



# СИНЕРГИЯ ОСНОВНОГО И ПРИКЛАДНОГО ЗНАНИЯ: ИНТЕГРАЦИЯ АКАДЕМИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ И ИННОВАЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ

Сборник научных трудов  
по материалам  
Международной конференции

**НАУЧНАЯ ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАУКА**

# **Синергия основного и прикладного знания: интеграция академической экспертизы и инновационных решений**

**Сборник научных трудов  
по материалам Международной научно-практической конференции**

**25 декабря 2023 г.**

УДК 001  
ББК 72

*Главный редактор: Н.А. Краснова*  
*Технический редактор: Ю.О. Канаева*

**Синергия основного и прикладного знания: интеграция академической экспертизы и инновационных решений:** сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции, 25 декабря 2023 г., Нижний Новгород: Профессиональная наука, 2023. – 54 с.

ISBN 978-1-4466-1372-6

В сборнике научных трудов рассматриваются актуальные вопросы развития экономики, политологии, юриспруденции, технических наук и т.д. по материалам Международной научно-практической конференции «Синергия основного и прикладного знания: интеграция академической экспертизы и инновационных решений», состоявшейся 25 декабря 2023 г. в г. Нижний Новгород.

Сборник предназначен для научных и педагогических работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов с целью использования в научной работе и учебной деятельности.

Все включенные в сборник статьи прошли научное рецензирование и опубликованы в том виде, в котором они были представлены авторами. За содержание статей ответственность несут авторы.

Электронная версия сборника находится в свободном доступе на сайте [www.scipro.ru](http://www.scipro.ru).  
При верстке электронной книги использованы материалы с ресурсов: PSDgraphics

УДК 001

ББК 72



- © Редактор Н.А. Краснова, 2023
- © Коллектив авторов, 2023
- © Lulu Press, Inc.
- © НОО Профессиональная наука, 2023

# СОДЕРЖАНИЕ

## СЕКЦИЯ 1. ЭКОНОМИКА И ЭКОЛОГИЯ: УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ ..... 5

Дудий М.А., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А. ИЗУЧЕНИЕ ЭКСТЕРЬЕРНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ГОЛШТИНИЗИРОВАННОГО СКОТА.....	5
Захарова В. С., Ананич И. Г. ОПТИМИЗАЦИИ ПОСЕВОВ КОРМОВЫХ КУЛЬТУР НА ОСНОВЕ ИГРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	8
Мамонова М.О., Сироткина Л. Н. ОТНОШЕНИЕ ПРЕДПОЧТЕНИЯ ВЫПУСКА ДВУХ ВИДОВ ПРОДУКЦИИ В ЗАДАЧЕ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕСУРСОВ. ЧАСТЬ 2.....	13
Тимофеев З.О., Кузнецов А.С., Святогоров Н.А. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ СРЕДЫ НА КЛИНИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ МОЛОЧНЫХ ПОРОД КОРОВ .....	37
Харина А.С., Дудий М.А., Святогоров Н.А. СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ПРОИЗВОДСТВА СВИНИНЫ НА СЕМЕЙНЫХ ФЕРМАХ ИНДУСТРИАЛЬНОГО ТИПА .....	40
Харина А.С., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А. СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СВИНОВОДСТВА В РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ .....	45

## СЕКЦИЯ 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ..... 50

Кунгряков Н.В. ПРИМЕНЕНИЕ КРИОГЕННОЙ ГЕЛИЕВОЙ УСТАНОВКИ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЙ УРОВЕНЬ 20 К.....	50
--	----

## СЕКЦИЯ 1. ЭКОНОМИКА И ЭКОЛОГИЯ: УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛИЗАЦИИ

УДК 636:6/2.017:636.22/28

Дудий М.А., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А. Изучение экстерьерных показателей голштинизированного скота

Study of exterior characteristics of Holstein cattle

**Дудий М.А., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А.**

Донской государственный аграрный университет, п. Персиановский

Dudiy M.A., Timofeev Z.O., Svyatogorov N.A.

Don State Agrarian University, Persianovsky village

*Аннотация.* Промеры молочного скота косвенно характеризуют состояние его здоровья и приспособленность к промышленной технологии. В результате анализа было установлено, что по большинству промеров имеют преимущество животные австралийского происхождения. Превосходство голштинов в высотных промерах было значительным – больше, чем у ленинградских сверстниц на 6-7, белорусских – на 10-13%.

*Ключевые слова:* коровы, экстерьер, индексы, голштинская порода.

*Abstract.* Measurements of dairy cattle indirectly characterize their health status and adaptability to industrial technology. As a result of the analysis, it was found that in most measurements animals of Australian origin have an advantage. The superiority of Holsteins in altitude measurements was significant - more than their Leningrad contemporaries by 6-7, Belarusian - by 10-13%.

*Keywords:* cows, exterior, indexes, Holstein breed.

В ОАО «Имени Ильича» Ленинградского района Краснодарского края изучен экстерьер полновозрастных коров, в том числе голштинских австралийского происхождения и голштинизированных, завезенных из республики Беларусь и Ленинградской области (таблица 1).

Таблица 1

Промеры статей тела животных, см

Промеры	Происхождение		
	Австралия	Белоруссия	Ленинградская обл.
Высота в холке	135,7±0,38	122,3±0,38	128,0±0,67
Высота в пояснице	137,7±0,38	125,3±0,77	129,3±0,29
Высота в крестце	141,0±0,48	128,0±0,38	132,7±0,48
Высота в седалищных буграх	128,7±0,96	113,7±0,87	120,0±0,96
Ширина груди за лопатками	51,3 ±0,29	49,0 ±0,48	51,0±0,87
Глубина груди	88,7 ±0,77	82,0 ±0,29	83,3±0,48
Косая длина туловища	172,7±1,15	152,7±0,48	162,7±0,58
Прямая длина туловища	134,3±0,19	121,0±0,19	124,0±0,29
Обхват груди за лопатками	212,0±0,67	197,3±0,87	201,3±1,15

Промеры	Происхождение		
	Австралия	Белоруссия	Ленинградская обл.
Обхват пясти	20,0 ±0,10	18,8 ±0,14	19,7 ±0,10
Боковая длина зада	57,7 ±0,29	52,0 ±0,38	53,7 ±0,48
Ширина зада в маклоках	59,3 ±0,19	59,3 ±0,19	57,3 ±0,38
Ширина зада в тазобедренных сочленениях	53,3 ±0,29	50,7 ±0,19	50,3 ±0,58
Ширина зада в седалищных буграх	21,0 ±0,19	19,7 ±0,19	20,3 ±0,29
Длина головы	58,0 ±0,48	52,7 ±0,10	52,7 ±0,38
Наибольшая ширина лба	24,3 ±0,19	23,3 ±0,10	22,0 ±0,19

Из приведенных данных следует, что по большинству промеров установлено преимущество животных австралийского происхождения, промежуточные значения – в ленинградской группе [1]. Превосходство голштинов в высотных промерах было значительным – больше, чем у ленинградских сверстниц на 6-7, белорусских – на 10-13%. Подобную разницу отметили также по косой и прямой длине туловища. Голштины отличались большими глубиной груди (в 1,06 – 1,08 раза) и ее обхватом (в 1,05 – 1,07 раза), боковой длиной зада (в 1,07 – 1,11 раза), длиной головы (в 1,10 раза). По прочим промерам различия были менее существенными [2].

Для более объективной оценки развития были вычислены индексы телосложения, величина которых свидетельствует о молочном типе подопытных животных, сильнее выраженном у австралийских и ленинградских коров (таблица 2).

Таблица 2

Индексы телосложения подопытных коров, %

Индексы	Происхождение		
	Австралия	Белоруссия	Ленинградская обл.
Длинноногости	34,7 ±0,43	32,9 ±0,45	34,9 ±0,48
Растяннутости	127,2 ±0,58	124,8 ±0,63	127,1 ±0,37
Грудной	58,0 ±0,72	59,8 ±0,81	61,2 ±1,02
Сбитости	122,9 ±1,20	129,3 ±0,34	123,8 ±0,27
Тазогрудной	86,5 ±0,63	82,6 ±0,74	89,0 ±0,66
Перерослости	103,9 ±0,06	104,6 ±0,09	103,7 ±0,24
Шилозадости	35,4 ±0,21	33,1 ±0,32	35,6 ±0,73
Костистости	15,0 ±0,04	15,4 ±0,13	15,4 ±0,10
Широколобости	42,0 ±0,62	44,3 ±0,18	41,8 ±0,41
Большеголовости	42,8 ±0,47	43,1 ±0,21	41,1 ±0,15

Животные данных групп в сравнении с белорусскими сверстницами отличались большими длинноногостью (в 1,06 раза) и растянутостью (в 1,02 раза). У голштинов отметили снижение грудного индекса вследствие увеличения глубины груди и индекса сбитости из-за значительной длины туловища [3]. Меньшие значения индекса перерослости свидетельствуют о ровной линии верха у австралийских и ленинградских животных,

понижение индекса костистости – следствие большей высоты в холке. Уменьшение индекса широколобости у голштинов обусловлено преимущественно длиной головы, а в ленинградской группе – шириной лба. Подобные характеристики головы типичны для молочных животных.

**Выводы.** Удой за предшествующую лактацию в группах коров австралийского, ленинградского и белорусского происхождения составил соответственно 6735, 6319 и 6203 кг.

#### Библиографический список

1. Шаталов С.В., Шаталов В.С. Продуктивные и адаптационные качества черно-пестрого скота на юге России // Ветеринарная патология. - 2014.-№3-4.-С.103-109.
2. Вильвер Д. С. Молочная продуктивность коров черно-пестрой породы и взаимосвязь хозяйственно-полезных признаков // Известия Оренбургского ГАУ. - 2015. - №1(51). - с. 107-109.
3. Приступа В.Н. Влияние качества молока коров на выход голландского сыра / В.Н. Приступа, О.В. Свитенко, Н.А. Святогоров, А.Е. Святогорова, М.Г. Григорьева // Вестник Донского государственного аграрного университета. - 2023. № 2 (48). С. 70-78.

УДК 636.084.414:519.86

**Захарова В. С., Ананич И. Г. Оптимизации посевов кормовых культур на основе игрового моделирования**

Optimizing forage crop cultures based on game simulations

**Захарова Валентина Станиславовна,**

**Ананич Игорь Гариевич,**

УО «Гродненский государственный аграрный университет»

Valentina S. Zakharova, Igor G. Ananich,

Grodno State Agrarian University

***Аннотация.** В статье сделан краткий анализ погодно-климатических условий Гродненского региона Республики Беларусь. Показано, что температура воздуха и количество осадков оказывают влияние на эффективность функционирования растениеводческих отраслей. Предложена экономико-математическая модель, позволяющая определить оптимальную структуру посевов кормовых культур, что позволит получить гарантированное количество кормовых ресурсов при любых погодных условиях.*

***Ключевые слова:** оптимизация, кормовые культуры, игровое моделирование, экономико-математическая модель.*

***Abstract.** The article makes a brief analysis of the weather and climatic conditions of the Grodno region of the Republic of Belarus. It has been shown that air temperature and rainfall affect the efficiency of crop production industries. An economic and mathematical model is proposed, which makes it possible to determine the optimal structure of crops of fodder crops, which will make it possible to obtain a guaranteed amount of fodder resources under any weather conditions.*

***Keywords:** optimization, fodder crops, game modeling, economic and mathematical model.*

Результативность функционирования сельского хозяйства в значительной степени зависит от погодно-климатических условий, которые не всегда являются предсказуемыми, и на которые человек не может оказать какого-нибудь существенного влияния.

Температура воздуха и количество осадков – это основные метеорологические параметры, которые дают достаточно полное представление о погодно-климатических условиях.

Рассмотрим основные климатические показатели по городу Гродно.

Из таблицы 1 видно, что средняя полугодовая температура воздуха (с апреля по сентябрь) является примерно постоянной. Однако средняя температура в конкретном месяце в значительной степени зависит от года.



Таблица 1

**Динамика среднемесячных температур по метеостанции г. Гродно, °С**

Месяцы	Годы		
	2020	2021	2022
апрель	7,3	6,3	6,2
май	10,8	11,9	12,3
июнь	19,3	19,7	19,0
июль	18,5	22,7	18,7
август	19,6	17,1	21,1
сентябрь	15,2	12,2	11,4
В среднем за период	15,1	15,0	14,8

Например, в течение рассматриваемого периода самый прохладный июль наблюдался в 2020 г. (18,5°С). В следующем году июль оказался самым жарким за трехлетний период лет (22,7°С). В этом случае размах вариации превысил 4 °С. Анализ показывает, что и в остальные месяцы наблюдаются существенные колебания средней температуры воздуха. В частности, средняя температура в сентябре 2020 г. почти на 4°С превысила аналогичный показатель 2022 года. На территории Беларуси июль считается наиболее жарким месяцем. И это было действительно так в 2021 году. Вместе с тем, в остальные годы изучаемого периода июль оказался самым прохладным месяцем летнего периода.

Что касается осадков, то их выпадение отличается очень большим непостоянством.

Таблица 2

**Динамика осадков по метеостанции г. Гродно, мм**

Месяцы	Годы		
	2020	2021	2022
апрель	6	26	54
май	83	100	76
июнь	94	41	80
июль	45	149	187
август	57	143	25
сентябрь	19	88	46
Сумма за период	304	547	468

Например, в 2020 г. в период с апреля по сентябрь по метеостанции Гродно выпало всего 304 мм осадков. В следующем году аналогичный показатель составил 547 мм, что почти в 2 раза больше. Еще более заметная вариация количества выпадаемых осадков наблюдается в разрезе отдельных месяцев. Например, июль 2020 г. оказался засушливым. В это время месячное количество осадков составило 45 мм. Однако в последующие два года выпало рекордное количество дождей. Рассматриваемый показатель для июля 2021 и 2022 гг. составил 149 и 187 мм, соответственно.

Колебания температуры воздуха и неравномерность выпадения осадков приводят к тому, что урожайность сельскохозяйственных культур сильно колеблется по годам. Рассмотрим динамику урожайности основных культур в СПК "Прогресс-Вертелишки" Гродненского района (таблица 3). Данное предприятие очень близко расположено от метеостанции города Гродно, поэтому все погодно-климатические показатели, отраженные в предыдущих двух таблицах, характерны и для этого хозяйства. Следует отметить, что СПК "Прогресс-Вертелишки" Гродненского района является одним из лучших сельскохозяйственных предприятий Беларуси. Однако и здесь наблюдается ощутимая вариация урожайности в динамике, что во многом связано с влиянием погодно-климатических условий на производственный процесс.

Таблица 3

Средняя урожайность основных сельскохозяйственных культур в СПК "Прогресс-Вертелишки" Гродненского района, ц/га

Месяцы	Годы		
	2020	2021	2022
Озимые зерновые	89,1	71,4	98,4
Яровые зерновые	89,5	70,7	90,6
Зернобобовые	52,0	51,7	89,9
Кукуруза на зерно	137,3	129,4	71,9
Многолетние травы на:			
- зеленую массу	323	569	453
- сено	37,9	32,1	47,9
Однолетние травы на зеленую массу	129	98	78
Кукуруза на зеленую массу	288	298	332

Анализ таблицы 3 показывает, что урожайность всех сельскохозяйственных культур заметно колеблется по годам. Например, максимальная урожайность зерновых культур в течение рассматриваемого периода составила 98,4 ц/га, а минимальная – 71,4 ц/га, или примерно на треть ниже. По другим культурам вариация значительно выше. Например, урожайность кукурузы на зерно в 2020 г. практически в 2 раза превышает соответствующий показатель 2022 г.

Следует отметить, что погодно-климатические условия оказывают разнонаправленное действие на урожайность многих сельскохозяйственных культур. Это означает, что сложившиеся погодно-климатические условия, которые являются благоприятными для одной культуры, не являются приемлемыми для другой культуры. Например, относительно благоприятные погодно-климатические условия в 2022 году позволили получить в среднем по хозяйству максимальную урожайность зерновых культур. Однако в этом же году урожайность кукурузы на зерно составила 71,9 ц/га, что является

наихудшим показателем за весь изучаемый период. Вместе с тем, в предыдущие годы была получена наивысшая урожайность кукурузы на зерно. Но 2020 и 2021 годы оказались не самыми благоприятными для выращивания озимых и яровых зерновых, а также зернобобовых культур.

Анализ предыдущих таблиц позволяет сделать вывод о том, что погодно-климатические условия оказывают очень сильное влияние на результативность сельскохозяйственного производства. Конечно, производитель сельскохозяйственной продукции не в силах полностью нивелировать негативное влияние погодно-климатического фактора. Однако любое предприятие может приспособиться к погодно-климатическим условиям путем оптимизации структуры посевных площадей. Это можно сделать на основе игровой математической модели, которая разработана авторами статьи.

Рассмотрим общую схему данной математической модели. Первые 8 неизвестных представляют собой площади кормовых культур. Девятая, последняя неизвестная – это цена игры, т.е. гарантированное производство кормов с единицы площади при любом погодном исходе.

Первая группа ограничений показывает, что при любом погодном исходе будет получено некоторое гарантированное количество кормов. В первую группу входит 3 ограничения, которые записываются по каждому погодному исходу (каждому году). Например, для первого погодного исхода ограничение имеет вид:

$$89,1X_1 + 89,5X_2 + 52,0X_3 + 137,3X_4 + 64,6X_5 + 17,1X_6 + 25,8X_7 + 57,6X_8 \geq 5500X_9$$

Коэффициенты в левой части – это выход кормовых единиц с одного гектара соответствующей культуры в первом погодном исходе. Постоянная 5500 в правой части представляет собой общую посевную площадь рассматриваемых культур (она примерно равна фактической площади изучаемых культур в хозяйстве).

Вторая группа ограничений служит для указания возможных границ каждой культуры. Например, на основании фактической информации за прошлые годы можно сделать вывод, что озимые зерновые могут занимать не менее 1525 га и не более 1684 га. Это требование записывается с помощью двух неравенств:

$$4) X_1 \geq 1525$$

$$5) X_1 \leq 1684$$

Последнее, двадцатое ограничение игровой математической модели, указывает на то, что общая площадь культур должна составлять 5500 га:

$$20) X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 5500.$$

Целевая функция задачи – это максимизация цены данной игры, т.е. необходимо указать:  $F_{\max} = X_9$ .

Таким образом, развернутая экономико-математическая модель оптимизации кормовых культур включает 9 неизвестных и 20 ограничений. С помощью программы "Поиск решения" была найдена оптимальная структура посевных площадей с учетом влияния погодно-климатических условий.

Таблица 4

Оптимальная структура посевных площадей СПК "Прогресс-Вертелишки" Гродненского района

Культуры	Площадь, га	Удельный вес, %
Озимые зерновые	1684	30,6
Яровые зерновые	587	10,7
Зернобобовые	80	1,4
Кукуруза на зерно	783	14,2
Многолетние травы на:		
- сено	865	15,7
- зеленую массу	70	1,3
Однолетние травы на зеленую массу	405	7,4
Кукуруза на зеленую массу	1026	18,7
Итого:	5500	100,0

В результате расчетов получена цена игры, равная 79,2. Это означает, что при любом погодном исходе средний выход кормовых единиц с 1 га составит не менее 79,2 ц. кормовых единиц.

#### Библиографический список

1. Ананич, И. Г. Применение игрового моделирования для оптимизации использования удобрений в плодоводстве / И. Г. Ананич, Т. Н. Изосимова // Сельское хозяйство - проблемы и перспективы: сборник научных трудов в трех томах / под ред. В. К. Пестиса. - Гродно, 2011. - Том 2: Экономика (вопросы аграрной экономики). - С. 3-7
2. Шафранская, И. В. Исследование операций: учеб. пособие / И. В. Шафранская. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. - 324 с.
3. Экономико-математическое моделирование : учебник для студентов вузов / под общ. ред. И. Н. Дрогобыцкого. - М.: Экзамен, 2004. - 800 с.

УДК 330.4; 338.12

**Мамонова М.О., Сироткина Л. Н. Отношение предпочтения выпуска двух видов продукции в задаче об использовании ресурсов. Часть 2**

The ratio of preference for the output of two types of products in the problem of resource use.

Part 2

**Мамонова Мария Олеговна**

**Сироткина Людмила Николаевна**

1. Ученица, муниципальное автономное общеобразовательное учреждение города Новосибирска "Гимназия № 11 "Гармония"

Новосибирск, Россия

2. Учитель математики, Муниципальное бюджетное

общеобразовательное учреждение города Новосибирска "Средняя общеобразовательная школа №11",

Новосибирск, Россия

Mamonova Mariya Olegovna

Sirotkina Lyudmila Nikolaevna

1. schoolgirl, Municipal autonomous educational institution of the City of Novosibirsk 'Gymnasium No. 11 "Harmony"

Novosibirsk, Russia

2. math teacher, Municipal budgetary general educational institution

" Secondary school No. 11 ",

Novosibirsk, Russia

**Аннотация.** Введение. Одним из инструментов анализа выпуска продукции и использования ресурсов является задача об оптимальном использовании ресурсов, являющаяся задачей линейного программирования. В статье рассматривается задача об оптимальном использовании трёх ресурсов при выпуске двух видов продукции. Для этой задачи выделяется вопрос исследования условий производства, при которых предприятию выгодно выпускать только один вид продукции. Постановка задачи. Рассматривается экономико-математическая модель задачи об оптимальном использовании ресурсов в виде пары двойственных задач линейного программирования, для которых определяется отношение предпочтения выпуска продукции. Целью исследования является поиск условий на показатели модели, при которых наблюдается отношение предпочтения одного вида продукта над другим. Методика и методология исследования. Для исследования используется методика анализа теории двойственности в линейном программировании. Определяются показатели пары задач, их связь с коэффициентами модели. Результаты. Рассматриваются все случаи полноты расхода ресурсов в оптимальном плане. Для каждого случая определяются границы для показателя относительной эффективности производства для двух видов продукции. Также для каждого случая определяются оптимальные решения двойственной задачи, статусы ресурсов и границы их оценок. Выводы. В выводах представляются границы изменения относительной эффективности производства для двух видов продукции.

**Abstract.** Introduction. One of the tools for analyzing output and resource utilization is the optimal use of resources, which is a linear programming problem. The article discusses the problem of the optimal use of three resources in the production of two types of products. For this task, the question of studying the production conditions under which it is profitable for the enterprise to produce only one type of product is allocated. Purpose setting. An economic-mathematical model of the problem of optimal use of resources is considered in the form of a pair of dual linear programming problems, for which the ratio of preference for output is determined. The purpose of the study is to find the conditions for model

---

indicators in which the ratio of preference for one type of product over another is observed. Methodology and methods of the study. For the study, the author uses the method of analyzing the theory of duality in linear programming. The indicators of a pair of tasks and their relationship with the coefficients of the model are determined. Results. All cases of completeness of resource expenditure in optimal terms are considered. For each case, the boundaries for the relative efficiency of production for the two products are determined. Also, for each case, the optimal solutions to the dual problem, the status of resources, and the boundaries of their estimates are determined. Conclusion. The conclusions present the limits of the change in the relative efficiency of production for the two types of products.

**Ключевые слова:** задача линейного программирования, задача об оптимальном использовании ресурсов, двойственная задача, отношение предпочтения выпуска, предельная оценка использования ресурса, теорема равновесия

**Keywords:** the problem of optimal use of resources, linear programming problem, dual task, Release Preference Attitude, marginal estimation of resource usage, equilibrium theorem

---

**Введение.** Одним из инструментов анализа использования ресурсов в производстве продукции является одна из задач линейного программирования – «Задача об оптимальном использовании ресурсов» (ЗОИР). В работе [1] ЗОИР была представлена в виде пары двойственных задач линейного программирования, определён экономический смысл переменных обеих задач и указаны связи оптимальных решений этой пары. Поиск оптимальных планов и их анализ с помощью ЗОИР уже был рассмотрен в частных случаях. Так в статье [2] ЗОИР рассматривалась для двух ресурсов и двух видов продукции, а в статье [3] результаты анализа были представлены в виде таблицы. Исследование использования трёх ресурсов в производстве двух видов продукции было проведено в статьях [4-8].

Среди вопросов использования ресурсов в производстве продукции рассматривается вопрос поиска таких условиях, при которых предприятию не выгодно производить тот или иной вид продукции, в частности, когда предприятию из двух видов продукции выгодно производить только один.

В статье [4] такая задача рассматривалась при использовании двух ресурсов. В ней было определено отношение предпочтения выпуска одного вида над другим. Это отношение определяет для предприятия приоритетный выпуск продукции. В статье [5] рассматривался вопрос приоритетного выпуска для двух видов продукции с использованием трёх ресурсов. Эта статья является второй частью исследования, проведённой в [5].

**1. Постановка задачи.** Целью работы является поиск условий в производстве двух видов продукции с использованием трёх ресурсов, когда наблюдается предпочтение выпуска одного из двух видов продукции над другим, а конкретно второго вида над первым. Предпочтение выпуска первого вида над вторым был рассмотрен в первой части, статье [5].

Как и в [5] сначала сформулируем ЗОИР для двух видов продукции с использованием трёх ресурсов. Эта задача так же рассматривалась в статьях [1] и [5-8]. И в них тоже формулировалась ЗОИР выпуска двух видов продукции с использованием трёх ресурсов.

Предприятие производит два вида продукции  $A_1$  и  $A_2$ , используя три ресурса  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  запасы которых соответственно равны:  $b_1$  ед. ресурса  $R_1$ ,  $b_2$  ед. ресурса  $R_2$ ,  $b_3$  ед. ресурса  $R_3$ . На единицу продукции  $A_1$  требуется:  $a_{11}$  ед. ресурса  $R_1$ ,  $a_{21}$  ед. ресурса  $R_2$  и  $a_{31}$  ед. ресурса  $R_3$ . На единицу продукции  $A_2$  расходуется:  $a_{12}$  ед. ресурса  $R_1$ ,  $a_{22}$  ед. ресурса  $R_2$  и  $a_{32}$  ед. ресурса  $R_3$ . Предполагаем, что для предприятия определён показатель эффективности производства. Для единицы продукции видов  $A_1$  и  $A_2$  значение показателя эффективности равно:  $c_1$  руб. и  $c_2$  руб. Требуется составить такой план выпуска продукции предприятия видов  $A_1$  и  $A_2$ , чтобы показатель эффективности производства для всей выпущенной продукции был максимальным.

Далее сформулируем экономико-математическую модель, как и в статьях [1], [5-8].

Для этого определим переменные задачи:  $x_1$  – количество продукции  $A_1$ , произведённое предприятием,  $x_2$  – соответственно, количество продукции  $A_2$ . Целевой функцией ЗОИР выбираем показатель эффективности производства предприятия, который обозначим  $Z$ . Ограничениями в системе условий задачи будут ограничения на расход каждого ресурса и условие положительности переменных, так как объёмы выпускаемой продукции не могут быть отрицательными.

В результате получается экономико-математическая модель ЗОИР, которая была рассмотрена в [1] и [5-8]:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 \leq b_3 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \\ Z = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max \end{cases} \quad (1.1)$$

Отметим, что для модели ЗОИР все коэффициенты в системе неравенств и целевой функции положительные.

Для каждого неравенства задачи (1.1) определяются дополнительные переменные  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$ :

$$y_1 = b_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2), \quad (1.2)$$

$$y_2 = b_2 - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2), \quad (1.3)$$

$$y_3 = b_3 - (a_{31}x_1 + a_{32}x_2). \quad (1.4)$$

Дополнительные переменные являются остатками ресурсов.

Как в [1] и [5-8] определяются переменные в двойственной задаче. Определим через  $u_i$  – оценку единицы ресурса  $R_i$ , используемого в производстве продукции  $A_1$  и  $A_2$ ,  $i=1, 2, 3$ . Оценку единицы ресурса также будем называть двойственной оценкой или просто оценкой ресурса, а их оптимальные значения предельными оценками, предельной эффективностью или предельной полезностью. Как и в статьях [1], [5-8] через  $W$  обозначим суммарную оценку

используемых предприятием ресурсов  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ . Тогда, как и в [5-8], экономико-математическая модель оценок ресурсов, используемых в производстве, будет иметь вид:

$$\begin{cases} a_{11}u_1 + a_{21}u_2 + a_{31}u_3 \geq c_1 \\ a_{12}u_1 + a_{22}u_2 + a_{32}u_3 \geq c_2 \\ u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0 \quad u_3 \geq 0 \end{cases} \quad (1.5)$$
$$W = b_1u_1 + b_2u_2 + b_3u_3 \rightarrow \min$$

Дополнительные переменные  $v_1$  и  $v_2$  в двойственной задаче определяются формулами:

$$v_1 = a_{11}u_1 + a_{21}u_2 - c_1, \quad (1.6)$$

$$v_2 = a_{12}u_1 + a_{22}u_2 - c_2. \quad (1.7)$$

Переменная  $v_1$  равна превышению суммарной полезности ресурсов, расходуемых для производства единицы продукции  $A_1$  над показателем эффективности этой единицы, [5]. Переменную  $v_2$  также называют двойственной оценкой способа производства продукции  $A_1$  или просто оценкой производства.

Для оптимальных решений сформулированной задачи условие предпочтения выпуска продукции  $A_2$  над выпуском продукции  $A_1$  определяется следующим образом:

*Определение.* Выпуск продукции  $A_2$  предпочтителен выпуску продукции  $A_1$ , если существуют оптимальные планы пары задач (1.1) и (1.5), в которых

$$x_2^* > 0, v_1^* > 0. \quad (1.8)$$

Таким образом, целью данной статьи является поиск условий, при которых оптимальные планы пары двойственных задач (1.1) и (1.5) удовлетворяют условиям (1.8).

**2. Методика и методология исследования.** Так как ЗОИР является задачей линейного программирования, то методами её исследования являются методы линейного программирования. Для поиска условий наличия предпочтения используется методика анализа с помощью теории двойственности, а именно, следствий второй теоремы двойственности (теоремы равновесия). В статьях [1-8] такой анализ проводился с использованием системы показателей, которые можно разбить на пять групп.

В первую группу входят показатели, определяющиеся отношениями удельных расходов ресурсов для продукции видов  $A_2$  и  $A_1$ .

Показатель  $k_i$  равен отношению удельного расхода ресурса  $R_i$  на производство продукции  $A_2$  к его удельному расходу на продукцию  $A_1$ , ( $i=1, 2, 3$ ):

$$k_i = \frac{a_{i2}}{a_{i1}}. \quad (2.1)$$

К первой группе также отнесём показатель  $k$ , равный отношению показателей эффективности производства продукции  $A_2$  и продукции  $A_1$ :

$$k = \frac{c_2}{c_1}. \quad (2.2)$$



Для удобства анализа полагаем, что

$$k_1 < k_2 < k_3. \quad (2.3)$$

и

$$a_{11} > 0, a_{12} > 0, a_{21} > 0, a_{22} > 0, a_{31} > 0, a_{32} > 0. \quad (2.4)$$

Во вторую группу входят показатели, которые равны отношениям затрат двух ресурсов в производстве единицы продукции одного вида. Эти показатели были рассмотрены в статьях [5, 7-8].

Показатель  $\beta_{im}^{(j)}$  равен отношению затрат ресурсов  $R_m$  и  $R_i$  в производстве единицы продукции  $A_j$ :

$$\beta_{im}^{(j)} = \frac{a_{im}}{a_{ij}}, \quad (2.4)$$

где  $i=1, 2, 3; j=1, 2; s=1, 2, 3, i \neq m$ .

Ко второй группе также отнесём показатель  $\beta_{im}$ , равный отношению запасов ресурсов  $R_m$  и  $R_i$ :

$$\beta_{im} = \frac{b_m}{b_i}, \quad (2.5)$$

где  $i=1, 2; m=2, 3, i \neq m$ .

В третью группу входят показатели, каждый из которых равен максимальному объёму продукции вида  $A_j$ , который можно произвести при полном использовании ресурса  $R_i$ :

$$n_{ij} = \frac{b_i}{a_{ij}}. \quad (2.6)$$

где  $i=1, 2, 3; j=1, 2$ .

Также в третью группу включим показатель  $n_j$ , равный максимальному объёму продукции  $A_j$ , который можно выпустить, используя все ресурсы предприятия. Он равен

$$n_j = \min_{1 \leq i \leq 3} n_{ij}, \quad (2.7)$$

где  $j=1, 2$ .

К четвёртой группе отнесём оценки, каждая из которых равна максимальной оценке ресурса в производстве единицы продукции:

$$p_{ij} = \frac{c_j}{a_{ij}}, \quad (2.8)$$

где  $i=1, 2; j=1, 2, 3$ .

В пятую группу входят показатели, каждый из которых равен отношению удельных расходов ресурсов для продукции видов  $A_1$  и  $A_2$ .

Показатель  $k'_i$  равен отношению удельного расхода ресурса  $R_i$  на производство продукции  $A_2$  к удельному расходу ресурса  $R_i$  на продукцию  $A_1$ , ( $i=1, 2, 3$ ):

$$k'_i = \frac{a_{i1}}{a_{i2}} = \frac{1}{k'_i}. \quad (2.9)$$

К пятой группе отнесём показатель  $k'$ , равный отношению показателей эффективности производства продукции  $A_1$  и продукции  $A_2$ :

$$k' = \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{k}. \quad (2.10)$$

Согласно двойному неравенству (2.3) и определениям (2.10) для показателей  $k'_i$  выполняется двойное неравенство

$$k'_1 > k'_2 > k'_3. \quad (2.11)$$

**3. Результаты исследования.** Полагаем, что выпуск продукции  $A_2$  имеет предпочтение в задачах (1.1) и (1.5), выполняется условие (1.8). По теореме равновесия справедливы соотношения:

$$v_2^* = 0 \text{ и } x_1^* = 0. \quad (3.1)$$

Тогда второе ограничение двойственной задачи выполняется как равенство

$$a_{12}u_1^* + a_{22}u_2^* + a_{32}u_3^* = c_2, \quad (3.2)$$

а первое ограничение двойственной задачи согласно (1.8) выполняется как строгое неравенство

$$a_{11}u_1^* + a_{21}u_2^* + a_{31}u_3^* > c_1. \quad (3.3)$$

Найдём оптимальное решение прямой задачи, когда выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ .

В прямой задаче оптимальные значения переменных удовлетворяют условиям

$$x_1^* = 0 \text{ и } x_2^* > 0. \quad (3.4)$$

Так как продукция  $A_1$  не выпускается, то оптимальный объём выпуска продукции равен максимально возможному объёму, удовлетворяющему всем трём ограничениям прямой задачи (1.1). Это объём  $n_2$ . Поэтому

$$x_2^* = n_2. \quad (3.5)$$

Определяем оптимальные остатки ресурсов из равенств (1.2)-(1.4):

$$y_1^* = b_1 - a_{12}n_2, \quad (3.6)$$

$$y_2^* = b_2 - a_{22}n_2, \quad (3.7)$$

$$y_3^* = b_3 - a_{32}n_2, \quad (3.8)$$

Учитывая выражения (2.6), можно записать, что остатки ресурсов равны:

$$y_1^* = a_{12}n_{12} - a_{12}n_2 = a_{12}(n_{12} - n_2), \quad (3.9)$$

$$y_2^* = a_{22}n_{22} - a_{22}n_2 = a_{22}(n_{22} - n_2), \quad (3.10)$$

$$y_3^* = a_{32}n_{32} - a_{32}n_2 = a_{32}(n_{32} - n_2). \quad (3.11)$$

Из (1.1) находим максимальное значение целевой функции  $Z$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2. \quad (3.12)$$

Найдём решение двойственной задачи при предпочтении выпуска  $A_2$ . Оптимальные значения переменных двойственной задачи будем искать в виде:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 = p_{12}t_1, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 = p_{22}t_2, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 = p_{32}t_3, \quad (3.13)$$

где параметры  $t_1, t_2, t_3$  больше либо равны нулю.

Тогда оптимальные значения дополнительных переменных равны

$$v_1^* = a_{11} \cdot \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 + a_{21} \cdot \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 + a_{31} \cdot \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 - c_1 > 0, \quad (3.14)$$

$$v_2^* = a_{12} \cdot \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 + a_{22} \cdot \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 + a_{32} \cdot \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 - c_2 = 0. \quad (3.15)$$

Учитывая равенство (2.10), получаем, что

$$c_1 = k'c_2. \quad (3.16)$$

Из соотношений (2.9), (3.14)-(3.16) записываем выражения для оптимальных оценок способов производства:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k'_1t_1 + k'_2t_2 + k'_3t_3 - k') > 0, \quad (3.17)$$

$$v_2^* = c_2 \cdot (t_1 + t_2 + t_3 - 1) = 0. \quad (3.18)$$

Из соотношений (3.17) и (3.18) определяем условия на параметры  $t_1, t_2, t_3$ :

$$k'_1t_1 + k'_2t_2 + k'_3t_3 > k', \quad (3.19)$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 1, \quad (3.20)$$

параметры  $t_1, t_2, t_3$  положительные.

Минимальное значение целевой функции двойственной задачи равно согласно (1.5):

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t_1 + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}} t_2 + b_3 \cdot \frac{c_2}{a_{32}} t_3 = c_2 \cdot \left( \frac{b_1}{a_{12}} t_1 + \frac{b_2}{a_{22}} t_2 + \frac{b_3}{a_{32}} t_3 \right) = c_2 n_2. \quad (3.21)$$

Минимальное значение целевой функции двойственной задачи равно согласно (1.5) можно представить следующим образом:

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t_1 + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}} t_2 + b_3 \cdot \frac{c_2}{a_{32}} t_3 = c_2 \cdot (n_{12}t_1 + n_{22}t_2 + n_{32}t_3). \quad (3.22)$$

Кроме поиска оптимальных решений ЗОИР будем проводить их анализ. Для анализа оптимальных решений прямой задачи будем использовать свойство ресурсов быть «дефицитным» и «избыточным», [1].

*Определение.* Полагаем, что ресурс  $R_i$  является *дефицитным*, если его предельная оценка  $u_i^*$  строго больше нуля, [1].

*Определение.* Полагаем, что ресурс  $R_i$  является *избыточным*, если его остаток при оптимальном плане  $y_i^*$  строго больше нуля ( $y_i^* > 0$ ), [1].

Отметим, что дефицитный ресурс при оптимальном плане расходуется полностью, а избыточный ресурс нет.

Рассмотрим возможные варианты полного расхода ресурсов для оптимальных планов при выполнении отношения предпочтения выпуска продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ . Полностью расходуются:

- 1) только ресурс  $R_1$ ;
- 2) только ресурс  $R_2$ ;
- 3) только ресурс  $R_3$ ;
- 4) ресурсы  $R_1$  и  $R_2$ ;
- 5) ресурсы  $R_1$  и  $R_3$ ;
- 6) ресурсы  $R_2$  и  $R_3$ ;
- 7) все три ресурса.

Сначала рассмотрим варианты, когда полностью расходуется ресурс  $R_1$  (варианты 1, 4, 5, 7), потом ресурс  $R_2$  (варианты 2, 6), и в конце – ресурс  $R_3$  (вариант 3).

3.1. *Предпочтение выпуска продукции  $A_2$  в случае, когда полностью расходуется ресурс  $R_1$ .*

Полагаем, что выполняются условия (1.8) и полностью расходуется ресурс  $R_1$ . Тогда объём выпуска продукции  $A_2$  равен  $n_{12}$ , так как

$$n_{12} = \min_{1 \leq i \leq 3} n_{ij} = n_2. \quad (3.1.1)$$

Значит

$$x_2^* = n_{12}, \quad (3.1.2)$$

остаток ресурса  $R_1$  равен нулю

$$y_1^* = 0. \quad (3.1.3)$$

Оптимальные остатки ресурсов  $R_2$  и  $R_3$  равны

$$y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2), \quad (3.1.4)$$

$$y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2). \quad (3.1.5)$$

Из (3.12) максимальное значение целевой функции  $Z$  при полном расходе ресурса  $R_1$  равно

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{12}. \quad (3.1.6)$$

Вместе с ресурсом  $R_1$  полностью могут расходоваться и ресурсы  $R_2$ , и  $R_3$ . Поэтому найдём оптимальные планы и проведём анализ для разных вариантов расхода ресурсов в оптимальном плане прямой задачи: 1) полностью расходуется только ресурс  $R_1$ , 2) ресурсы  $R_1$  и  $R_2$ , 3) ресурсы  $R_1$  и  $R_3$ , 4) все три ресурса  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .

3.1.1. *Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется только ресурс  $R_1$ .* Пусть при оптимальном плане полностью расходуется только ресурс  $R_1$ . Тогда при оптимальном плане остатки ресурсов  $R_2$  и  $R_3$  будут строго больше нуля. Это означает, что

$$y_1^* = 0, y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0, y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0, \quad (3.1.1.1)$$

так как

$$n_{22} > n_2, \quad (3.1.1.2)$$

$$n_{32} > n_2. \quad (3.1.1.3)$$

Найдём оптимальный план в двойственной задаче. Из оптимальных значений остатков ресурсов (3.1.1.1) следует, что в оценки ресурсов в двойственной задаче

$$u_1^* \geq 0, u_2^* = 0, u_3^* = 0. \quad (3.1.1.4)$$

Тогда для плана (3.19) параметры  $t_1, t_2, t_3$  должны быть равны:

$$t_1 = 1, t_2 = 0, t_3 = 0. \quad (3.1.1.5)$$

Оптимальные значения переменных  $u_1, u_2, u_3$  равны:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} = p_{12}, u_2^* = 0, u_3^* = 0. \quad (3.1.1.6)$$

Оптимальные значение оценок производства  $u_1$  и  $u_2$  согласно (3.17)-(3.20) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k_1' - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.1.1.7)$$

Минимальное значение целевой функции  $W$  из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_2 = b_1 \cdot p_{12}. \quad (3.1.1.8)$$

Условия (3.1.1.7) выполняются, когда

$$k' < k_1', \quad (3.1.1.9)$$

что равносильно условию

$$k > k_1. \quad (3.1.1.10)$$

Таким образом, при (3.1.1), (3.1.1.2) и (3.1.1.3) выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  строго больше  $k_1$ .

В этом случае оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_{12}), \quad (3.1.1.11)$$

$$Y^* = (0; a_{22}(n_{22} - n_2); a_{32}(n_{32} - n_2)), \quad (3.1.1.12)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{12}. \quad (3.1.1.13)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left( \frac{c_2}{a_{12}} = p_{12}; 0; 0 \right), \quad (3.1.1.14)$$

$$V^* = (c_2 \cdot (k_1' - k'); 0), \quad (3.1.1.15)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{12} = b_1 \cdot p_{12}. \quad (3.1.1.16)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс  $R_1$  будет дефицитным, а ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  будут избыточными.

**3.1.2. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы  $R_1$  и  $R_2$ .** Пусть при оптимальном плане полностью расходуются два ресурса,  $R_1$  и  $R_2$ , а ресурс  $R_3$  расходуется не полностью. Остатки ресурсов будут удовлетворять условиям

$$y_1^* = 0, y_2^* = 0, y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0. \quad (3.1.2.1)$$

Тогда выполняется соотношение (3.1.1.3) и

$$n_{12} = n_{22} = n_2. \quad (3.1.2.2)$$

Из (3.13) и (3.1.2.1) следует, что

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \geq 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \geq 0, u_3^* = 0. \quad (3.1.2.3)$$

Чтобы план (3.1.2.3) был оптимальным, согласно (3.19) и (3.20) параметры  $t_1, t_2, t_3$  должны удовлетворять условиям:

$$t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, t_3 = 0, \quad (3.1.2.4)$$

$$t_1 + t_2 = 1, \quad (3.1.2.5)$$

$$k'_1 \cdot t_1 + k'_2 \cdot t_2 \geq k'. \quad (3.1.2.6)$$

Полагаем, что

$$t_1 = t, t_2 = 1 - t, \quad (3.1.2.7)$$

Тогда на параметр  $t$  будут накладываться условия

$$0 \leq t \leq 1, \quad (3.1.2.8)$$

$$k'_1 t + k'_2 (1 - t) \geq k'. \quad (3.1.2.9)$$

Из (3.1.2.9) следует неравенство

$$t \geq \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2}. \quad (3.1.2.10)$$

Тогда параметр  $t$  удовлетворяет двойному неравенству

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2} \right\} \leq t \leq 1. \quad (3.1.2.11)$$

Проведём анализ последнего неравенства. Если

$$k' \leq k'_2, k \geq k_2, \quad (3.1.2.12)$$

то

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2} \right\} = 0, \quad (3.1.2.13)$$

и условие (3.1.2.11) будет иметь вид

$$0 \leq t \leq 1. \quad (3.1.2.14)$$

При условии (3.1.2.7) оптимальные значения переменных  $u_1^*, u_2^*, u_3^*$  равны

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} t, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} (1 - t), u_3^* = 0; \quad (3.1.2.15)$$

оптимальные значения оценок производства  $v_1^*$  и  $v_2^*$  будут равны

$$v_1^* = c_2 t (k'_1 - k'_2) + c_2 (k'_2 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.1.2.17)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = b_1 \cdot \frac{c_2}{a_{12}} t + b_2 \cdot \frac{c_2}{a_{22}} (1 - t) = c_2 \cdot (n_{12} t + n_{22} - n_{22} t). \quad (3.1.2.18)$$

При выполнении условия (3.1.2.2) значение целевой функции будет равно  $W_{min} = c_2 \cdot n_2 =$

$$c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22} = b_1 \cdot p_{12} = b_2 \cdot p_{22}. \quad (3.1.2.19)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  больше либо равно  $k_2$ .

В этом случае оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{12} = n_{22}), \quad (3.1.2.20)$$

$$Y^* = (0; 0; a_{32}(n_{32} - n_2)), \quad (3.1.2.21)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22}. \quad (3.1.2.22)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left( \frac{c_2}{a_{12}} t; \frac{c_2}{a_{22}} (1 - t); 0 \right), \quad (3.1.2.23)$$

$$V^* = (c_2 t (k'_1 - k'_2) + c_2 (k'_2 - k'); 0), \quad (3.1.2.24)$$

где

$$0 \leq t \leq 1. \quad (3.1.2.25)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{22} = b_1 \cdot p_{12} = b_2 \cdot p_{22}. \quad (3.1.2.26)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  будут расходоваться полностью, но не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых оценка использования ресурса равна нулю. Так при  $t=0$  в ноль обращается оценка  $u_1^*$ , при  $t=1$  в ноль обращается оценка  $u_2^*$ . Ресурс  $R_3$  будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки  $u_1^*$  и  $u_2^*$  в ноль не обращаются.

Если

$$k'_2 < k' < k'_1, \quad k_1 < k < k_2, \quad (3.1.2.27)$$

то

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2} \right\} = \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2}, \quad (3.1.2.28)$$

и условие (3.1.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2} \leq t \leq 1. \quad (3.1.2.29)$$

Поэтому

$$p_{12} \frac{k' - k'_2}{k'_1 - k'_2} \leq u_1^* \leq p_{12}, \quad (3.1.2.30)$$

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22} \frac{k'_1 - k'}{k'_1 - k'_2}. \quad (3.1.2.31)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяется условие на параметр оптимального решения двойственной задачи  $t$  и интервалы изменения оценок  $u_1^*$  и  $u_2^*$ .

Заключаем, что при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) также выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  строго больше  $k_1$  и строго меньше  $k_2$ .

Анализ оптимальных решений при значениях  $k$ , удовлетворяющих условию (3.1.2.27), показывает, что ресурс  $R_1$  будет дефицитным, так как  $u_1^*$  в ноль не обращается. При  $t=1$  в ноль обращается оценка  $u_2^*$ . Поэтому ресурс  $R_2$  будет расходоваться полностью, но не будет дефицитным. Ресурс  $R_3$  будет избыточным.

Отмечаем, что при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.2.2) выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  строго больше  $k_1$ , как и для условий (3.1.1), (3.1.1.2), (3.1.1.3).

**3.1.3. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы  $R_1$  и  $R_3$ .** Рассматриваем случай, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы  $R_1$  и  $R_3$ , а ресурс  $R_2$  расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2.

В этом случае будут выполняться соотношения (3.1.1.2) и условие

$$n_{12} = n_{32} = n_2. \quad (3.1.3.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = 0, y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0, y_3^* = 0. \quad (3.1.3.2)$$

Согласно (3.13) и (3.1.3.1) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}} \cdot t_1 \geq 0, u_2^* = 0, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \geq 0. \quad (3.1.3.3)$$

План (3.1.3.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры  $t_1, t_2, t_3$  удовлетворяет условиям:

$$t_1 \geq 0, t_2 = 0, t_3 \geq 0, \quad (3.1.3.4)$$

$$t_1 + t_3 = 1, \quad (3.1.3.5)$$

$$k'_1 \cdot t_1 + k'_3 \cdot t_3 \geq k'. \quad (3.1.3.6)$$

Как и в 3.1.2 выразим параметры  $t_1, t_3$  через параметр  $t$

$$t_1 = t, t_3 = 1 - t, \quad (3.1.3.7)$$

На  $t$  накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k'_1 t + k'_3 (1 - t) \geq k'. \quad (3.1.3.8)$$

Из (3.1.3.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3}. \quad (3.1.3.9)$$

Тогда параметр  $t$  удовлетворяет неравенству

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3} \right\} \leq t \leq 1. \quad (3.1.3.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя  $k'$ .

Пусть

$$k' \leq k'_3, k \geq k_3. \quad (3.1.3.11)$$

Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3} \right\} = 0, \quad (3.1.3.12)$$

условие (3.1.3.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.1.3.7) оптимальные значения переменных  $u_1^*, u_2^*, u_3^*$  равны



$$u_1^* = \frac{c_2}{a_{12}}t, u_2^* = 0, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}}(1-t); \quad (3.1.3.13)$$

а оценки способов производства  $v_1^*$  и  $v_2^*$ :

$$v_1^* = c_2t(k'_1 - k'_3) + c_2(k'_3 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.1.3.14)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot (n_{12}t + n_{32} - n_{32}t). \quad (3.1.3.15)$$

При выполнении условия (3.1.3.2) значение целевой функции будет равно  $W_{min} = c_2 \cdot n_2 =$

$$c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.1.3.16)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.1.1.3) и (3.1.3.1) выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  больше либо равно  $k_3$ .

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{12} = n_{32}), \quad (3.1.3.17)$$

$$Y^* = (0; a_{22}(n_{22} - n_2); 0), \quad (3.1.3.18)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32}. \quad (3.1.3.19)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left( \frac{c_2}{a_{12}}t; 0; \frac{c_2}{a_{32}}(1-t) \right), \quad (3.1.3.20)$$

$$V^* = (c_2t(k'_1 - k'_3) + c_2(k'_3 - k'); 0), \quad (3.1.3.21)$$

где  $t$  удовлетворяет условию (3.1.2.25).

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.1.3.22)$$

Анализ оптимальных решений (3.1.3.17)-(3.1.3.19) и (3.1.3.20)-(3.1.3.22) показывает, что ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при  $t=0$  в ноль обращается оценка  $u_1^*$ , при  $t=1$  в ноль обращается оценка  $u_3^*$ . Интервалы изменения параметров  $t_1, t_3$  от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \leq u_1^* \leq p_{12}, \quad (3.1.3.23)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32}. \quad (3.1.3.24)$$

Ресурс  $R_2$  будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки  $u_1^*$  и  $u_2^*$  в ноль не обращаются.

Пусть

$$k'_3 < k' < k'_1, k_1 < k < k_3. \quad (3.1.3.25)$$

Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3} \right\} = \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3}, \quad (3.1.3.26)$$

и условие (3.1.3.10) будет иметь вид

$$\frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3} \leq t \leq 1. \quad (3.1.3.27)$$

Поэтому

$$p_{12} \frac{k' - k'_3}{k'_1 - k'_3} \leq u_1^* \leq p_{12}, \quad (3.1.3.28)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32} \frac{k'_1 - k'}{k'_1 - k'_3}. \quad (3.1.3.29)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи  $t$  (3.1.3.27).

Анализ оптимальных решений для условия на коэффициенты  $k'$  и  $k$  (3.1.3.25) показывает, что ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  будут расходоваться полностью. Ресурс  $R_1$  будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса  $u_1^*$  в ноль не обращается. Ресурс  $R_3$  не будет дефицитным, так как при  $t=0$  его предельная оценки обращается  $u_3^*$  в ноль. Ресурс  $R_2$  будет избыточным.

Заключаем, что для условий (3.1.1.2) и (3.1.3.1) отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$  выполняется, если  $k$  строго больше  $k_1$  и строго меньше  $k_3$ .

Условием предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$  (3.1.1.11) и (3.1.3.1) будет отношение  $k$  строго больше  $k_1$ , как и для условий (3.1.1.3), (3.1.2.2).

**3.1.4. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются все три ресурса.** Перейдём к рассмотрению варианта, когда все три ресурса расходуются полностью. Для него выполняются равенства показателей  $m_{11}$ ,  $m_{21}$  и  $m_{31}$ , соотношения (3.1.1), (3.1.2.2) и (3.1.3.1).

Оптимальные остатки всех ресурсов будут равны нулю

$$y_1^* = 0, y_2^* = 0, y_3^* = 0. \quad (3.1.4.1)$$

Оптимальные оценки в двойственной задаче также будут определяться формулами (3.10). Параметры  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  должны быть положительными и удовлетворять условиям (3.16) и (3.17). Значения переменных  $v_1^*$  и  $v_2^*$  выражаются формулами (3.14) и (3.15).

Последовательно рассмотрим интервалы значений показателя  $k'$ , когда он строго меньше  $k'_1$ :

$$1. k' < k'_3, k > k_3, \quad (3.1.4.2)$$

$$2. k'_3 \leq k' < k'_2, k_3 \geq k > k_2, \quad (3.1.4.3)$$

$$3. k'_2 \leq k' < k'_1, k_2 \geq k > k_1, \quad (3.1.4.4)$$

Пусть  $k'$  удовлетворяет условию (3.1.4.2). Для параметров  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  интервалы их значений. Из неравенства (3.16) следует, что при выполнении условия (3.1.4.2)  $k'$  меньше минимального из значений коэффициентов  $k'_1$ ,  $k'_2$  и  $k'_3$ . Поэтому тройки значений параметров  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$

$$1. t_1=1, t_2=0, t_3=0; \quad (3.1.4.5)$$

$$2. t_1=0, t_2=1, t_3=0; \quad (3.1.4.6)$$

$$3. \ t_1=0, \ t_2=0, \ t_3=1; \quad (3.1.4.7)$$

удовлетворяют условиям (3.16), (3.17) и положительности этих параметров.

Отсюда интервалы значений  $t_1, t_2, t_3$  следующие:

$$0 \leq t_1 \leq 1. \quad (3.1.4.8)$$

$$0 \leq t_2 \leq 1. \quad (3.1.4.9)$$

$$0 \leq t_3 \leq 1. \quad (3.1.4.10)$$

Соответственно интервалы значений оценок  $u_1^*, u_2^*, u_3^*$  будут:

$$0 \leq u_1^* \leq p_{12}. \quad (3.1.4.11)$$

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22}. \quad (3.1.4.12)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32}. \quad (3.1.4.13)$$

Все три ресурса расходуются полностью, но не будут дефицитными, так как их оценки в оптимальном плане двойственной задаче могут обращаться в ноль.

Пусть  $k'$  удовлетворяет условию (3.1.4.3). Тройка значений (3.1.4.7) не будет удовлетворять условиям (3.16), (3.17) и условиям положительности параметров, а тройки значений будут (3.1.4.5) и (3.1.4.6) будут. Для параметров  $t_1$  и  $t_2$  интервалы изменения значений останутся (3.1.4.8) и (3.1.4.9), а для параметра  $t_3$  станет интервал

$$0 \leq t_3 \leq \frac{k'_1 - k'}{k'_1 - k'_3}. \quad (3.1.4.14)$$

Тогда интервалы значений оценок  $u_1^*, u_2^*$  не изменятся, будут совпадать с (3.11) и (3.1.4.12), а интервал для оценки  $u_3^*$  будет совпадать с интервалом (3.1.3.29).

Опять, все три ресурса расходуются полностью, но не будут дефицитными.

Пусть  $k'$  удовлетворяет условию (3.1.4.4). Тройки значений (3.1.4.6) и (3.1.4.7) не будут удовлетворять условиям (3.16), (3.17) и условиям положительности параметров, а тройка значений (3.1.4.5) будет. Это означает, что параметр  $t_1$  не может принимать нулевое значение, а параметры  $t_2$  и  $t_3$  могут. Интервал значений параметра  $t_1$  будет интервал:

$$\frac{k'_1 - k'_3}{k'_1 - k'_3} \leq t_1 \leq 1, \quad (3.1.4.15)$$

параметра  $t_2$

$$0 \leq t_2 \leq \frac{k'_1 - k'}{k'_1 - k'_2}. \quad (3.1.4.16)$$

параметра  $t_3$  интервал (3.1.4.14).

Соответственно интервалы значений оценок  $u_1^*, u_2^*, u_3^*$  будут: для  $u_1^*$

$$p_{12} \frac{k'_1 - k'_3}{k'_1 - k'_3} \leq u_1^* \leq p_{12}. \quad (3.1.4.17)$$

для  $u_2^*$

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22} \frac{k'_1 - k'}{k'_1 - k'_2}. \quad (3.1.4.18)$$

для  $u_3^*$  интервал (3.1.3.29).

Все три ресурса расходуются полностью, но ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  не будут дефицитными, так как их оценки в оптимальном плане двойственной задаче могут обращаться в ноль, а ресурс  $R_1$  будет дефицитным.

Также отмечаем, что при соотношениях (3.1.2.2) и (3.1.3.1) выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , когда  $k'$  строго меньше  $k'_1$  ( $k$  строго больше  $k_1$ ).

Общий вывод для случая, когда полностью расходуется ресурс  $R_1$ : выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , когда  $k'$  строго меньше  $k'_1$  ( $k$  строго больше  $k_1$ ), вне зависимости от полноты использования ресурсов  $R_2$  и  $R_3$ .

**3.2. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется ресурс  $R_2$ .** Перейдём к поиску условий выполнения отношения предпочтения, если при оптимальном плане полностью расходуется ресурс  $R_2$ . Тогда возможны варианты:

1. полностью расходуется только ресурс  $R_2$  (вариант 2);
2. полностью расходуются только ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  (вариант 4);
3. полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  (вариант 6);
4. и полностью расходуются все ресурсы (вариант 7).

Варианты 4 и 7 мы уже рассмотрели. Рассмотрим варианты 2 и 6.

**3.2.1. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется только ресурс  $R_2$ .** Пусть при оптимальном плане полностью расходуется только ресурс  $R_2$ , выполняются условия (3.1.1.3) и

$$n_{12} > n_2, \quad (3.2.1.1)$$

$$n_{22} = n_2. \quad (3.2.1.2)$$

Тогда при оптимальном плане остаток ресурса  $R_2$  равен нулю, а остатки ресурсов  $R_1$  и  $R_3$  будут строго больше нуля (3.9)-(3.11):

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0, y_3^* = a_{32}(n_{32} - n_2) > 0, \quad (3.2.1.3)$$

По теореме равновесия и формулам (3.13) в оптимальном плане двойственной задачи оценки ресурсов равны:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} = p_{22}, u_3^* = 0. \quad (3.2.1.4)$$

Оптимальные значения оценок производства  $v_1$  и  $v_2$  согласно (3.14) и (3.15) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k'_2 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.2.1.5)$$

Минимальное значение целевой функции  $W$  из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22}. \quad (3.2.1.6)$$

Условия (3.2.1.5) выполняются, когда

$$k' < k'_2, \quad (3.2.1.7)$$

что равносильно условию

$$k > k_2, \quad (3.2.1.8)$$

Таким образом, при (3.1.1.3), (3.2.1.1) и (3.2.1.2) выполняются отношения (1.8) предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  строго больше  $k_2$ .

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_{22} = n_2), \quad (3.2.1.9)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); 0; a_{32}(n_{32} - n_2)), \quad (3.2.1.10)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_2. \quad (3.2.1.11)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(0; \frac{c_2}{a_{22}}; 0\right), \quad (3.2.1.12)$$

$$V^* = (c_2 \cdot (k'_2 - k'); 0), \quad (3.2.1.13)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{22} = b_2 \cdot p_{22}. \quad (3.2.1.14)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс  $R_2$  будет дефицитным, а ресурсы  $R_1$  и  $R_3$  будут избыточными.

**3.2.2. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$ .** Рассмотрим вариант 6, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы  $R_2$  и  $R_3$ , а ресурс  $R_1$  расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2. и 3.1.3

В этом случае будут выполняться соотношение (3.2.1.1) и условие

$$n_{22} = n_{32} = n_2. \quad (3.2.2.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0, y_3^* = 0. \quad (3.2.2.2)$$

Согласно (3.13) и (3.2.2.2) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \geq 0, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \geq 0. \quad (3.2.2.3)$$

План (3.2.2.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры  $t_1, t_2, t_3$  удовлетворяет условиям

$$t_1 = 0, t_2 \geq 0, t_3 \geq 0, \quad (3.2.2.4)$$

$$t_2 + t_3 = 1, \quad (3.2.2.5)$$

$$k'_2 \cdot t_2 + k'_3 \cdot t_3 \geq k'. \quad (3.2.2.6)$$

Как и в 3.1.2, 3.1.3 выразим параметры  $t_2, t_3$  через параметр  $t$

$$t_2 = t, t_3 = 1 - t, \quad (3.2.2.7)$$

На  $t$  накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k'_2 t + k'_3 (1 - t) \geq k'. \quad (3.2.2.8)$$

Из (3.2.2.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}. \quad (3.2.2.9)$$

Тогда параметр  $t$  удовлетворяет неравенству

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_2}{k'_2 - k'_3} \right\} \leq t \leq 1. \quad (3.2.2.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя  $k'$ .

Пусть  $k'$  удовлетворяет условия (3.1.3.11). Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \right\} = 0, \quad (3.2.2.11)$$

условие (3.2.2.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.2.2.3) оптимальные значения переменных  $u_1^*$ ,  $u_2^*$ ,  $u_3^*$  равны

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} t, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} (1 - t); \quad (3.2.2.12)$$

а оценки способов производства  $v_1^*$  и  $v_2^*$ :

$$v_1^* = c_2 t (k'_2 - k'_3) + c_2 (k'_3 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.2.2.13)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.14)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.2.1.1) и (3.2.2.1) выполняются условия для отношения предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  больше либо равно  $k_3$ .

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{22} = n_{32}), \quad (3.2.2.15)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); 0; 0), \quad (3.2.2.16)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_{32}. \quad (3.2.2.17)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left( 0; \frac{c_2}{a_{22}} t; \frac{c_2}{a_{32}} (1 - t) \right), \quad (3.2.2.18)$$

$$V^* = (c_2 t (k'_2 - k'_3) + c_2 (k'_3 - k'); 0), \quad (3.2.2.19)$$

где  $t$  удовлетворяет условию (3.1.2.25). Минимальное значение целевой функции:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.20)$$

Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при  $t=0$  в ноль обращается оценка  $u_2^*$ , при  $t=1$  в ноль обращается оценка  $u_3^*$ . Интервалы изменения параметров  $t_2$ ,  $t_3$  от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22}, \quad (3.2.2.21)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32}. \quad (3.2.2.22)$$

Ресурс  $R_1$  будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки  $u_2^*$  и  $u_3^*$  в ноль не обращаются.

Пусть

$$k'_3 < k' < k'_2, k_2 < k < k_3. \quad (3.2.2.23)$$

Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \right\} = \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}, \quad (3.2.2.24)$$

и условие (3.2.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \leq t \leq 1. \quad (3.2.2.25)$$

Поэтому

$$p_{22} \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \leq u_2^* \leq p_{22}, \quad (3.2.2.26)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32} \frac{k'_1 - k'}{k'_2 - k'_3}. \quad (3.2.2.27)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи  $t$  (3.2.2.25).

Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  будут расходоваться полностью. Ресурс  $R_2$  будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса  $u_2^*$  в ноль не обращается. Ресурс  $R_3$  не будет дефицитным, так как при  $t=0$  его предельная оценка обращается  $u_3^*$  в ноль. Ресурс  $R_1$  будет избыточным.

Заключаем, что для условий на показатели  $n_{12}$ ,  $n_{22}$ ,  $n_{32}$  (3.2.1.1) и (3.2.2.1) и если  $k$  строго больше  $k_2$  и строго меньше  $k_3$ , (3.2.2.23), выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ .

Также выполняется условие предпочтения продукции  $A_2$ , если полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  и показатель  $k$  строго больше  $k_2$  (3.2.1.8).

**3.2.2. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$ .** Рассмотрим вариант 6, когда при оптимальном плане полностью расходуются ресурсы  $R_2$  и  $R_3$ , а ресурс  $R_1$  расходуется не полностью. Исследования будем проводить аналогично пункту 3.1.2. и 3.1.3

В этом случае будут выполняться соотношение (3.2.1.1) и условие

$$n_{22} = n_{32} = n_2. \quad (3.2.2.1)$$

Из (3.9)-(3.11) остатки ресурсов будут равны

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = 0, y_3^* = 0. \quad (3.2.2.2)$$

Согласно (3.13) и (3.2.2.2) оптимальные значения переменных в двойственной задаче представим в виде:

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} \cdot t_2 \geq 0, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} \cdot t_3 \geq 0. \quad (3.2.2.3)$$

План (3.2.2.3) согласно (3.19) и (3.20) оптимальный, если параметры  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  удовлетворяет условиям

$$t_1 = 0, t_2 \geq 0, t_3 \geq 0, \quad (3.2.2.4)$$

$$t_2 + t_3 = 1, \quad (3.2.2.5)$$

$$k'_2 \cdot t_2 + k'_3 \cdot t_3 \geq k'. \quad (3.2.2.6)$$

Как и в 3.1.2, 3.1.3 выразим параметры  $t_2, t_3$  через параметр  $t$

$$t_2 = t, t_3 = 1 - t, \quad (3.2.2.7)$$

На  $t$  накладываются условия (3.1.2.8) и

$$k'_2 t + k'_3 (1 - t) \geq k'. \quad (3.2.2.8)$$

Из (3.2.2.8) следует

$$t \geq \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}. \quad (3.2.2.9)$$

Тогда параметр  $t$  удовлетворяет неравенству

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \right\} \leq t \leq 1. \quad (3.2.2.10)$$

Рассмотрим разные случаи значений показателя  $k'$ .

Пусть  $k'$  удовлетворяет условия (3.1.3.11). Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \right\} = 0, \quad (3.2.2.11)$$

условие (3.2.2.10) будет иметь вид (3.1.2.14).

Из выражений (3.2.2.3) оптимальные значения переменных  $u_1^*, u_2^*, u_3^*$  равны

$$u_1^* = 0, u_2^* = \frac{c_2}{a_{22}} t, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} (1 - t); \quad (3.2.2.12)$$

а оценки способов производства  $v_1^*$  и  $v_2^*$ :

$$v_1^* = c_2 t (k'_2 - k'_3) + c_2 (k'_3 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.2.2.13)$$

Минимальное значение целевой функции будет равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = b_2 \cdot p_{22} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.14)$$

Таким образом, при выполнении условий (3.2.1.1) и (3.2.2.1) выполняются условия для отношения предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ , если  $k$  больше либо равно  $k_3$ .

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_2 = n_{22} = n_{32}), \quad (3.2.2.15)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); 0; 0), \quad (3.2.2.16)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{22} = c_2 \cdot n_{32}. \quad (3.2.2.17)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left( 0; \frac{c_2}{a_{22}} t; \frac{c_2}{a_{32}} (1 - t) \right), \quad (3.2.2.18)$$

$$V^* = (c_2 t (k'_2 - k'_3) + c_2 (k'_3 - k'); 0), \quad (3.2.2.19)$$

где  $t$  удовлетворяет условию (3.1.2.25). Минимальное значение целевой функции:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_2 = c_2 \cdot n_{12} = c_2 \cdot n_{32} = b_1 \cdot p_{12} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.2.2.20)$$



Проводим анализ оптимальных решений. Он показывает, что ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  будут расходоваться полностью, но они не будут дефицитным, так как есть оптимальные планы, в которых их оценки использования равны нулю. Так при  $t=0$  в ноль обращается оценка  $u_2^*$ , при  $t=1$  в ноль обращается оценка  $u_3^*$ . Интервалы изменения параметров  $t_2, t_3$  от нуля до 1 включительно. Поэтому

$$0 \leq u_2^* \leq p_{22}, \quad (3.2.2.21)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32}. \quad (3.2.2.22)$$

Ресурс  $R_1$  будет избыточным. Отметим, что одновременно оценки  $u_2^*$  и  $u_3^*$  в ноль не обращаются.

Пусть

$$k'_3 < k' < k'_2, \quad k_2 < k < k_3. \quad (3.2.2.23)$$

Тогда

$$\max \left\{ 0; \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \right\} = \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}, \quad (3.2.2.24)$$

и условие (3.2.2.11) будет иметь вид

$$\frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \leq t \leq 1. \quad (3.2.2.25)$$

Поэтому

$$p_{22} \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3} \leq u_2^* \leq p_{22}, \quad (3.2.2.26)$$

$$0 \leq u_3^* \leq p_{32} \frac{k' - k'_3}{k'_2 - k'_3}. \quad (3.2.2.27)$$

Оптимальные планы обеих задач не изменятся. Поменяются условия на параметр оптимального решения двойственной задачи  $t$ . Оно определяется соотношением (3.2.2.25).

Проводим анализ оптимальных решений для условия на коэффициенты  $k'$  и  $k$  (3.2.2.23). Он показывает, что ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  будут расходоваться полностью. Ресурс  $R_2$  будет дефицитным, так как предельная оценка ресурса  $u_2^*$  в ноль не обращается. Ресурс  $R_3$  не будет дефицитным, так как при  $t=0$  его предельная оценка обращается  $u_3^*$  в ноль. Ресурс  $R_1$  будет избыточным.

Заключаем, что для условий на показатели  $m_{12}, m_{22}, m_{32}$  (3.2.1.1) и (3.2.2.1) и если  $k$  строго больше  $k_2$  и строго меньше  $k_3$ , (3.2.2.23), выполняется отношение предпочтения продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$ .

Также выполняется условие предпочтения продукции  $A_2$ , если полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  и показатель  $k$  строго больше  $k_2$  (3.2.1.8).

3.3. Анализ использования ресурсов, когда полностью расходуется ресурс  $R_3$ . Осталось рассмотреть условия, при которых выполняются отношения предпочтения, если в оптимальном плане полностью расходуется ресурс  $R_3$ . В этом случае возможные варианты:

1. полностью расходуется только ресурс  $R_3$  (вариант 3);
2. полностью расходуются только ресурсы  $R_1$  и  $R_3$  (вариант 5);
3. полностью расходуются только ресурсы  $R_2$  и  $R_3$  (вариант 6);
4. и полностью расходуются все ресурсы (вариант 7).

Варианты 5-7 мы уже рассмотрели. Осталось рассмотреть вариант 3, когда полностью расходуется только ресурс  $R_3$ .

Пусть в оптимальном плане полностью расходуется только ресурс  $R_3$ , выполняются условия (3.1.1.2), (3.2.1.1) и

$$n_{32} = n_2. \quad (3.3.1)$$

Тогда при оптимальном плане остаток ресурса  $R_3$  равен нулю, а остатки ресурсов  $R_1$  и  $R_2$  будут строго больше нуля (3.9)-(3.11):

$$y_1^* = a_{12}(n_{12} - n_2) > 0, y_2^* = a_{22}(n_{22} - n_2) > 0, y_3^* = 0, \quad (3.3.2)$$

По следствиям второй теореме двойственности (теореме равновесия) и формул (3.13) в оптимальном плане двойственной задачи оценки ресурсов равны:

$$u_1^* = 0, u_2^* = 0, u_3^* = \frac{c_2}{a_{32}} = p_{32}. \quad (3.3.3)$$

Оптимальные значения оценок производства  $v_1$  и  $v_2$  согласно (3.14) и (3.15) равны:

$$v_1^* = c_2 \cdot (k'_3 - k') > 0, v_2^* = 0. \quad (3.3.4)$$

Минимальное значение целевой функции  $W$  из (3.22) равно:

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{32} = c_2 \cdot n_2 = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.3.5)$$

Условия (3.159)(3.3.4) выполняются, когда

$$k' < k'_3, \quad (3.3.6)$$

что равносильно условию

$$k > k_3, \quad (3.3.7)$$

Если выполняются условия (3.1.1.2), (3.2.1.1) и (3.3.1) на показатели  $n_{12}$ ,  $n_{22}$ ,  $n_{32}$ , выполняются отношения (1.8) и  $k$  строго больше  $k_3$ , то выпуск продукции  $A_2$  предпочтителен выпуску продукции  $A_1$ .

Оптимальный план прямой задачи:

$$X^* = (0; n_{32} = n_2), \quad (3.3.8)$$

$$Y^* = (a_{12}(n_{12} - n_2); a_{22}(n_{22} - n_2); 0), \quad (3.3.9)$$

$$Z_{max} = c_2 \cdot n_{32} = c_2 \cdot n_2. \quad (3.3.10)$$

Оптимальный план двойственной задачи:

$$U^* = \left(0; 0; \frac{c_2}{a_{32}} = p_{32}\right), \quad (3.3.11)$$

$$V^* = (c_2 \cdot (k'_3 - k'); 0), \quad (3.3.12)$$

$$W_{min} = c_2 \cdot n_{32} = b_3 \cdot p_{32}. \quad (3.3.13)$$

Анализ оптимальных решений показывает, что ресурс  $R_3$  будет дефицитным, а ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  будут избыточными.

**Выводы.** Наличие отношения предпочтения выпуска продукции  $A_2$  над продукцией  $A_1$  зависит от остатков ресурсов в оптимальном плане и значения показателя  $k$  относительно значений показателей ресурсов  $k_i$ .

Если в оптимальном плане ресурс  $R_1$  расходуется полностью и значение показателя  $k$  строго больше значения показателя  $k_1$ , то выпускается только продукция  $A_2$  в количестве  $n_{12}=n_2$  независимо от того, расходуются полностью ресурсы  $R_2$  или  $R_3$ .

Если же в оптимальном плане полностью расходуется ресурс  $R_2$  и показатель  $k$  строго больше показателя  $k_2$ , то выпускается только продукция  $A_2$  в количестве  $n_{22}=n_2$ , но при условии что ресурс  $R_1$  расходуется не полностью, независимо от расхода ресурса  $R_3$ .

Если в оптимальном плане полностью расходуется ресурс  $R_3$ , показатель  $k$  строго больше  $k_3$ , то выпускается только продукция  $A_2$  в количестве  $n_{32}=n_2$ , при условии что ресурсы  $R_1$  и  $R_2$  расходуются не полностью.

#### Библиографический список

1. Мамонов О. В. Использование методов линейного программирования при анализе производства продукции. // В сборнике: Актуальные проблемы агропромышленного комплекса сборник трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов, посвященный 80-летию Новосибирского ГАУ. Новосибирский государственный аграрный университет. 2016. С. 194-198.

2. Мамонов О. В. Анализ эффективного использования двух ресурсов для предприятия, выпускающего два вида продукции // Агропродовольственная экономика. 2016. № 12. С. 30-62.

3. Мамонов О. В., Елисеева Ю. В. Оптимальные планы производства продукции двух видов с использованием двух ресурсов. / Теория и практика современной аграрной науки. Сборник II Национальной (всероссийской) конференции. 2019. С. 537-542.

4. Мамонов О. В., Чумак М. В. Пример определения условий перехода предприятия на производство одного вида ресурса / Актуальные проблемы агропромышленного комплекса: сборник трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов Новосибирского ГАУ. Новосибирский государственный аграрный университет. 2017. С. 252-254.

5. Мамонова М. О. Сироткина Л. Н. Отношение предпочтения выпуска двух видов продукции в задаче об использовании ресурсов. Часть 1 / Экономика, управление, финансы и туризм: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической

конференции, 10 сентября 2022 г., Москва: Профессиональная наука, 2022. С. 28-49. DOI 10.54092/9781471048616\_28

6. Мамонов О. В. Анализ использования двух ресурсов предприятия с двумя видами продукции с помощью графического способа решения задачи линейного программирования // Агропродовольственная экономика. 2016. № 10. С. 4-42.

7. Бабин В. Н., Бабина Ю. В. Условие полного расхода всех ресурсов в производстве двух видов продукции. Часть 1 / Теория и практика современной аграрной науки: сборник IV национальной (всероссийской) научной конференции с международным участием. Новосибирск, 2021. С. 1025-1032.

8. Babin, V. N. The rational use of resources provided two products output, part 2 / V. N. Babin, Yu. A. Mikhalchishina, Yu. V. Babina // European Proceedings of Social and Behavioural Sciences : Proceedings of the Conference on Land Economy and Rural Studies Essentials. Omsk: European Publisher, 2022. pp. 103-112. DOI 10.15405/epsbs.2022.02.14

УДК 636.4

**Тимофеев З.О., Кузнецов А.С., Святогоров Н.А. Анализ влияния факторов среды на клинические показатели молочных пород коров**

**Analysis of the influence of environmental factors on the clinical parameters of dairy cows**

**Тимофеев З.О., Кузнецов А.С., Святогоров Н.А.**

Донской государственный аграрный университет, п. Персиановский

Timofeev Z.O., Kuznetsov A.S., Svyatogorov N.A.

Don State Agrarian University, Persianovsky village

***Аннотация.** В последние годы в Ростовской области отмечено некоторое увеличение общего поголовья коров, однако, их средняя продуктивность в сравнении с 2022 годом несколько уменьшилась и составила 4240 кг молока. При этом его валовое производство за счет проводимого обновления породного состава стада коров, строительства новых и модернизации действующих ферм и комплексов увеличилось на 1 %.*

***Ключевые слова:** коровы, факторы среды, голштинская порода.*

***Abstract.** In recent years, a slight increase in the total number of cows has been noted in the Rostov region, however, their average productivity decreased slightly compared to 2022 and amounted to 4240 kg of milk. At the same time, its gross production due to the ongoing renewal of the breed composition of the cow herd, the construction of new and modernization of existing farms and complexes increased by 1%.*

***Keywords:** cows, environmental factors, Holstein breed.*

Вместе с тем резко континентальный климат, интенсивная солнечная инсоляция и другие природно-климатические факторы Ростовской области не всегда благоприятно воздействуют на организм вновь завезенных животных. Под их влиянием у импортированных коров изменяются некоторые физиологические процессы и вырабатываются новые приспособительные механизмы, обеспечивающие им оптимальную жизнедеятельность в данных условиях [1].

**Целью данной работы** являлось изучение изменения некоторых клинических показателей в процессе адаптации к новым экологическим условиям коров, привезенных из Германии.

Исследования проводились в течение 2019-2021 г. на коровах черно-пестрой голштинской и швицкой пород в племязаводах ОАО имени Ленина и ООО «Вера» Матвеево-Курганского Района Ростовской области. Для этого на 20 коровах этих пород, завезенных из Германии весной 2019 года, в течение двух смежных дней января, апреля, июля и октября определяли температуру тела, частоту пульса, количество дыхательных движений и сокращение рубца в 1-2 минут.

Результаты исследования показали, что эти клинические показатели у всех подопытных животных, в зависимости от времени года, находились в разных физиологических пределах, что в какой-то степени характеризует адаптационные процессы в организме животных в новых условиях [2]. Так, в первый год адаптации отмечена некоторая реакция животных на снижение температуры воздуха до  $-15^{\circ}\text{C}$  в зимний и на ее повышение до  $40^{\circ}\text{C}$  в летний периоды. Изучаемые показатели находилась в верхних пределах физиологической нормы, но у голштинских коров они были более высокие, чем у швицких сверстниц (табл. 1).

Таблица 1

Адаптационные изменения некоторых клинических показателей молочных коров

Показатель	Физиологическая норма	Сезон года	Порода и год адаптации					
			Голштинская			Швицкая		
			1	2	3	1	2	3
Частота пульса в одну минуту	50-80	Зима	72,1	71,3	70,5	70,4	66,8	65,5
		Весна	75,9	75,9	71,4	71,2	71,2	70,2
		Лето	88,3	87,5	83,6	82,6	79,6	78,5
		Осень	73,5	73,5	73,5	62,4	62,3	68,4
Частота дыхательных движений в одну минуту	12-25	Зима	33,2	30,2	27,5	28,5	24,5	22,0
		Весна	36,1	36,1	34,1	32,9	32,9	32,9
		Лето	48,5	47,8	42,5	41,4	39,4	35,7
		Осень	36,6	36,6	36,5	32,1	32,1	32,1
Температура тела, $^{\circ}\text{C}$	37,5-39,5	Зима	38,9	38,7	38,8	38,6	38,4	38,3
		Весна	38,8	38,8	38,9	38,5	38,5	38,5
		Лето	39,3	39,2	39,3	38,8	38,7	38,5
		Осень	38,5	38,5	38,5	38,6	38,6	38,4
Количество сокращения рубца за 2 минуты	2-5	Зима	3,1	3,2	3,8	3,3	3,5	3,5
		Весна	3,2	3,3	3,7	3,2	3,8	3,7
		Лето	2,8	2,9	3,3	3,1	3,3	3,3
		Осень	3,1	3,1	3,6	3,1	3,1	3,5

С повышением температуры выше  $20^{\circ}\text{C}$  у коров обеих пород повышалась частота пульса и дыхательных движений, а при температуре в  $40^{\circ}\text{C}$  эти показатели превосходили границы физиологической нормы.

Во второй и третий годы адаптации у коров голштинской породы, анализируемые клинические показатели при аналогичных температурных факторах имели тенденцию к незначительным уменьшениям, в то время как у коров швицкой породы отмечены более существенные снижения к физиологическим нормам. То есть адаптивный стресс оказал меньшее влияние на коров этой породы.

Обращает на себя внимание, что снижение температуры окружающей среды меньше оказывал влияние на физиологические процессы животных, и в этот период анализируемые клинические показатели не выходили за рамки нормы. А адаптационный стресс на изменение окружающей среды с годами снижался [3].

При высокой температуре окружающей среды клинические показатели были за пределами физиологической нормы. Иная ситуация протекала летом при экстремально высокой температуре воздуха, Особенно высокая реактивность на повышение температуры воздуха проявилась у коров голштинской породы. У них отмечены более высокие, чем у швицких сверстниц показатели температуры тела, дыхательных движений и частоты пульса. Усиление легочной вентиляции способствовало улучшению теплоотдачи и предотвращению перегрева организма. При этом молочная продуктивность в жаркие дни лета у голштинского скота в первый год снижалась на 32%, во второй на 20%, в третий на 10%. Швицкая порода скота была менее подвержена влиянию жары, и удои в первый год снижались на 13%, во второй на 7% и в третий на 4%.

**Выводы.** Коровы швицкой породы обладают лучшей адаптационной способностью к новым климатическим условиям и меньше реагируют на повышение температуры воздуха, чем голштинские сверстники.

#### Библиографический список

4. Приступа В.Н. Сравнительная продуктивность скота калмыцкой породы заводских линий и родственных групп / В.Н. Приступа, Н.А. Святогоров, О.В. Свитенко [и др.] // Труды Кубанского государственного аграрного университета. - 2021. - № 90. - С. 117-122. DOI: 10.21515/1999-1703-90-117-122 EDN: PCOTNF
5. Клименко А.И. Приоритетные направления обеспечения эффективности животноводства: монография / А.И. Клименко, Ю.А. Колосов, Н.Ф. Имарионова [и др.]. - Персиановский: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Донской государственный аграрный университет", 2017. - 359 с. ISBN: 978-5-98252-307-5 EDN: YTYWQN
6. Приступа В.Н. Влияние качества молока коров на выход голландского сыра / В.Н. Приступа, О.В. Свитенко, Н.А. Святогоров, А.Е. Святогорова, М.Г. Григорьева // Вестник Донского государственного аграрного университета. - 2023. № 2 (48). С. 70-78.

УДК 636.4

**Харина А.С., Дудий М.А., Святогоров Н.А. Социально-экономические перспективы производства свинины на семейных фермах индустриального типа**

**Socio-economic prospects for pork production on industrial-type family farms**

**Харина А.С., Дудий М.А., Святогоров Н.А.**

Донской государственный аграрный университет, п. Персиановский

Kharina A.S., Dudy M.A., Svyatogorov N.A.

Don State Agrarian University, Persianovsky village

***Аннотация.** Свиноводство считается одним из главных источников производства мяса. Выращивается более 100 видов и пород свиней в большинстве стран мира. Сегодня сельское трудоспособное население (в основном молодежь) мигрирует в города, что приводит к упадку отдельных сельских территорий, утрате традиций, образа жизни и культурных ценностей, «старению» сельского населения, крайне низкому уровню роста населения. Структурная реорганизация сельскохозяйственных организаций и организационно-правовых форм привела к значительному сокращению рабочих мест и потере многими сельскими жителями постоянных источников дохода. Семейное свиноводство может стать экономически жизнеспособным и социально ориентированным в данной ситуации.*

***Ключевые слова:** семейное хозяйство, семейные фермы, свиноводство, эффективность, социально-экономические перспективы.*

***Abstract.** Pig farming is considered one of the main sources of meat production. More than 100 species and breeds of pigs are raised in most countries of the world. Today, the rural working population (mainly young people) migrates to cities, which leads to the decline of certain rural areas, the loss of traditions, lifestyle and cultural values, the “aging” of the rural population, and an extremely low level of population growth. The structural reorganization of agricultural organizations and legal forms has led to a significant reduction in jobs and the loss of permanent sources of income for many rural residents. Family pig farming can become economically viable and socially oriented in this situation.*

***Keywords:** family farming, family farms, pig farming, efficiency, socio-economic prospects.*

Производство мяса в России увеличивается с каждым годом. В 2022 году был побит еще один рекорд: по предварительным оценкам, основное производство мяса достигнет убойного объема в 11,73 млн тонн. Особенно заметное влияние на рост общего производства мяса оказывает свиноводство: с 2017 года выпуск отрасли увеличился примерно на 1 млн тонн. За последние несколько десятилетий российская свиноводческая отрасль кардинально изменилась: от рекордного падения производства к быстрому росту. В 1990 году производство свинины в Российской Федерации составляло примерно 3,5 миллиона тонн, которое упало до исторического минимума в 1,48 миллиона тонн в 1999 году и увеличилось до 4,5 миллиона тонн в 2022 году. Есть предпосылки для продолжения роста производства в 2023 году. По разным оценкам, рост может составить 1,5-25 млн тонн.



Многолетним лидером по производству свинины среди регионов России остается Центральный федеральный округ, где производится более половины производства свинины в стране. Второе место (744 тыс. тонн) занимает Приволжский федеральный округ, третье место – Сибирский федеральный округ (423 тыс. тонн). Темпы роста в трех регионах Центральном, Приволжском и Уральском в 2022 году будут примерно такими же, как в 2021 году, на уровне 6-6,4%. В первом квартале 2023 года производство свинины в РФ продолжило расти, достигнув 1289,2 тыс. тонн, из них живой вес увеличился примерно на 72 тыс. тонн. Белгородская область является многолетним лидером по производству свинины в РФ с объемом производства 226,3 тыс. тонн в первом квартале 2023 года. На втором месте Курская область с объемом производства 124,6 тыс. тонн, на третьем месте Воронежская область с объемом производства свинины. 96 100 т. Наибольший прирост произошел в Брянской области: прирост по сравнению с аналогичным периодом прошлого года составил 17,4 тыс. тонн. В большинстве регионов РФ, в том числе в Южном федеральном округе, тенденция роста практически нулевая, особенно из-за вспышки африканской чумы свиней.[1]

Структурная реорганизация сельскохозяйственных организаций и организационно-правовых форм привела к значительному сокращению рабочих мест и потере многими сельскими жителями постоянных источников дохода. Поэтому переход к рыночной экономике поставил многих сельских жителей на грань выживания

Сегодня сельское трудоспособное население (в основном молодежь) мигрирует в города, что приводит к упадку отдельных сельских территорий, утрате традиций, образа жизни и культурных ценностей, «старению» сельского населения, крайне низкому уровню роста населения. Мы считаем, что основная причина – отсутствие мотивации у молодежи работать в сельском хозяйстве.

В современных условиях государство не может решить проблему бедности исключительно за счет мер социальной поддержки. Государство должно создать и поддерживать механизмы, позволяющие сельским жителям самостоятельно развивать собственный бизнес, который обеспечит им стабильный доход.

В этом направлении индустриальное семейное свиноводство может стать экономически жизнеспособным и социально ориентированным. Малые фермерские хозяйства чаще всего гибко адаптируются к изменениям рынка, быстро окупают затраты и дают прибыль. Параметры хозяйства и его хозяйственная форма должны отражать объективные (природно-климатические) и субъективные (социальные, экономические и т. д.) требования.

Стоит отметить, что свиноводство практически во всех странах мира представлено семейными фермами: частными лицами или кооперативами со средним поголовьем от 50 до 300 свиноматок и общим поголовьем от 200 до 8 тысяч свиней

Дания лидирует в производстве свинины, производя в 5 раз больше свинины, чем потребляет, и считается одним из крупнейших ее экспортеров. Одним из основных элементов прибыльного свиноводства является использование ресурсосберегающих технологий. Улучшение конверсии корма является одним из главных приоритетов в области сбалансированного питания.[2]

Семейные фермы являются традиционными для Дании, поэтому основная цель государственной политики – их защита. Например, датское экологическое законодательство требует гармоничного соотношения между размером стада и площадью фермерских земель. Согласно нормативам, на 1 га ферм в год можно выращивать не более 30 свиней. Чем больше поголовье свиней, тем большую площадь сельскохозяйственных угодий должны иметь фермеры.

Датское сельское хозяйство имеет очень развитую кооперативную систему. В отличие от России, где производители разделены, а переработчики диктуют условия, датские фермеры объединяются в многоотраслевые кооперативы. Сегодня более 90% свиней забиваются, перерабатываются и продаются этими общинами. Крупнейшие скотобойни, такие как Danish Crown и TiCan, были созданы на кооперативной основе. Им принадлежат многие датские компании, занимающиеся переработкой свинины и сбытом конечного продукта. [3]

. Основными параметрами эффективной семейной фермы являются: 2-4 человека, от 6 до 12 000 голов скота, в том числе 250-300 свиноматок, 25-27 поросят в год от каждой из свиноматок, коэффициент конверсии корма 2,6-2,8 тыс. единиц. и достижением сдаточных кондиций в 155-165 дней.

Эффективное развитие семейных ферм и их устойчивое положение способствуют развитию дорожно-транспортной и социально-культурной инфраструктуры.

Основой создания семейного фермерского хозяйства является индивидуальный мелкий участок и крестьянское (фермерское) хозяйство. Эти две экономические структуры представляют собой специфические части аграрной экономики, основанные на использовании ресурсов и трудовом потенциале домохозяйств. При этом в процессе рыночных преобразований личные приусадебные хозяйства также приобрели товарность, то есть часть продукции целенаправленно производилась и реализовывалась на рынке.

Стимулирование экономической активности сельского населения и развитие семейных хозяйств, поддержка товарного производства не может быть успешным без урегулирования земельных отношений.

Около 80% потребляемых на свинокомплексах кормов получают за счет полевых севооборотов зерновых, бобовых и корнеплодов. Поэтому владельцам семейных ферм важно владеть землей, чтобы обеспечить надежный запас продовольствия. При этом не следует забывать, что зерновые корма и продукты их переработки могут полностью обеспечить потребность животных в кормовых единицах и 60-70% потребности в белке. Сегодня экономический статус семейных ферм подорван из-за концентрации земли в руках крупных фермеров.[4]

Говоря о развитии семейных фермерских хозяйств в аграрном секторе страны, нельзя забывать, что сегодня этот вид сельского хозяйства должен иметь высокую степень механизации основных производственных процессов (кормление, поение, уборка навоза и т. д.). При этом следует использовать животных с высокими генетическими показателями и выращивать их на основе современных технологий. Также необходимо обеспечить рынок готовой продукцией и возможностью получения кредитов для расширения и развития производства. Все это в сочетании с развитой инфраструктурой обеспечивает высокую мотивацию персонала и повышает заинтересованность в достижении более высоких результатов. Только при наличии этих факторов можно гарантировать конкурентоспособность сельскохозяйственной продукции семейных хозяйств.

Устаревшие технологические нормы от 05.09.2000 г. и расчеты заранее еще на стадии проектирования и составления бизнес-планов делают свиноводческие предприятия особенно малых и средних размеров от 100 до 600 свиноматок низкорентабельными с длительными сроками окупаемости, что на самом деле ошибочно.

Только семейные фермы избегают этого недостатка, поскольку менеджеры не нанимаются, а весь доход и чистая прибыль распределяются между небольшой командой. Сама капитализация производства также станет собственностью семьи владельца. Фермы с поголовьем 50-300 свиноматок состоят из одной или двух блоков помещений. Они строятся за 8-10 месяцев и не требуют значительных собственных или кредитных ресурсов. Также следует отметить, что стоимость строительства фермы с нуля составляет 3,5-4500 евро на свиноматку плюс стоимость животных. Через 3-4 года погашения кредита собственник становится владельцем производства. Это, безусловно, делает дальнейшее участие его семьи в сельском хозяйстве привлекательным для будущих поколений.

Создание семейных ферм и их кооперация позволяют не только увеличить производство мясной продукции, но и увеличить прибыль отрасли от переработки и реализации продукции через сеть кооперативных убойных цехов и магазинов, решить некоторые социальные проблемы в сельской местности. В частности, улучшится занятость и уровень жизни сельских жителей. Предприятия капитализируются за счет приобретения различного оборудования, строительства и расширения производства. Конечно,

эффективность фермы во многом зависит от оптимальной организации и экономики. Наиболее актуальным вопросом для частного сектора является сбыт продукции.

**Выводы.** Развитие мелкого сельского хозяйства позволит не только увеличить отечественное производство животноводческой продукции, но и обеспечить самозанятость сельского населения, что, несомненно, улучшит его благосостояние и повысит привлекательность рабочих мест в аграрном секторе. Экономика станет инструментом устойчивого развития сельских районов. Чтобы ускорить развитие этого сектора экономики, законодательным и административным органам необходимо стимулировать развитие этой отрасли посредством ряда регламентирующих документов.

#### Библиографический список

1. Кравченко В. «Наращивание объемов свинины не прекращается» / Животноводство России. Свиноводство. – 2023. №1. С.2-5.
2. Система ведения животноводства Ростовской области на 2014- 2020 годы [Текст] / Иларионова Н.Ф., Кайдалов А.Ф., Приступа В.Н., Шаталов С.В., Титирко Ю.Ф., Яновский Н.А., Кавардаков В.Я., Зеленков П.И., Зеленков А.П., Михайлов Н.В., Святогор Н.А., Свиначев И.Ю., Колосов А.Ю., Колосов Ю.А., Засемчук И.В., Дегтярь А.С., Ковалев Ю.А., Мухортов О.В., Семенченко С.В., Нефедова В.Н. и др. // Под общей редакцией: Василенко В.Н., Клименко А.И. Ростов- на-Дону, 2013. - 250 с. EDN: TCFETF
3. Святогор Н.А. Оптимизация племенного отбора по репродуктивным, откормочным и мясным качествам свиней: диссертация на соискание ученой степени кандидата сельскохозяйственных наук: 06.02.07 / Святогор Николай Алексеевич; Донской государственный аграрный университет. - п. Персиановский, 2011.
4. Плаксина И.Е. «Тенденции и перспективы развития свиноводства в России» / И.Е. Плаксина, С.И. Плаксина, А.В. Трифанова // Агроэкоинженерия. – 2022. №1. С. 155-168.

УДК 636.4

**Харина А.С., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А. Состояние и перспективы развития свиноводства в Ростовской области**

State and prospects for the development of pig farming in the Rostov region

**Харина А.С., Тимофеев З.О., Святогоров Н.А.**  
Донской государственный аграрный университет, п. Персиановский  
Kharina A.S., Timofeev Z.O., Svyatogorov N.A.  
Don State Agrarian University, Persianovsky village

*Аннотация.* В последние годы особое внимание уделяется развитию свиноводства, которое становится все более прибыльной отраслью. Ростовская область богата сельскохозяйственными ресурсами. Традиционно является одним из производителей большей части сельскохозяйственного сырья и продуктов питания для всей страны и зарубежья. В Ростовской области сосредоточена треть общероссийского производства зерновых и зернобобовых культур, эти культуры необходимы для эффективного развития свиноводства.

*Ключевые слова:* свиноводство, свиноводство в Ростовской области, состояние и перспективы.

*Abstract.* In recent years, special attention has been paid to the development of pig farming, which is becoming an increasingly profitable industry. The Rostov region is rich in agricultural resources. Traditionally, it is one of the producers of most agricultural raw materials and food products for the entire country and abroad. A third of the all-Russian production of grains and leguminous crops is concentrated in the Rostov region; these crops are necessary for the effective development of pig farming.

*Keywords:* pig farming, pig farming in the Rostov region, state and prospects.

Ростовская область – один из крупнейших сельскохозяйственных регионов России. По площади сельскохозяйственных угодий и продовольственных культур область занимает второе место в стране. В Ростовской области сосредоточена треть общероссийского производства зерновых и зернобобовых культур, эти культуры необходимы для эффективного развития свиноводства. Развитие экономики области зависит от влияния выгодного экономико-географического положения (связь центральной России с Северным Кавказом и Закавказьем), наличия природных ресурсов, исторически благоприятных условий развития, высокого обеспечения трудовыми ресурсами, хорошо развитой транспортной инфраструктуры. Кроме этого, область выделяется высоким научно-производственным, ресурсным и финансовым потенциалом. Окрестности региона представлены высокоразвитыми в экономическом отношении регионами: Донбассом на западе, в центральной части России на севере, Поволжским регионом на востоке и Кавказским на юге. Ростовская область богата сельскохозяйственными ресурсами. Традиционно является одним из производителей большей части сельскохозяйственного сырья и продуктов питания для всей страны и зарубежья.[1]

Одной из основных целей развития свиноводства в регионе является увеличение поголовья свиней и улучшение их качества. Для достижения этой цели в Ростовской области внедряются современные технологии и инновационные методы выращивания.

Одним из инновационных методов является использование кормовых добавок, способствующих росту и развитию животных. Эти добавки богаты незаменимыми микроэлементами и витаминами, которые позволяют значительно улучшить качество мяса и снизить заболеваемость свиней. Это положительно влияет на здоровье потребителей и повышает конкурентоспособность продукции региона.[2]

Около 35% сельскохозяйственной продукции области производится в отраслях животноводства. Среди субъектов Южного федерального округа Ростовская область занимает первое место по производству яиц и второе – по производству мяса и молока. Область занимает шестое место в Российской Федерации по производству животноводческой продукции.

В Ростовской области традиционно занимались свиноводством. Как отрасль животноводства, свиноводство имеет множество особенностей, во многом определяющих его экономическую выгоду. Основные из них: отсутствие сезонности в производстве, производство и реализация продукции равномерны в течение года, свинина является продуктом первой необходимости, и спрос на свинину не может полностью исчезнуть независимо от экономической и политической ситуации. По сравнению с другими отраслями животноводства свиноводство обладает большой гибкостью в изменении масштабов производства, а количество и качество земельных угодий проявляет меньшую степень зависимости. Основную часть рациона составляют комбикорма, поэтому сильна зависимость от зернового рынка. Для свиней характерно высокое многоплодие, короткий эмбриональный период, скороспелость и высокий выход убойной продукции позволяют получать большое количество продукции при экономном расходе кормов и повышать объемы продукции.

Важным аспектом развития свиноводства Ростовской области является создание современных ферм открытыми пространствами для свободного передвижения животных. Такой подход может снизить преждевременную смертность и улучшить условия содержания свиней. Более комфортные условия проживания способствуют лучшему развитию животных, тем самым повышая их продуктивность.

Одной из отличительных особенностей свиноводства Ростовской области является сотрудничество фермеров и агрохолдингов с местными научными учреждениями. Совместные усилия позволяют разрабатывать новые методы выращивания, улучшать качество кормов и разрабатывать новые гибриды свиней.

Кроме того, важным фактором развития свиноводства в регионе является создание высокоэффективных систем управления и контроля за производством. С помощью современных информационных технологий можно следить за состоянием каждого животного, контролировать качество кормов и вести эффективный производственный учет.

Развитие свиноводства в Ростовской области не только увеличивает производство мяса и продукции животноводства, но и создает новые рабочие места, повышает благосостояние местных жителей, способствует экономическому развитию региона.[2]

Биологические возможности животных (многоплодие, раннее вступление в воспроизводство, короткий срок супоросности, скороспелость, всеядность, высокие убойные показатели, хорошие вкусовые и технические качества мяса) и организационно-экономические характеристики отрасли (быстрая оборачиваемость стада, потребление в основном мелких и высокорентабельных кормов и получение высокой рентабельности производства, разделение производственного процесса на разные этапы, быстрая оборачиваемость и окупаемость капитала), что позволяет выгодно производить свинину в условиях многоукладной рыночной экономики. Благодаря реформированию сельскохозяйственного производства, поголовье свиней в Ростовской области значительно сократилось. В 1989 году поголовье свиней достигло самого высокого уровня - 2345,9 тыс.голов. В 2018 году поголовье свиней в Ростовской области достигло 387,6 тыс. голов. Ростовская область за два десятилетия потеряла около 2 миллионов голов свиней.

Сокращение поголовья свиней в регионе повлияло на производство свинины. Поэтому пика производство свинины достигло в 2008 году, достигнув убойного веса 132,9 тыс. тонн, а затем производство свинины резко сократилось, в 2018 году Ростовская область произвела всего 52,3 тыс. тонн свинины в убойной массе. Резкое снижение производства свинины в регионе вызвано распространением африканской чумы свиней. Ростовская область является реципиентом по свинине и не может удовлетворить потребности населения в собственном сырье. В настоящее время Ростовской области потребление основных видов мяса на душу населения составляет 69 килограммов, в том числе свинины – 22,0 кг, по нормам ВОЗ необходимо 24,9 кг. В Ростовской области ведущую роль в производстве свинины играют хозяйства населения.

Таким образом, в ЛПХ сосредоточено 55,8% областного поголовья свиней. Поскольку большая часть поголовья сконцентрирована в частных хозяйствах, которые являются основными производителями свинины, это привело к снижению качества продукции и отказу переработчиков работать с мелкотоварными производителями. Крупные комплексы могут эффективно развивать свиноводство, поскольку используют эффективные технологии и могут создать условия для конкуренции с отечественными и зарубежными производителями свинины.

Современное свиноводство почти полностью основано на промышленном скрещивании различных видов животных с использованием эффекта гетерозиса. Необходимо учитывать, что при полноценном кормлении и оптимальных условиях кормления можно получить высокие показатели продуктивности и поддерживать их на соответствующем уровне.

Одним из основных направлений повышения конкурентоспособности производства свинины является стимулирование интеграционных процессов. Толчком для объединительных процессов при интеграции является положительный эффект, достигаемый за счет масштабирования производства и объединения разных стадий единого технического процесса. В связи с этим появляется стимул организовать единое управление всеми этапами производства хозяйствующих субъектов, участвующих в совместном процессе. Промышленное производство свинины – достаточно капиталоемкий процесс, подходящий только для федерального и регионального бюджетов, крупным сырьевым и промышленным холдингам [3]. В связи с этим свиноводство Ростовской области ориентируется на создание закрытых комплексов с повышенной гигиенической защитой, племенным материалом, собственной поставкой и переработкой кормов.

В связи с особенностями функционирования агропромышленного комплекса Ростовской области наибольшую опасность для его дальнейшего развития в настоящее время представляют природные риски, а именно: возможность наступления неблагоприятных последствий воздействия факторов окружающей среды на предпринимательскую деятельность в агропромышленном комплексе.

К основным источникам природных рисков относятся:

- метеорологические и агрометеорологические чрезвычайные ситуации (засуха, мороз, буря, ураган, крупный град, сильный дождь, сильный снегопад и т.п.);
- Чрезвычайные геологические ситуации (оползни, обвалы, лавины, эрозии, песчаные бури и т.д.);
- Природные пожары – чрезвычайная пожарная опасность, лесные, луговые пожары;
- Гидрологические чрезвычайные ситуации (наводнения, падение уровня воды, повышение уровня грунтовых вод и т.д.)

К макроэкономическим рискам для развития агропромышленного комплекса Ростовской области относятся: усиление конкуренции на сельскохозяйственном рынке в связи с увеличением импорта продовольствия; циклической экономической динамики; сырьевой характер российской экономики.

Вызывает тревогу ухудшение экологической ситуации в Ростовской области, что негативно отражается на состоянии агропромышленного комплекса региона. Поэтому в



сфере утилизации твердых промышленных и бытовых отходов складывается неблагоприятная ситуация. Среди всех отраслей инфраструктуры наихудшая ситуация с вывозом и утилизацией твердых бытовых отходов, из которых ежегодно в сельской местности Ростовской области образуется около 500 тысяч тонн.

**Выводы.** Таким образом, развитие свиноводства в Ростовской области – актуальная задача, требующая совместных усилий государства, предпринимателей и научно-исследовательских учреждений. Использование инновационных методов, кооперация и контроль производства помогут создать современную и прибыльную отрасль, отвечающую потребностям региона и укрепляющую экономическую стабильность Ростовской области.

#### Библиографический список

1. Бунчиков О.Н., Раджабов Р.Г., Иванова Н.В. Проблемы эффективного развития свиноводства Ростовской области / Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2014. №104. С.672-683.
2. Лихолетова Н.В., Святогоров Н.А., Щитов С.Е. Анализ влияния процесса транснационализации на агропромышленный комплекс России // Управленческий учет. - 2021. - № 3-2. - С. 484-494. EDN: XSHWTK
3. Бунчиков О.Н. Основные направления повышения эффективности свиноводства Ростовской области: монография / О.Н. Бунчиков, Р.Г. Раджабов, Н.В.Иванова. - пос. Персиановский, 2014.- 133с.

## СЕКЦИЯ 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 536.483

### Кунгряков Н.В. Применение криогенной гелиевой установки на температурный уровень 20 К

Application of a cryogenic helium installation at a temperature level of 20 K

**Кунгряков Николай Владимирович**

студент,

МГТУ имени Н.Э. Баумана, РФ, г. Москва

The use of a cryogenic helium installation at a temperature level of 20 K

Kungryakov Nikolay

student of the BMSTU, Russia, Moscow

***Аннотация.** Криогенные гелиевые установки известны своим применением для охлаждения преимущественно с получением жидкого криопродукта (ожижители, рефрижераторы-ожижители). Однако также представляет интерес их применение, при котором гелий не ожижается. Это преимущественно температурный уровень в 18-20 К (примерная температура кипения водорода). В настоящей статье рассматривается применение гелиевых установок на температурном уровне в 20 К.*

***Ключевые слова:** гелий, рефрижератор, коллайдер*

***Abstract.** Cryogenic helium installations are known for their use for cooling mainly with the production of liquid cryoproducts (liquefiers, refrigerated liquefiers). However, their application is also of interest, in which helium is not liquefied. This is mainly a temperature level of 18-20 K (approximate boiling point of hydrogen). This article discusses the use of helium installations at a temperature level of 20 K.*

***Keywords:** helium, refrigerator, collider*

#### **1. Особенности гелия как рабочего вещества**

В начале целесообразно рассмотреть свойства гелия. Гелий – самый легкий инертный газ (не вступает в реакцию с большинством веществ, в частности с кислородом), без запаха, без цвета, не токсичен, не горюч. По распространенности второй элемент во Вселенной – составляет 23% космической массы, однако на Земле он встречается редко – основная доля в природном газе.

Из девяти изотопов гелия, только два изотопа являются стабильными (устойчивыми, не подверженными радиоактивному распаду):  $He^3$  и  $He^4$ , но только последний составляет наибольшую объемную долю в природе 99,999863 %, по сравнению с  $He^3$ . Температура кипения  $He^4$  составляет 4,224 К, у  $He^3$  она 3,191 К при нормальном атмосферном давлении. Далее рассматриваем свойства только  $He^4$ . [1]

Средняя изобарная теплоемкость гелия в диапазоне от 300 до 10 К при нормальном атмосферном давлении вторая после водорода:  $c_p = 5,2$  кДж/кг · К (для сравнения для воздуха  $c_p = 1$  кДж/кг · К, для воды  $c_p = 4,2$  кДж/кг · К). Затем у

зависимости  $c_p(T)$  при  $T = 2,172$  К (переход жидкого гелия на сверхтекучий) на графике появляется характерный пик – аномалия теплоемкости или  $\lambda$ -переход – появление сверхтекучести среды (вязкость близка к нулю). В итоге, появляется еще одна классификация гелия: He-I – нормальный; He-II – сверхтекучий. Теплоемкость при одной и той же температуре для большего давления выше, а значит, и водяной эквивалент прямого потока для закрытого цикла выше. [2]

Необходимо учитывать особенность теплоемкости гелия при низких температурах и проверять теплообменник на работоспособность. В рефрижераторном режиме обратный поток равен прямому, вследствие чего при малой недорекупации становится невозможным теплообмен в нижних теплообменниках. Причиной является низкое значение теплоемкости прямого потока, приводящее к появлению «отрицательной» разности температур по сечению (засечка). Промежуточное дросселирование снижает давление прямого потока, что приводит к увеличению его теплоемкости и обеспечивает нормальные условия для работы теплообменника. Другой способ заключается в увеличении сопротивления теплообменника по прямому потоку, что равнозначно постепенному дросселированию. Холода обратного потока может не хватить, т.к. продукт выводится подобно ВРУ. [3]

Гелий – второй среди газов после водорода по максимальной теплопроводности, а потому он удачен для применения в криогенике в качестве криагента и крионосителя. Значение теплопроводности:  $\lambda = 0,146$  Вт/(м·К), для сравнения у воздуха  $0,024$  Вт/(м·К), у водорода  $0,16$  Вт/(м·К).

Плотность гелия составляет  $0,17847$  кг/м<sup>3</sup> при н.у. Низкая плотность гелия затрудняет применение турбомашин для его сжатия. Из-за высокого показателя адиабаты гелий значительно нагревается при сжатии; отношение давлений в ступени гелиевого компрессора должно быть ниже, чем у воздушного.

Гелий – очень дорогой (технический гелий [99,99 %] - порядка 25 тыс. руб. за 40-литровый баллон, для сравнения азот [99,999 %] – порядка 1 тыс. руб. за 40-литровый баллон) и дефицитный газ. Поэтому применяют высокие требования к плотности газовых коммуникаций: сильфонные уплотнения штоков, гелий после продувок собирают и возвращают в систему, не допускается применять мягкие газгольдеры для хранения газообразного гелия. Допускаемая утечка в компрессорах не должна превышать  $0,001$  % часовой производительности компрессора. Охлаждение гелия происходит при низких температурах, поэтому к материалам, используемым в гелиевых установках, предъявляют высокие требования: они должны сохранять высокую ударную вязкость при рабочих температурах, плотность и иметь малую степень черноты и низкую теплопроводность. Это в основном медь, алюминий, коррозионно-стойкая сталь. Конструкция рефрижератора

должна обеспечивать минимальные теплопритоки по тепловым мостам из окружающей среды. Применение высокого вакуума накладывает дополнительные требования на обеспечение плотности соединений, очистку поверхностей и выбор материалов. Нельзя использовать материалы, способные к газовыделению (цинк и его сплавы).

## *2. Назначение криогенной гелиевой установки на заданный температурный уровень*

КГУ (криогенная гелиевая установка) на заданном температурном уровне может применяться для испытаний водородных бамонов ракетносителей (рис. 1). Водород широко используют в качестве топлива для ракет, так как он обладает самой высокой теплотворной способностью (удельной теплотой сгорания) среди топлив – 142,2 МДж/кг (для сравнения метан – 50,1 МДж/кг, бензин 45,5 МДж/кг). В охлажденном виде (при  $T = 20\text{ K}$ ) он перевозится в ракетах в специальных водородных баках. При проектировании баков их необходимо испытать на «температурную прочность», т.е. заохладить хотя бы до температуры кипения водорода. Достичь такой температуры можно либо применением самого водорода в охлажденном состоянии, что крайне опасно и не реализуется, либо гелием. Есть также другая альтернатива – применение жидкого азота, однако большое число свойств материала, из которого изготовлены баки, не проявляется при температуре кипения жидкого азота (77 K), и все равно приходится увеличивать запасы прочности конструкции, переутяжелять её. Разумным решением является применение КГУ, которая будет частью испытательного стенда. В источнике [4] приводится расчётное обоснование возможности создания эффективной технологии захлаживания алюминиевого топливного бака объёмом 100 м<sup>3</sup> до 20 K в ходе прочностных испытаний, соответствующий размерности бака, который может появиться в составе второй ступени перспективной ракеты космического назначения.



**Рисунок 1.** Схема охлаждения водородного бака [4]

Произведен расчет для двух режимов: с постоянной нагрузкой (примерно 10 кВт – предельный параметр разрабатываемой установки) и переменной нагрузкой (режим считается мягким и постепенным). Для первого режима время захлаживания будет значительно меньше из-за интенсивной работы установки. Охлаждаемая масса установки порядка 2,6 т.

Другим применением рассматриваемой КГУ может являться охлаждение сверхпроводников с критической температурой выше 18 К, являющиеся источником магнитного поля для ускорителей. В настоящее время ученые решают проблемы высокотемпературной проводимости материалов (выше 77 К), одной из которых является их низкая прочность (например, сплав  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}$ ). А потому до сих пор применяют сверхпроводящие материалы с низкой критической температурой ( $T_c$ ). Как правило, это ниобий (Ni) – самый высокотемпературный чистый металл-сверхпроводник ( $T_c = 9 \text{ К}$ ) и его сплавы:  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  ( $T_c = 23,2 \text{ К}$ ),  $\text{Nb}_3\text{Sn}$  ( $T_c = 18,3 \text{ К}$ ).

С конца 50-х годов 20-го века базовой установкой ускорителя в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ) в г. Дубна был синхрофазотрон, который ускорял пучки протонов до энергии 10 ГэВ. В качестве источника магнитного поля использовался «теплый» магнит, который находился при температуре окружающей среды [5]. Последний сеанс его работы был произведен в 2002 году, медная обмотка была демонтирована, а ярмо магнита (сердечник) решено было оставить. Оно используется в качестве фундамента и радиационной защиты уже для следующего сверхпроводящего ускорителя – бустера (рис. 2), который начал свою работу в 2020 году. Паралельно с 90-х годов в здании синхрофазотрона строилась следующая базовая установка – сверхпроводящий ускоритель – нуклотрон. Его ввели в эксплуатацию в 1992 году. На данный момент планируется, что нуклотрон будет являться первичным ускорителем, бустер – вторичным, а коллайдер NICA – основным, а также новой базовой установкой. Окончание его строительства планируется в 2023 году. Магниты всех трех ускорителей охлаждаются до криогенных температур, это позволяет перевести материалы в сверхпроводники (преимущественно ниобий и его сплавы). Магниты на основе сверхпроводников, в отличие от «теплых» железных магнитов с медной проволокой, создают постоянные магнитные поля большей силы, а также более приемлемы по габаритным размерам и массе.



**Рисунок 2.** Схема ускорительного комплекса NICA

Различают следующие способы криостатирования магнитов: погружного типа и циркуляционного. При погружном типе магнит погружается в кипящий гелий; для протяженных систем такой способ не может быть применен, потому что требуется большое количество гелия. При циркуляционном типе магнит охлаждается циркуляцией криоагента по расположенным внутри или около обмоток сверхпроводящим каналам. Циркуляционные системы также различаются по фазовому составу рабочего вещества (гелия): с фазовым переходом жидкого гелия и без (до 4,5 К).

Для нуклотрона диаметр трубки, по которой течет гелий, составляет 5 мм, а толщина 0,5 мм (для бустера чуть меньше). На эти трубки наматывается сверхпроводящий провод диаметром порядка 0,5 мм. Это медная матрица, внутри которой расположены волокна сверхпроводника (ниобий-титан с критической температурой 9,6 К). Чтобы перевести его в сверхпроводящее состояние требуется температура ниже 9,6 К, поэтому применим только гелий с температурой 4,5 К. Сверхпроводящие магниты расположены в кольцевом вакуумном криостате, также там расположены гелиевые коллекторы прямого и обратного потоков. Каждый магнит подключается параллельно коллектору прямого и обратного потока. Кроме того, по всей длине проложен теплозащитный экран, охлаждаемый жидким азотом при температуре порядка 80 К. Он необходим для снижения теплопритоков к сверхпроводящим магнитам.

Криогенная система нуклотрона включает собой два рефрижератора, т.е. две КГУ-1600/4,5, суммарная холодопроизводительность системы нуклотрона 3200 Вт. Каждая КГУ, разработанная НПО «Гелиймаш», подключается к своему полукольцу (нуклотрон разбивается на два полукольца: левое и правое). Протяженность нуклотрона 251,5 м, время захолаживания 80-120 ч (5 суток), охлаждаемая масса составляет 80 тонн.

Для бустера используется один гелиевый сателлитный рефрижератор РСГ-2000/4,5, в который подается жидкий гелий за счет другой установки ОГ-1000, это ожижитель гелия производительностью 1000 л/ч. «Холодная» масса бустера 40 т. Охлаждение комайдера обеспечивается двумя установками РСГ-2000/4,5, которые также подпитываются ОГ-1000, т.е. «используют» холод извне. Суммарная холодопроизводительность криогенной системы комайдера NICA порядка 10 кВт, охлаждаемая масса 220 тонн.

Учитывая суммарную требуемую холодопроизводительность для ускорителей в г. Дубна, можно сделать вывод, что КГУ с холодопроизводительностью 10 кВт может в перспективе понадобиться для создания магнитных полей для других ускорителей, если нет возможности работать с жидким гелием, либо для других целей ученых-ядерщиков.

#### Библиографический список

1. Лавров Н.А. Гелий и основные способы его получения: учебное пособие / Н.А. Лавров, А.М. Балан. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2022. – 35, [1] с.: ил.
2. Справочник по физико-техническим основам криогеники/ под ред. Малкова М. П. - "Энергия", 1973. - 392 с.
3. Будневич С.С. Расчет криогенных установок. Учеб. пособие для холодильных и технологических вузов./Под ред. С.С.Будневича. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1976. – 367 с., ил.
4. Васюкова Д.А. Использование криогенной гелиевой системы для имитации эксплуатационных температур при испытаниях на прочность баков жидкого водорода перспективных средств выведения./ Д.А. Васюкова.// Космонавтика и ракетостроение. – 2012. - №2. – с. 179-186
5. Криогенные приборы и устройства в ядерной физике. / Под ред. А. Г. Зельдовича. - Москва: Энергоиздат, 1982. - 198 с.

Электронное научное издание

# Синергия основного и прикладного знания: интеграция академической экспертизы и инновационных решений

сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции

**25 декабря 2023 г.**

По вопросам и замечаниям к изданию, а также предложениям к сотрудничеству  
обращаться по электронной почте [mail@scipro.ru](mailto:mail@scipro.ru)

Подготовлено с авторских оригиналов





Формат 60x84/16. Усл. печ. Л 2,5. Тираж 100 экз.  
Lulu Press, Inc. 627 Davis Drive Suite 300  
Morrisville, NC 27560  
Издательство НОО Профессиональная наука  
Нижний Новгород, ул. М. Горького, 4/2, 4 этаж, офис №1