{12}} = p_{12}; 0; 0\right), \qquad (3.1.1.14)$$

$$V^* = (c_2 \cdot (k_1' - k'); 0), \qquad (3.1.1.15)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{12} = b_1 \cdot p_{12}. \qquad (3.1.1.16)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс R_1 будет дефицитным, а ресурсы R_2 и R_3 будут избыточными.

3.1.2. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы R_1 и R_2.* Пусть при оптимальном плане полностью расходуется два ресурса, R_1 и R_2, а ресурс R_3 расходуется не полностью. Остатки ресурсов будут удовлетворять условиям

$$y_1^* = 0, y_2^* = 0, \ y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0. \ (3.1.2.1)$$

Тогда выполняется соотношение (3.1.1.3) и

$$n_{12} = n_{22} = n_2. \qquad (3.1.2.2)$$

Из (3.13) и (3.1.2.1) следует, что

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \geq 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \geq 0,\ \ u_3^* = 0. \qquad (3.1.2.3)$$

Чтобы план (3.1.2.3) был оптимальным, согласно (3.19) и (3.20) параметры t_1, t_2, t_3 должны удовлетворять условиям:

$$t_1 \geq 0,\ t_2 \geq 0,\ \ t_3 = 0, \qquad (3.1.2.4)$$

$$t_1 + t_2 = 1, \qquad (3.1.2.5)$$

$$k_1' \cdot t_1 + k_2' \cdot t_2 \geq k'. \qquad (3.1.2.6)$$

Полагаем, что

$$t_1 = t,\ t_2 = 1 - t, \qquad (3.1.2.7)$$

Тогда на параметр t будут накладываться условия

$$0 \leq t \leq 1, \qquad (3.1.2.8)$$

$$k_1't + k_2'(1-t) \geq k'. \qquad (3.1.2.9)$$

Из (3.1.2.9) следует неравенство

$$t \geq \frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'}. \qquad (3.1.2.10)$$

Тогда параметр t удовлетворяет двойному неравенству

$$max\left\{0; \frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'}\right\} \leq t \leq 1. \qquad (3.1.2.11)$$

Проведём анализ последнего неравенства. Если

$$k' \leq k_2',\ k \geq k_2, \qquad (3.1.2.12)$$

то

$$max\left\{0; \frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'}\right\} = 0, \qquad (3.1.2.13)$$

и условие (3.1.2.11) будет иметь вид

$$0 \leq t \leq 1. \qquad (3.1.2.14)$$

При условии (3.1.2.7) оптимальные значения переменных $u_1^*,\ u_2^*,\ u_3^*$ равны

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} t, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}}(1-t),\ \ u_3^* = 0; \qquad (3.1.2.15)$$

оптимальные значения оценок производства v_1^* и v_2^* будут равны

$$v_1^* = c_2 t(k_1' - k_2') + c_2(k_2' - k') > 0,\ v_2^* = 0. \qquad (3.1.2.17)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}}(1-t) = c_2 \cdot (n_{12}t + n_{22} - n_{22}t). \qquad (3.1.2.18)$$

При выполнении условия (3.1.2.2) значение целевой функции будет равно W_{min}=$c_2 \cdot n_2 =$

$$c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22} = b_1 \cdot p_{12} = b_2 \cdot p_{22}. \qquad (3.1.2.19)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k больше либо равно k_2.

В этом случае оптимальный план прямой задачи:

$$X^*=(0; n_2 = n_{12} = n_{22}), \qquad (3.1.2.20)$$

$$Y^*=\left(0; 0; a_{32}(n_{32} - n_2)\right), \qquad (3.1.2.21)$$

$$Z_{max}=c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22}. \quad (3.1.2.22)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^*=\left(\frac{c_2}{a_{12}} t; \frac{c_2}{a_{22}}(1-t); 0\right), \qquad (3.1.2.23)$$

$$V^*=(c_2 t(k_1' - k_2') + c_2(k_2' - k'); 0), \qquad (3.1.2.24)$$

где

$$0 \le t \le 1. \, (3.1.2.25)$$

$$W_{min}=c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22} = b_1 \cdot p_{12} = b_2 \cdot p_{22}. \quad (3.1.2.26)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурсы R_1 и R_2 будут расходоваться полностью, но не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых оценка использования ресурса равна нулю. Так при t=0 в ноль обращается оценка u_1^*, при t=1 в ноль обращается оценка u_2^*. Ресурс R_3 будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки u_1^* и u_2^* в ноль не обращаются.

Если

$$k_2' < k' < k_1', \; k_1 < k < k_2, \qquad (3.1.2.27)$$

то

$$max\left\{0; \frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'}\right\} = \frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'}, \qquad (3.1.2.28)$$

и условие (3.1.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'} \le t \le 1. \qquad (3.1.2.29)$$

Поэтому

$$p_{12}\frac{k'-k_2'}{k_1'-k_2'} \le u_1^* \le p_{12}, \qquad (3.1.2.30)$$

$$0 \le u_2^* \le p_{22}\frac{k_1'-k'}{k_1'-k_2'}. \quad (3.1.2.31)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяется условие на параметр оптимального решения двойственной задачи t и интервалы изменения оценок u_1^* и u_2^*.

Заключаем, что при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) также выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k строго больше k_1 и строго меньше k_2.

Анализ оптимальных решений при значениях k, удовлетворяющих условию (3.1.2.27), показывает, что ресурс R_1 будет дефицитным, так как u_1^* в ноль не обращается. При t=1 в ноль обращается оценка u_2^*. Поэтому ресурс R_2 будет расходоваться полностью, но не будет дефицитным. Ресурс R_3 будет избыточным.

Отмечаем, что при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k строго больше k_1, как и для условий (3.1.1), (3.1.1.2), (3.1.1.3).

3.1.3. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы R_1 и R_3.* Рассматриваем случай, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы R_1 и R_3, а ресурс R_2 расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2.

В этом случае будут выполняться соотношения (3.1.1.2) и условие

$$n_{12} = n_{32} = n_2. \qquad (3.1.3.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = 0, y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0, \;\; y_3^* = 0. \quad (3.1.3.2)$$

Согласно (3.13) и (3.1.3.1) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \geq 0, u_2^* = 0, \;\; u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \geq 0. \qquad (3.1.3.3)$$

План (3.1.3.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры t_1, t_2, t_3 удовлетворяет условиям:

$$t_1 \geq 0, \; t_2 = 0, \;\; t_3 \geq 0, \qquad (3.1.3.4)$$

$$t_1 + t_3 = 1, \quad (3.1.3.5)$$

$$k_1' \cdot t_1 + k_3' \cdot t_3 \geq k'. \qquad (3.1.3.6)$$

Как и в 3.1.2 выразим параметры t_1, t_3 через параметр t:

$$t_1 = t, \; t_3 = 1 - t, \quad (3.1.3.7)$$

На t накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k_1' t + k_3'(1 - t) \geq k'. \qquad (3.1.3.8)$$

Из (3.1.3.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k_3'}{k_1' - k_3'}. \qquad (3.1.3.9)$$

Тогда параметр t удовлетворяет неравенству

$$max\left\{0; \frac{k' - k_2'}{k_1' - k_2'}\right\} \leq t \leq 1. \qquad (3.1.3.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя k'.

Пусть

$$k' \leq k_3', \; k \geq k_3. \qquad (3.1.3.11)$$

Тогда

$$max\left\{0; \frac{k' - k_3'}{k_1' - k_3'}\right\} = 0, \quad (3.1.3.12)$$

условие (3.1.3.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.1.3.7) оптимальные значения переменных u_1^*, u_2^*, u_3^* равны

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}}t, u_2^* = 0,\ u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}}(1-t); \qquad (3.1.3.13)$$

а оценки способов производства v_1^* и v_2^*:

$$v_1^* = c_2t(k_1' - k_3') + c_2(k_3' - k') > 0,\ v_2^* = 0. \qquad (3.1.3.14)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot (n_{12}t + n_{32} - n_{32}t). \qquad (3.1.3.15)$$

При выполнении условия (3.1.3.2) значение целевой функции будет равно W_{min}=$c_2 \cdot n_2 =$

$$c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \qquad (3.1.3.16)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.3.1) выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k больше либо равно k_3.

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^*=(0; n_2 = n_{12} = n_{32}), \qquad (3.1.3.17)$$

$$Y^*=(0; a_{22}(n_{22} - n_2); 0), \qquad (3.1.3.18)$$

$$Z_{max}=c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32}. \qquad (3.1.3.19)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^*=\left(\frac{c_2}{a_{12}}t; 0; \frac{c_2}{a_{32}}(1-t)\right), \qquad (3.1.3.20)$$

$$V^*=(c_2t(k_1' - k_3') + c_2(k_3' - k'); 0), \qquad (3.1.3.21)$$

где t удовлетворяет условию (3.1.2.25).

$$W_{min}=c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \qquad (3.1.3.22)$$

Анализ оптимальных решений (3.1.3.17)-(3.1.3.19) и (3.1.3.20)-(3.1.3.22) показывает, что ресурсы R_1 и R_2 будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при t=0 в ноль обращается оценка u_1^*, при t=1 в ноль обращается оценка u_3^*. Интервалы изменения параметров t_1, t_3 от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \le u_1^* \le p_{12}, \qquad (3.1.3.23)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}. \qquad (3.1.3.24)$$

Ресурс R_2 будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки u_1^* и u_2^* в ноль не обращаются.

Пусть

$$k_3' < k' < k_1',\ k_1 < k < k_3. \qquad (3.1.3.25)$$

Тогда

$$max\left\{0; \frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'}\right\} = \frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'}, \qquad (3.1.3.26)$$

и условие (3.1.3.10) будет иметь вид

$$\frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'} \le t \le 1. \qquad (3.1.3.27)$$

Поэтому

$$p_{12}\frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'} \le u_1^* \le p_{12}, \qquad (3.1.3.28)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}\frac{k_1'-k'}{k_1'-k_3'}. \qquad (3.1.3.29)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи t(3.1.3.27).

Анализ оптимальных решений для условия на коэффициенты k' и k (3.1.3.25) показывает, что ресурсы R_1 и R_2 будут расходоваться полностью. Ресурс R_1 будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса u_1^* в ноль не обращается. Ресурс R_3 не будут дефицитным, так как при t=0 его предельная оценки обращается u_3^* в ноль. Ресурс R_2 будет избыточным.

Заключаем, что для условий (3.1.1.2) и (3.1.3.1) отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1 выполняется, если k строго больше k_1 и строго меньше k_3.

Условием предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1 (3.1.1.11) и (3.1.3.1) будет отношение k строго больше k_1, как и для условий (3.1.1.3), (3.1.2.2).

3.1.4. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются все три ресурса.* Перейдём к рассмотрению варианта, когда все три ресурса расходуются полностью. Для него выполняются равенства показателей n_{11}, n_{21} и n_{31}, соотношения (3.1.1), (3.1.2.2) и (3.1.3.1).

Оптимальные остатки всех ресурсов будут равны нулю

$$y_1^* = 0, y_2^* = 0, \ y_3^* = 0. \qquad (3.1.4.1)$$

Оптимальные оценки в двойственной задаче также будут определяться формулами (3.10). Параметры t_1, t_2, t_3 должны быть положительными и удовлетворять условиям (3.16) и (3.17). Значения переменных v_1^* и v_2^* выражаются формулами (3.14) и (3.15).

Последовательно рассмотрим интервалы значений показателя k', когда он строго меньше k_1':

$$1. k' < k_3', \ k > k_3, \qquad (3.1.4.2)$$

$$2. \ k_3' \le k' < k_2', \ k_3 \ge k > k_2, (3.1.4.3)$$

$$3. \ k_2' \le k' < k_1', \ k_2 \ge k > k_1, (3.1.4.4)$$

Пусть k' удовлетворяет условию (3.1.4.2). Для параметров t_1, t_2, t_3 интервалы их значений. Из неравенства (3.16) следует, что при выполнении условия (3.1.4.2) k' меньше минимального из значений коэффициентов k_1', k_2' и k_3'. Поэтому тройки значений параметров t_1, t_2, t_3

1. t_1=1, t_2=0, t_3=0; (3.1.4.5)

2. t_1=0, t_2=1, t_3=0; (3.1.4.6)

3. t_1=0, t_2=0, t_3=1; (3.1.4.7)

удовлетворяют условиям (3.16), (3.17) и положительности этих параметров.

Отсюда интервалы значений t_1, t_2, t_3 следующие:

$$0 \le t_1 \le 1. \quad (3.1.4.8)$$

$$0 \le t_2 \le 1. \quad (3.1.4.9)$$

$$0 \le t_3 \le 1. \quad (3.1.4.10)$$

Соответственно интервалы значений оценок u_1^*, u_2^*, u_3^* будут:

$$0 \le u_1^* \le p_{12}. \quad (3.1.4.11)$$

$$0 \le u_2^* \le p_{22}. \quad (3.1.4.12)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}. \quad (3.1.4.13)$$

Все три ресурса расходуются полностью, но не будут дефицитными, так как их оценки в оптимальном плане двойственной задаче могут обращаться в ноль.

Пусть k' удовлетворяет условию (3.1.4.3). Тройка значений (3.1.4.7) не будет удовлетворять условиям (3.16), (3.17) и условиям положительности параметров, а тройки значений будут (3.1.4.5) и (3.1.4.6) будут. Для параметров t_1 и t_2 интервалы изменения значений останутся (3.1.4.8) и (3.1.4.9), а для параметра t_3 станет интервал

$$0 \le t_3 \le \frac{k_1'-k'}{k_1'-k_3'}. \quad (3.1.4.14)$$

Тогда интервалы значений оценок u_1^*, u_2^* не изменятся, будут совпадать с (3.11) и (3.1.4.12), а интервал для оценки u_3^* будет совпадать с интервалом (3.1.3.29).

Опять, все три ресурса расходуются полностью, но не будут дефицитными.

Пусть k' удовлетворяет условию (3.1.4.4). Тройки значений (3.1.4.6) и (3.1.4.7) не будут удовлетворять условиям (3.16), (3.17) и условиям положительности параметров, а тройка значений (3.1.4.5) будет. Это означает, что параметр t_1 не может принимать нулевое значение, а параметры t_2 и t_3 могут. Интервал значений параметра t_1 будет интервал:

$$\frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'} \le t_1 \le 1, \quad (3.1.4.15)$$

параметра t_2

$$0 \le t_2 \le \frac{k_1'-k'}{k_1'-k_2'}. \quad (3.1.4.16)$$

параметра t_3 интервал (3.1.4.14).

Соответственно интервалы значений оценок u_1^*, u_2^*, u_3^* будут: для u_1^*

$$p_{12}\frac{k'-k_3'}{k_1'-k_3'} \le u_1^* \le p_{12}. \quad (3.1.4.17)$$

для u_2^*

$$0 \le u_2^* \le p_{22}\frac{k_1'-k'}{k_1'-k_2'}. \quad (3.1.4.18)$$

для u_3^* интервал (3.1.3.29).

Все три ресурса расходуются полностью, но ресурсы R_2 и R_3 не будут дефицитными, так как их оценки в оптимальном плане двойственной задаче могут обращаться в ноль, а ресурс R_1 будет дефицитным.

Также отмечаем, что при соотношениях (3.1.2.2) и (3.1.3.1) выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, когда k' строго меньше k_1' (k строго больше k_1).

Общий вывод для случая, когда полностью расходуется ресурс R_1: выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, когда k' строго меньше k_1' (k строго больше k_1), вне зависимости от полноты использования ресурсов R_2 и R_3.

3.2. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется ресурс R_2.* Перейдём к поиску условий выполнения отношения предпочтения, если при оптимальном плане полностью расходуется ресурс R_2. Тогда возможны варианты:

1. полностью расходуется только ресурс R_2 (вариант 2);
2. полностью расходуются только ресурсы R_1 и R_2 (вариант 4);
3. полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3 (вариант 6);
4. и полностью расходуются все ресурсы (вариант 7).

Варианты 4 и 7 мы уже рассмотрели. Рассмотрим варианты 2 и 6.

3.2.1. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется только ресурс R_2.* Пусть при оптимальном плане полностью расходуется только ресурс R_2, выполняются условия (3.1.1.3) и

$$n_{12} > n_2, \qquad (3.2.1.1)$$

$$n_{22} = n_2. \qquad (3.2.1.2)$$

Тогда при оптимальном плане остаток ресурса R_2 равен нулю, а остатки ресурсов R_1 и R_3 будут строго больше нуля (3.9)-(3.11):

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0, \ y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0, \qquad (3.2.1.3)$$

По теореме равновесия и формулам (3.13) в оптимальном плане двойственной задачи оценки ресурсов равны:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} = p_{22}, \ u_3^* = 0. \qquad (3.2.1.4)$$

Оптимальные значение оценок производства v_1 и v_2 согласно (3.14) и (3.15) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k_2' - k') > 0, \ v_2^* = 0. \qquad (3.2.1.5)$$

Минимальное значение целевой функции W из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22}. \qquad (3.2.1.6)$$

Условия (3.2.1.5) выполняются, когда

$$k' < k_2', \qquad (3.2.1.7)$$

что равносильно условию

$$k > k_2, \qquad (3.2.1.8)$$

Таким образом, при (3.1.1.3), (3.2.1.1) и (3.2.1.2) выполняются отношения (1.8) предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k строго больше k_2.

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^*=(0; n_{22} = n_2), \qquad (3.2.1.9)$$

$$Y^*=\big(a_{12}(n_{12} - n_2); 0; a_{32}(n_{32} - n_2)\big), \qquad (3.2.1.10)$$

$$Z_{max}=c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_2. \qquad (3.2.1.11)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^*=\left(0; \frac{c_2}{a_{22}}; 0\right), \qquad (3.2.1.12)$$

$$V^*=(c_2 \cdot (k_2' - k'); 0), \qquad (3.2.1.13)$$

$$W_{min}=c_2 \cdot n_{22} = b_2 \cdot p_{22}. \qquad (3.2.1.14)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс R_2 будет дефицитным, а ресурсы R_1 и R_3 будут избыточными.

3.2.2. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3.* Рассмотрим вариант 6, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы R_2 и R_3, а ресурс R_1 расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2. и 3.1.3

В этом случае будут выполняться соотношение (3.2.1.1) и условие

$$n_{22} = n_{32} = n_2. \qquad (3.2.2.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0, \;\; y_3^* = 0. \quad (3.2.2.2)$$

Согласно (3.13) и (3.2.2.2) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \geq 0, \;\; u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \geq 0. \qquad (3.2.2.3)$$

План (3.2.2.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры t_1, t_2, t_3 удовлетворяет условиям

$$t_1 = 0, \; t_2 \geq 0, \;\; t_3 \geq 0, \qquad (3.2.2.4)$$

$$t_2 + t_3 = 1, \quad (3.2.2.5)$$

$$k_2' \cdot t_2 + k_3' \cdot t_3 \geq k'. \qquad (3.2.2.6)$$

Как и в 3.1.2, 3.1.3 выразим параметры t_2, t_3 через параметр t:

$$t_2 = t, \; t_3 = 1 - t, \quad (3.2.2.7)$$

На t накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k_2' t + k_3'(1 - t) \geq k'. \qquad (3.2.2.8)$$

Из (3.2.2.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k_3'}{k_2' - k_3'}. \qquad (3.2.2.9)$$

Тогда параметр t удовлетворяет неравенству

$$max\left\{0;\frac{k'-k_2'}{k_2'-k_2'}\right\} \leq t \leq 1. \qquad (3.2.2.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя k'.

Пусть k' удовлетворяет условия (3.1.3.11). Тогда

$$max\left\{0;\frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'}\right\} = 0, \quad (3.2.2.11)$$

условие (3.2.2.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.2.2.3) оптимальные значения переменных u_1^*, u_2^*, u_3^* равны

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}}t,\; u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}}(1-t); \qquad (3.2.2.12)$$

а оценки способов производства v_1^* и v_2^*:

$$v_1^* = c_2t(k_2' - k_3') + c_2(k_3' - k') > 0,\; v_2^* = 0. \qquad (3.2.2.13)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22} = b_3 \cdot p_{32}. \qquad (3.2.2.14)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.2.1.1) и (3.2.2.1) выполняются условия для отношения предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k больше либо равно k_3.

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{22} = n_{32}), \qquad (3.2.2.15)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); 0; 0), \qquad (3.2.2.16)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_{32}. \quad (3.2.2.17)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(0; \frac{c_2}{a_{22}}t; \frac{c_2}{a_{32}}(1-t)\right), \qquad (3.2.2.18)$$

$$V^* = (c_2t(k_2' - k_3') + c_2(k_3' - k'); 0), \qquad (3.2.2.19)$$

где t удовлетворяет условию (3.1.2.25). Минимальное значение целевой функции:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.20)$$

Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы R_2 и R_3 будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при t=0 в ноль обращается оценка u_2^*, при t=1 в ноль обращается оценка u_3^*. Интервалы изменения параметров t_2, t_3 от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22}, \qquad (3.2.2.21)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32}. \qquad (3.2.2.22)$$

Ресурс R_1 будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки u_2^* и u_3^* в ноль не обращаются.

Пусть

$$k_3' < k' < k_2',\ k_2 < k < k_3. \qquad (3.2.2.23)$$

Тогда

$$max\left\{0; \frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'}\right\} = \frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'}, \qquad (3.2.2.24)$$

и условие (3.2.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'} \le t \le 1. \qquad (3.2.2.25)$$

Поэтому

$$p_{22}\frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'} \le u_2^* \le p_{22}, \qquad (3.2.2.26)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}\frac{k_1'-k'}{k_2'-k_3'}. \quad (3.2.2.27)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи t(3.2.2.25).

Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы R_2 и R_3 будут расходоваться полностью. Ресурс R_2 будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса u_2^* в ноль не обращается. Ресурс R_3 не будет дефицитным, так как при t=0 его предельная оценка обращается u_3^* в ноль. Ресурс R_1 будет избыточным.

Заключаем, что для условий на показатели n_{12}, n_{22}, n_{32} (3.2.1.1) и (3.2.2.1) и если k строго больше k_2 и строго меньше k_3, (3.2.2.23), выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1.

Также выполняется условие предпочтения продукции A_2, если полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3 и показатель k строго больше k_2 (3.2.1.8).

3.2.2. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3.* Рассмотрим вариант 6, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы R_2 и R_3, а ресурс R_1 расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2. и 3.1.3

В этом случае будут выполняться соотношение (3.2.1.1) и условие

$$n_{22} = n_{32} = n_2. \qquad (3.2.2.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0,\ \ y_3^* = 0. \ (3.2.2.2)$$

Согласно (3.13) и (3.2.2.2) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \ge 0,\ \ u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \ge 0. \qquad (3.2.2.3)$$

План (3.2.2.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры t_1, t_2, t_3 удовлетворяет условиям

$$t_1 = 0,\ t_2 \ge 0,\ \ t_3 \ge 0, \qquad (3.2.2.4)$$

$$t_2 + t_3 = 1, \quad (3.2.2.5)$$

$$k'_2 \cdot t_2 + k'_3 \cdot t_3 \geq k'. \quad (3.2.2.6)$$

Как и в 3.1.2, 3.1.3 выразим параметры t_2, t_3 через параметр t:

$$t_2 = t,\ t_3 = 1 - t, \quad (3.2.2.7)$$

На t накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k'_2 t + k'_3(1 - t) \geq k'. \quad (3.2.2.8)$$

Из (3.2.2.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}. \quad (3.2.2.9)$$

Тогда параметр t удовлетворяет неравенству

$$max\left\{0; \frac{k' - k'_2}{k'_2 - k'_2}\right\} \leq t \leq 1. \quad (3.2.2.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя k'.

Пусть k' удовлетворяет условия (3.1.3.11). Тогда

$$max\left\{0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}\right\} = 0, \quad (3.2.2.11)$$

условие (3.2.2.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.2.2.3) оптимальные значения переменных u_1^*, u_2^*, u_3^* равны

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} t,\ \ u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}}(1 - t); \quad (3.2.2.12)$$

а оценки способов производства v_1^* и v_2^*:

$$v_1^* = c_2 t(k'_2 - k'_3) + c_2(k'_3 - k') > 0,\ v_2^* = 0. \quad (3.2.2.13)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.14)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.2.1.1) и (3.2.2.1) выполняются условия для отношения предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1, если k больше либо равно k_3.

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{22} = n_{32}), \quad (3.2.2.15)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); 0; 0), \quad (3.2.2.16)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_{32}. \quad (3.2.2.17)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(0; \frac{c_2}{a_{22}} t; \frac{c_2}{a_{32}}(1 - t)\right), \quad (3.2.2.18)$$

$$V^* = (c_2 t(k'_2 - k'_3) + c_2(k'_3 - k'); 0), \quad (3.2.2.19)$$

где t удовлетворяет условию (3.1.2.25). Минимальное значение целевой функции:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.20)$$

Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы R_2 и R_3 будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при t=0 в ноль обращается оценка u_2^*, при t=1 в ноль обращается оценка u_3^*. Интервалы изменения параметров t_2, t_3 от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \le u_2^* \le p_{22}, \qquad (3.2.2.21)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}. \qquad (3.2.2.22)$$

Ресурс R_1 будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки u_2^* и u_3^* в ноль не обращаются.

Пусть

$$k_3' < k' < k_2',\ k_2 < k < k_3. \qquad (3.2.2.23)$$

Тогда

$$max\left\{0; \frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'}\right\} = \frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'}, \qquad (3.2.2.24)$$

и условие (3.2.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'} \le t \le 1. \qquad (3.2.2.25)$$

Поэтому

$$p_{22}\frac{k'-k_3'}{k_2'-k_3'} \le u_2^* \le p_{22}, \qquad (3.2.2.26)$$

$$0 \le u_3^* \le p_{32}\frac{k_1'-k'}{k_2'-k_3'}. \qquad (3.2.2.27)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи t. Оно определяется соотношением (3.2.2.25).

Проводим анализ оптимальных решений для условия на коэффициенты k' и k (3.2.2.23). Он показывает, что ресурсы R_2 и R_3 будут расходоваться полностью. Ресурс R_2 будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса u_2^* в ноль не обращается. Ресурс R_3 не будет дефицитным, так как при t=0 его предельная оценка обращается u_3^* в ноль. Ресурс R_1 будет избыточным.

Заключаем, что для условий на показатели n_{12}, n_{22}, n_{32} (3.2.1.1) и (3.2.2.1) и если k строго больше k_2 и строго меньше k_3, (3.2.2.23), выполняется отношение предпочтения продукции A_2 над продукцией A_1.

Также выполняется условие предпочтения продукции A_2, если полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3 и показатель k строго больше k_2 (3.2.1.8).

3.3. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется ресурс R_3.* Осталось рассмотреть условия, при которых выполняются отношения предпочтения, если в оптимальном плане полностью расходуется ресурс R_3. В этом случае возможные варианты:

1. полностью расходуется только ресурс R_3 (вариант 3);
2. полностью расходуются только ресурсы R_1 и R_3 (вариант 5);
3. полностью расходуются только ресурсы R_2 и R_3 (вариант 6);
4. и полностью расходуются все ресурсы (вариант 7).

Варианты 5-7 мы уже рассмотрели. Осталось рассмотреть вариант 3, когда полностью расходуется только ресурс R_3.

Пусть в оптимальном плане полностью расходуется только ресурс R_3, выполняются условия (3.1.1.2), (3.2.1.1) и

$$n_{32} = n_2. \qquad (3.3.1)$$

Тогда при оптимальном плане остаток ресурса R_3 равен нулю, а остатки ресурсов R_1 и R_2 будут строго больше нуля (3.9)-(3.11):

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0, \; y_3^* = 0, \qquad (3.3.2)$$

По следствиям второй теореме двойственности (теореме равновесия) и формул (3.13) в оптимальном плане двойственной задачи оценки ресурсов равны:

$$u_1^* = 0, u_2^* = 0, \; u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} = p_{32}. \qquad (3.3.3)$$

Оптимальные значение оценок производства v_1 и v_2 согласно (3.14) и (3.15) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k_3' - k') > 0, \; v_2^* = 0. \qquad (3.3.4)$$

Минимальное значение целевой функции W из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{32} = c_2 \cdot n_2 = b_3 \cdot p_{32}. \qquad (3.3.5)$$

Условия (3.159)(3.3.4) выполняются, когда

$$k' < k_3', \qquad (3.3.6)$$

что равносильно условию

$$k > k_3, \qquad (3.3.7)$$

Если выполняются условия (3.1.1.2), (3.2.1.1) и (3.3.1) на показатели n_{12}, n_{22}, n_{32}, выполняются отношения (1.8) и k строго больше k_3, то выпуск продукции A_2 предпочтителен выпуску продукции A_1.

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_{32} = n_2), \qquad (3.3.8)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); a_{22}(n_{22} - n_2); 0), \qquad (3.3.9)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{32} = c_2 \cdot n_2. \qquad (3.3.10)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(0; 0; \frac{c_2}{a_{32}} = p_{32}\right), \qquad (3.3.11)$$

$$V^* = (c_2 \cdot (k_3' - k'); 0), \qquad (3.3.12)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{32} = b_3 \cdot p_{32}. \qquad (3.3.13)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс R_3 будет дефицитным, а ресурсы R_1 и R_2 будут избыточными.

Выводы. Наличие отношения предпочтения выпуска продукции A_2 над продукцией A_1 зависит от остатков ресурсов в оптимальном плане и значения показателя k относительно значений показателей ресурсов k_i.

Если в оптимальном плане ресурс R_1 расходуется полностью и значение показателя k строго больше значения показателя k_1, то выпускается только продукция A_2 в количестве $n_{12}=n_2$ независимо от того, расходуются полностью ресурсы R_2 или R_3.

Если же в оптимальном плане полностью расходуется ресурс R_2 и показатель k строго больше показателя k_2, то выпускается только продукция A_2 в количестве $n_{22}=n_2$, но при условии что ресурс R_1 расходуется не полностью, независимо от расхода ресурса R_3.

Если в оптимальном плане полностью расходуется ресурс R_3, показатель k строго больше k_3, то выпускается только продукция A_2 в количестве $n_{32}=n_2$, при условии что ресурсы R_1 и R_2 расходуются не полностью.

Библиографический список

1. Мамонов О. В. Использование методов линейного программирования при анализе производства продукции. // В сборнике: Актуальные проблемы агропромышленного комплекса сборник трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов, посвященный 80-летию Новосибирского ГАУ. Новосибирский государственный аграрный университет. 2016. С. 194-198.
2. Мамонов О. В. Анализ эффективного использования двух ресурсов для предприятия, выпускающего два вида продукции // Агропродовольственная экономика. 2016. № 12. С. 30-62.
3. Мамонов О. В., Елисеева Ю. В. Оптимальные планы производства продукции двух видов с использованием двух ресурсов. / Теория и практика современной аграрной науки. Сборник II Национальной (всероссийской) конференции. 2019. С. 537-542.
4. Мамонов О. В., Чумак М. В. Пример определения условий перехода предприятия на производство одного вида ресурса / Актуальные проблемы агропромышленного комплекса: сборник трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов Новосибирского ГАУ. Новосибирский государственный аграрный университет. 2017. С. 252-254.
5. Мамонова М. О. Сироткина Л. Н. Отношение предпочтения выпуска двух видов продукции в задаче об использовании ресурсов. Часть 1 / Экономика, управление, финансы и туризм: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической

конференции, 10 сентября 2022 г., Москва: Профессиональная наука, 2022. С. 28-49. DOI 10.54092/9781471048616_28

6. Мамонов О. В. Анализ использования двух ресурсов предприятия с двумя видами продукции с помощью графического способа решения задачи линейного программирования // Агропродовольственная экономика. 2016. № 10. С. 4-42.

7. Бабин В. Н., Бабина Ю. В. Условие полного расхода всех ресурсов в производстве двух видов продукции. Часть 1 / Теория и практика современной аграрной науки: сборник IV национальной (всероссийской) научной конференции с международным участием. Новосибирск, 2021. С. 1025-1032.

8. Babin, V. N. The rational use of resources provided two products output, part 2 / V. N. Babin, Yu. A. Mikhalchishina, Yu. V. Babina // European Proceedings of Social and Behavioural Sciences : Proceedings of the Conference on Land Economy and Rural Studies Essentials. Omsk: European Publisher, 2022. pp. 103-112. DOI 10.15405/epsbs.2022.02.14

Электронное научное издание

Фундаментальные основы и практические перспективы

сборник научных трудов по материалам Международного симпозиума

15 ноября 2023 г.

По вопросам и замечаниям к изданию, а также предложениям к сотрудничеству
обращаться по электронной почте mail@scipro.ru

Подготовлено с авторских оригиналов

9 781446 660935

Формат 60x84/16. Усл. печ. Л 1,5. Тираж 100 экз.
Lulu Press, Inc. 627 Davis Drive Suite 300
Morrisville, NC 27560
Издательство НОО Профессиональная наука
Нижний Новгород, ул. М. Горького, 4/2, 4 этаж, офис №1